



# People are Different

An Introductory Course on Intermediate Microeconomics

John D. Hey

*Universities of Bari and York*

**A....**

## **Prefazione (pagina 1):**

Da scrivere....

## **Prefazione (pagina 2):**

Da scrivere....

## **Prefazione (pagina 3):**

Da scrivere....

## **Prefazione (pagina 4):**

Da scrivere....

# Indice

Capitolo 1: Introduzione

## Parte 1: Economie senza Produzione

- Capitolo 2: I guadagni dallo scambio
- Capitolo 3: Beni discreti: prezzi di riserva, domanda, offerta e surplus
- Capitolo 4: Beni perfettamente divisibili: domanda, offerta e surplus
- Capitolo 5: Preferenze
- Capitolo 6: Domanda e offerta con il reddito in forma di dotazioni
- Capitolo 7: Domanda con il reddito in forma di moneta
- Capitolo 8: Lo scambio
- Capitolo 9: Economia del benessere

## Parte 2: Economie con Produzione

- Capitolo 10: L'Impresa e la tecnologia
- Capitolo 11: Minimizzazione dei costi e domanda dei fattori produttivi
- Capitolo 12: Curve di costo
- Capitolo 13: L'offerta dell'impresa e il surplus del produttore
- Capitolo 14: La frontiera delle possibilità di produzione
- Capitolo 15: Produzione e scambio

## Interludio

- Capitolo 16: Analisi empirica di domanda, offerta e surplus

## Parte 3: Applicazioni and Implicazioni dei Concetti Base

- Capitolo 17: Aggregazione
- Capitolo 18: Preferenze rivelate e profittabilità rivelata
- Capitolo 19: Variazioni compensative e variazioni equivalenti
- Capitolo 20: Scelta intertemporale
- Capitolo 21: Il modello dell'utilità scontata
- Capitolo 22: Il mercato del capitale
- Capitolo 23: Scelta in condizioni di incertezza
- Capitolo 24: Il modello dell'utilità attesa
- Capitolo 25: Il mercato delle assicurazioni
- Capitolo 26: Il mercato del lavoro

## Parte 4: Imperfezioni del mercato

- Capitolo 27: Tassazione
- Capitolo 28: Monopolio and Monopsonio
- Capitolo 29: Monopolio naturale and discriminazione dei prezzi
- Capitolo 30: Teoria dei giochi

Capitolo 31: Duopolio  
Capitolo 32: Esternalità  
Capitolo 33: Beni pubblici  
Capitolo 34: Mercati con informazioni asimmetriche

Domande d'esame

Indice

# Capitolo 1: Introduzione

## 1.1: *La Gente è Differente*

Questo libro è parte integrante del prodotto “internet-based” *La gente è differente* (*People are Different*) disponibile all’indirizzo internet: <http://www-users.york.ac.uk/~jdh1/micro2.html>. Il testo ha le caratteristiche di un manuale a sé stante ma con il vantaggio di poter essere utilizzato nell’ambito del suddetto prodotto. Al fine di preservare le caratteristiche di questo libro come opera individuale, in questa sede non si faranno riferimenti specifici al resto del pacchetto “internet based”; informazioni a tale proposito possono essere ottenute consultando il sito web.

La ragione di fondo della scelta del titolo “La Gente è Differente” - *People are Different* - è elementare ma decisiva e legata al tentativo di rispondere all’interrogativo del perché gli individui decidano di intraprendere determinate attività economiche. Per attività economica, infatti, si intende essenzialmente lo scambio di beni e servizi. Il motivo per cui una tale attività si origina, coincide semplicemente con la circostanza che gli individui che partecipano allo scambio sono *diversi*. Se tutti gli agenti economici fossero identici in termini di preferenze e di dotazioni iniziali di risorse, non esisterebbe spazio per nessun tipo di commercio o scambio tra individui (a meno di poche eccezioni alle quali si farà riferimento). Di conseguenza, dato che ciascun agente economico è diverso dagli altri tanto per la struttura delle proprie preferenze quanto per la diversa disponibilità di risorse economiche, esisterà sempre la convenienza a porre in essere uno scambio che apporti vantaggi reciproci agli individui che vi prendano parte.

Queste considerazioni, sebbene possano sembrare banali, sono di estrema importanza, ed è opinione di chi scrive, che farle proprie fino in fondo sia fondamentale per chi si proponga l’obiettivo di diventare un economista.

L’importanza del concetto “*People are Different*” sarà illustrata nel seguito del libro in molteplici scenari come, ad esempio, il semplice scambio di un bene ipotetico o l’attività di scambio che coinvolga la considerazione della dimensione temporale, di condizioni di incertezza e così via.

La diversità tra gli agenti economici è alla base della nascita dell’attività economica e, in generale, lo scambio di beni e servizi ha per effetto l’innalzamento del livello di benessere di ciascuno dei partecipanti. Ciò detto, il quesito che sorge spontaneo porsi è quale sia il modo migliore di organizzare le attività di scambio e, in un certo senso, è questa la domanda fondamentale alla quale ci cercherà di fornire una risposta in molti passaggi di questo libro. Ma come vedremo, la scienza economica non è in grado di dare una soluzione ad ogni problema, a causa soprattutto delle difficoltà relative allo studio delle implicazioni distributive dell’interazione tra agenti economici. Per avere un’idea di tali difficoltà, facciamo un passo indietro e domandiamoci quale debba essere il modo adeguato per misurare i vantaggi ottenuti dagli individui come conseguenza della loro partecipazione all’attività economica. Come abbiamo anticipato, ogni partecipante allo scambio può ottenere un guadagno: nella compravendita di un bene sia il venditore che il compratore traggono un guadagno dalla transazione.

Ovviamente, l'entità dei benefici che le due parti ottengono dipende da diversi fattori, incluso il prezzo al quale la transazione avviene: più alto è il prezzo di vendita, maggiore sarà il guadagno del venditore, minore quello dell'acquirente. Come vedremo, esistono diversi modi per misurare i guadagni dei partecipanti allo scambio. Ciascuna di queste diverse modalità di misurazione, inoltre, è disponibile per ogni tipo di *meccanismo di scambio*, dove per meccanismo di scambio deve intendersi una particolare modalità organizzativa dello stesso (come ad esempio possono essere le aste). Per poter rispondere alla domanda "quale è il migliore meccanismo di scambio?" bisogna in primo luogo chiarire cosa si intenda per "*migliore*". Si potrebbe dire che il migliore meccanismo di scambio sia quello che ha per risultato la massimizzazione dei guadagni totali. Gli economisti hanno a disposizione strumenti di analisi utili all'individuazione del meccanismo che abbia questa proprietà. Più complessa, tuttavia, risulta la valutazione dell'equità della *distribuzione* dei guadagni conseguenti lo scambio. Determinante, infatti, è l'adozione di un particolare criterio di giudizio in base al quale confrontare i surplus dei vari partecipanti allo scambio.

## ***1.2: La filosofia sottostante***

Questo libro copre gli argomenti trattati in un corso di microeconomia ad un livello intermedio. Intermedio, infatti, si presuppone sia il livello di conoscenza del lettore a cui ci rivolgiamo, ma lo è soprattutto il grado di sofisticatezza delle nostre conclusioni. Sebbene poi assumiamo che il lettore possieda le conoscenze di base di un corso introduttivo di economia, tutto il materiale contenuto nel testo è accessibile anche a chi non abbia tali nozioni di base.

E' importante notare che il livello di sofisticatezza che caratterizza i risultati che verranno presentati - e, di conseguenza, anche le tecniche che vengono utilizzate per derivarli - è intermedio. A questo proposito una premessa è doverosa in merito ad un elemento chiave che contribuisce a distinguere questo da altri manuali di microeconomia: l'impiego dell'analisi matematica nell'ambito della scienza economica. E' ferma convinzione di chi scrive, infatti, che la conoscenza approfondita dell'algebra (inclusi elementi di calcolo complesso) e di elementi di statistica avanzata (inclusa l'econometria) sia necessaria per rendere la scienza economica applicabile a problematiche della vita reale. Tuttavia, è anche vero che l'uso di strumenti matematici complessi non è strettamente necessario per *comprendere* i concetti chiave dell'economia. Di fatti, visto che il livello di conoscenza della matematica di uno studente universitario medio non è sempre adeguato, l'uso massiccio della matematica in un corso intermedio di microeconomia può pregiudicare la comprensione dei concetti economici. L'insegnamento dell'economia può invece avvalersi dei progressi conseguiti negli anni recenti dall'informatica. Di tali tecniche questo libro (e il prodotto "internet based" del quale fa parte) si avvale, evitando che la conoscenza approfondita della matematica si renda necessaria per comprendere l'economia.

A queste argomentazioni si potrebbe obiettare che il ricorso alla matematica è necessario visto che i fatti che gli economisti sono chiamati a comprendere e interpretare, implicando il concetto di *trade-off*, presuppongono inevitabilmente il confronto relativo di guadagni e perdite (o benefici e costi). Tutto ciò, comunque, può essere compreso senza l'uso di tecniche di calcolo matematico particolarmente sofisticate. Naturalmente, non si vuol dire che la matematica non

vada impiegata affatto, o che gli studenti non debbano comprenderla e applicarla. In questo corso, al contrario, la matematica è presente ma solo mediante l'impiego di un software. Di conseguenza, la quasi totalità dell'analisi è di tipo grafico, per cui è auspicabile che il lettore sia in grado di leggere e interpretare un diagramma. Più in particolare, è importante essere capaci di calcolare e interpretare l'inclinazione di una retta e quella di una curva in corrispondenza di un determinato punto (ovvero, l'inclinazione della retta tangente la curva in corrispondenza di quel punto) e misurare correttamente l'ampiezza di un'area. Il libro contiene una serie di diagrammi costruiti con l'ausilio di un software di matematica. Tali diagrammi consentono di rendere visibili e più agevolmente interpretabili i risultati ottenuti impiegando gli esempi numerici presentati nel testo. Un'attenta lettura e interpretazione di ogni singolo grafico permette di verificare il livello di comprensione dei concetti di economia. Alcuni lettori troveranno utile questo processo di verifica continua dell'apprendimento, nella misura in cui esso contribuisca a rafforzare le conclusioni ottenute negli esempi specifici considerati. Altri, viceversa, daranno maggior importanza alla comprensione dei "*principi generali*", la cui padronanza consente di applicare determinate metodologie a scenari o ambiti diversi. Entrambe le finalità sono apprezzabili: se l'obiettivo del lettore è ottenere una conoscenza generale degli argomenti esposti, la prima è sicuramente importante; nel caso poi si voglia acquisire un'abilità tale da essere in grado di applicare le conoscenze ottenute a dei casi particolari, la seconda finalità diventa di rilievo.

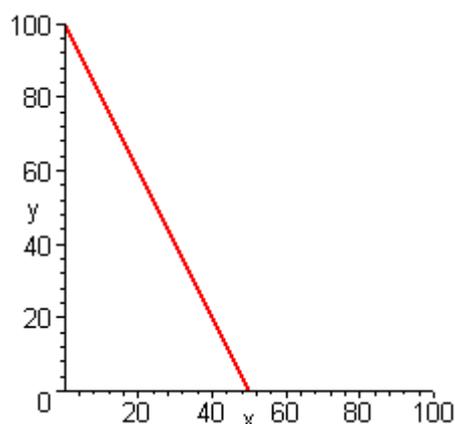
Oltre che per la particolare concezione dell'impiego della matematica nell'ambito dello studio della scienza economica, il nostro approccio si discosta da quello seguito in altri libri di testo per la particolare attenzione rivolta agli aspetti applicativi dei concetti teorici. Gli elementi di teoria economica, infatti, vengono presentati sempre con l'intento di renderli quanto più applicabili a dei casi concreti. In ogni caso, questo va considerato un testo essenzialmente teorico, in quanto le applicazioni pratiche non ne costituiscono l'argomento portante. Il capitolo 16, comunque, si occupa interamente di un'applicazione empirica.

### ***1.3: I Grafici***

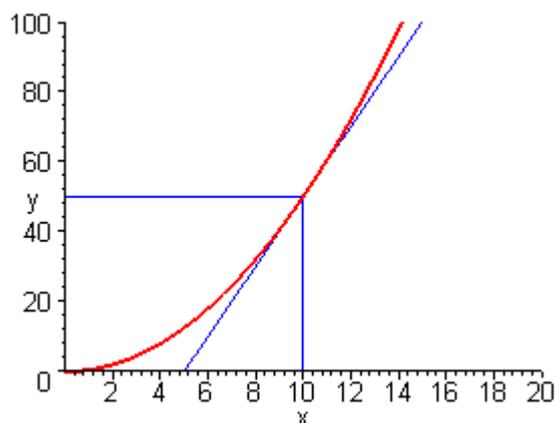
A conclusione di questo breve capitolo introduttivo, passiamo rapidamente in rassegna le proprietà delle rappresentazioni grafiche utilizzate nel testo. Come anticipato, è essenziale che il lettore sia in grado di calcolare l'inclinazione di una retta e di una curva.

Iniziamo dal caso più semplice, nel diagramma di seguito viene rappresentata graficamente l'equazione della retta  $y = x$ . Il valore dell'inclinazione è costante lungo tutta la retta e pari a 1.

Nel diagramma successivo, le due variabili  $y$  e  $x$  sono legate da una relazione negativa:  $y$  decresce al crescere di  $x$ . Questa relazione è rappresentata algebricamente dall'equazione  $y = 100 - 2x$ . L'inclinazione di questa retta è pari a  $-2$ . Il valore dell'inclinazione è negativo, in quanto l'andamento della variabile  $y$  dipende negativamente da quello di  $x$ .



Passando all'analisi di relazioni di tipo non lineare, consideriamo la seguente figura:



In questo caso le due variabili  $y$  e  $x$  sono legate da una relazione non lineare: il valore dell'inclinazione varia al variare di  $x$ . Nel caso specifico, il valore dell'inclinazione è crescente in  $x$ . Per calcolare il valore dell'inclinazione in corrispondenza di un punto particolare lungo la curva, dobbiamo considerare l'inclinazione della retta tangente la curva nello stesso punto. Ad esempio, nel grafico precedente abbiamo disegnato la retta tangente la curva nel punto  $x = 10$ ,  $y = 50$ : l'inclinazione di questa retta è pari a  $50/5 = 10$ . L'inclinazione della curva nel punto  $x = 10$ ,  $y = 50$  è 10.

#### ***1.4: Riassunto***

Il concetto di maggiore importanza esposto in questo capitolo introduttivo è che ogni tipo di attività economica esiste – e la scienza economica stessa, che tali attività ha lo scopo di studiare, esiste – per le diversità che intercorrono tra individui: *la gente è differente (people are different)*. Se tali diversità non esistessero, non esisterebbe neanche la possibilità di ottenere benefici reciproci dallo scambio e si annullerebbe il bisogno stesso di intraprendere l'attività economica. Ma gli agenti economici sono diversi l'un l'altro sia in termini di preferenze che di dotazioni iniziali di risorse produttive, e ciò crea il presupposto per la creazione di guadagni reciproci per tutti i partecipanti allo scambio.

Si potrebbe dire che lo scopo principale della scienza economica sia quello di definire il modo migliore di attivare uno scambio reciprocamente vantaggioso per le parti coinvolte. Ciò implica lo studio della migliore modalità organizzativa possibile del processo di scambio, al fine di promuovere le relazioni tra agenti che potrebbero beneficiarne ed impedire che allo scambio prendano parte individui che potrebbero risulterne danneggiati.

L'economia ha per scopo anche la previsione del comportamento degli agenti in determinate situazioni. La previsione può avere ad oggetto il comportamento individuale in scenari “completamente nuovi” per l'individuo o che risultano da mutamenti intervenuti in situazioni preesistenti. Nel secondo caso, che si abbiano o no informazioni su come si comportava l'individuo prima che intervenisse il cambiamento, l'obiettivo è verificare come tale comportamento si modifica nel nuovo scenario. Ad esempio, si può analizzare come la domanda di un bene sia influenzata da diversi valori del reddito, del proprio prezzo o dei prezzi di altri beni.

Infine, la previsione può riguardare gli effetti sul benessere individuale di determinati mutamenti. In questo caso, la previsione può avere ad oggetto la condizione di agenti economici già coinvolti in un'attività economica o quella di altri che ad essa non partecipano, ma potrebbero decidere di farlo nella situazione che si determina dopo il cambiamento.

# Parte 1: Economie senza produzione

## Riassunto

La prima parte del libro analizza lo scambio in un mondo perfettamente concorrenziale e senza produzione mediante l'analisi domanda-offerta per il mercato di un singolo bene e la "scatola di Edgeworth" per l'intera economia. Inizialmente viene preso in considerazione il caso un bene discreto (che può essere scambiato solo in unità intere) e i *prezzi di riserva*, sotto alcune condizioni, riflettono le proprietà delle *preferenze* individuali. Dalle informazioni relative ai prezzi di riserva individuali risulta relativamente semplice derivare la domanda e l'offerta del bene e calcolare i surplus dei partecipanti allo scambio. Il surplus del consumatore è misurato dall'area compresa tra il prezzo pagato e la curva di domanda, quello del venditore è rappresentato dall'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta. Vengono poi discusse varie forme di scambio. Particolare attenzione viene dedicata alle proprietà dell'equilibrio concorrenziale in termini di surplus. I risultati ottenuti per un bene discreto vengono estesi successivamente al caso di un bene perfettamente divisibile (scambiabile in qualsiasi ammontare). La generalizzazione avviene prima per lo stesso tipo di preferenze definite in termini di prezzi di riserva individuali (per ogni "unità" del bene), e poi assumendo preferenze più generiche. In seguito viene esposto il procedimento di derivazione della funzione di domanda a partire dalle preferenze individuali mostrando come le informazioni che si ottengono seguendo il procedimento inverso possano essere utilizzate a fini sia normativi che di previsione. Lo strumento di analisi della scatola di Edgeworth viene impiegato per analizzare un'economia senza produzione in cui due agenti interagiscono scambiando due beni. L'introduzione del concetto di curva dei contratti rende possibile la definizione dell'efficienza dello scambio, concludendo che lo scambio è efficiente in condizioni di perfetta concorrenza, ma non nei mercati di monopolio e monopsonio. La prima parte si chiude con alcuni cenni all'economia del benessere e al modo in cui può essere scelta una particolare allocazione appartenente alla curva dei contratti.

## *Dettagli*

Questa parte del libro offre le conoscenze di base per: (1) derivare le curve di domanda e offerta e calcolare il surplus del compratore come l'area compresa tra il prezzo pagato e la curva di domanda, e quello del venditore come l'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta; (2) dimostrare che l'equilibrio concorrenziale massimizza il surplus totale dei partecipanti allo scambio; (3) costruire la scatola di Edgeworth e utilizzarla per dimostrare che scambi reciprocamente vantaggiosi sono sempre possibili (se gli individui hanno diverse preferenze o diverse dotazioni), (4) che le allocazioni efficienti appartengono alla curva dei contratti, e che (5) l'equilibrio concorrenziale è efficiente mentre di equilibri di monopolio e monopsonio non lo sono. L'analisi svolta in questa parte del corso riguarda sia la domanda che l'offerta, ma senza rivelare che la prima proviene dai consumatori e la seconda è propria delle imprese. Vengono presi in considerazione sia aspetti positivi che normativi.

**Capitolo 2** *I guadagni dallo scambio*: Questo capitolo descrive come e quando lo scambio può risultare in vantaggi reciproci per i partecipanti. Il punto di partenza dell'analisi è un mercato ipotetico in cui un certo numero di compratori e venditori con determinati prezzi di riserva scambiano un singolo bene. Molte variabili di rilievo sono assunte come date, ma alcuni concetti chiave vengono esposti. Lo scambio concorrenziale viene definito efficiente perché consente di massimizzare il surplus totale, in contrapposizione ai mercati di monopolio e monopsonio che efficienti non sono.

**Capitolo 3** *Beni discreti: prezzi di riserva, domanda, offerta e surplus*: Il concetto di prezzo di riserva viene discusso utilizzando l'analisi delle curve di indifferenza (per un bene e la moneta) in presenza di preferenze quasi lineari (definite e discusse in dettaglio). I prezzi di riserva sono costanti in presenza di preferenze quasi lineari. Le funzioni di domanda e offerta vengono derivate nel semplice scenario di un bene scambiabile solo con moneta, dimostrando che un individuo si comporta alternativamente da compratore o venditore del bene rispettivamente in presenza di prezzi sufficientemente bassi o alti. Infine, vengono introdotte le definizioni di surplus del compratore (misurato dall'area compresa tra il prezzo pagato e la curva di domanda) e del venditore (misurato dall'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta).

**Capitolo 4** *Beni perfettamente divisibili: domanda, offerta e surplus*: I risultati ottenuti nel capitolo 3 vengono estesi al caso di un bene perfettamente divisibile, utilizzando ancora l'analisi grafica nello spazio (bene, moneta) e assumendo preferenze quasi lineari. Le funzioni di domanda e offerta vengono derivate e le proprietà del surplus vengono confermate in questo nuovo contesto. Si passa poi ad un'estensione delle conclusioni ottenute al caso di preferenze non quasi lineari, mettendo in risalto la necessità di approfondire il concetto di prezzo di riserva.

**Capitolo 5** *Preferenze*: Le preferenze individuali per due beni vengono rappresentate graficamente con le curve di indifferenza ed espresse in forma algebrica con le funzioni di utilità. Dato che ogni trasformazione monotona crescente della funzione di utilità è in grado di riflettere le proprietà delle stesse preferenze, si conclude che non è possibile misurare la "felicità" degli individui e confrontarla con quella degli altri. Infine, vengono descritte le proprietà di diversi tipi di preferenze che implicano un diverso rapporto di sostituibilità tra i due beni: (1) perfetti sostituti; (2) perfetti complementi; (3) Cobb-Douglas; (4) Stone-Geary; (5) quasi lineari.

**Capitolo 6** *Domanda e offerta con reddito in forma di dotazioni*: In questo capitolo vengono derivate le funzioni di domanda e offerta per diversi tipi di preferenze. Particolare enfasi è posta sulla possibilità di risalire (almeno in parte) alla forma delle preferenze individuali a partire dalla funzione di domanda e usare le informazioni così ottenute a fini di previsione.

**Capitolo 7** *Domanda e offerta con reddito in forma di moneta*: In questo capitolo generalizziamo i risultati dei capitoli precedenti e le curve di

domanda e offerta vengono derivate nel caso il reddito sia espresso in termini di moneta anziché di dotazioni iniziali dei due beni. Ancora una volta la dipendenza tra la forma delle preferenze e quella della funzione di domanda è messa in risalto e riferita al nuovo scenario di riferimento.

**Capitolo 8** *Lo scambio*: L'analisi condotta in questo capitolo mediante l'impiego della scatola di Edgeworth consente di concludere che quando gli agenti economici sono diversi per preferenze o dotazioni iniziali, è sempre possibile che lo scambio risulti in guadagni reciproci per i partecipanti. La curva dei contratti viene prima definita e poi derivata. Si dimostra l'appartenenza dell'equilibrio concorrenziale all'insieme delle allocazioni efficienti (la curva dei contratti), in contrapposizione ai mercati di monopolio e monopsonio che efficienti non sono. Il capitolo estende e approfondisce i risultati ottenuti nel capitolo 2.

**Capitolo 9** *Economia del benessere*: In questo capitolo viene descritto il processo di scelta sociale di una tra le possibili allocazioni efficienti (una delle allocazioni appartenenti alla curva dei contratti). A tale scopo si fa cenno ad alcuni elementi di teoria della scelta sociale. Viene posta in risalto l'incapacità della scienza economica a fornire da sola una soluzione al problema della scelta dell'allocazione ottima da parte della società. Infine, vengono enunciati i due teoremi fondamentali del benessere che sono di fondamentale importanza per chi volesse approfondire i temi dell'economia del benessere.

## Capitolo 2: I guadagni dallo scambio

### **2.1: Introduzione**

Questo capitolo, sebbene di natura introduttiva, permette di raggiungere importanti conclusioni. In esso si mostra come lo scambio possa risultare in vantaggi reciproci per le parti che ad esso decidano di prendere parte. I guadagni derivanti dallo scambio vengono misurati utilizzando il concetto di surplus. Nel corso del capitolo discutiamo come diverse forme organizzative dello scambio abbiano per risultato una particolare distribuzione dei guadagni tra gli agenti economici. Esponiamo, inoltre, le proprietà che un'organizzazione di mercato deve possedere per massimizzare i benefici totali derivanti dallo scambio. Ciò rende possibile la discussione del concetto di *efficienza* e la verifica di quali meccanismi di mercato possano essere definiti efficienti. Il modulo didattico sul quale questo libro di testo si basa, include una lezione nel corso della quale il meccanismo di scambio per un bene ipotetico viene simulato con l'aiuto degli studenti. La finalità della simulazione è quella di dare agli studenti un'idea tangibile di quali siano vantaggi e svantaggi connessi ad un particolare meccanismo di mercato e ad essa faremo riferimento nel seguito.

### **2.2: Un mercato ipotetico**

Prendiamo in considerazione il mercato di un bene ipotetico. Assumiamo che tale bene possa essere scambiato solo in unità intere. In altri termini, consideriamo un bene *discreto*: compratori e venditori possono acquistare e vendere solo 0, 1, 2 etc. unità del bene. Esempi di una tale tipologia di bene sono automobili, televisioni ecc. Il caso opposto è quello dei beni *perfettamente divisibili*, i quali possono essere scambiati in qualsiasi ammontare.

A fini esemplificativi, assumiamo che ciascuno degli individui che voglia partecipare allo scambio del bene in questione, ne desideri comprare o vendere al massimo una singola unità. Compratori e venditori sono definiti partecipanti "potenziali" al mercato. Essi, infatti, prendono parte allo scambio solo se il prezzo del bene si stabilizza ad un livello al quale essi sono disposti ad comprare e vendere. Il livello del prezzo dipende a sua volta dal tipo di organizzazione di mercato prevalente e dalla valutazione soggettiva del valore del bene da parte dei partecipanti potenziali al mercato.

Introduciamo il concetto di *prezzo di riserva* – la cui definizione formale è contenuta al capitolo 3 – al quale venditori e compratori potenziali sono disposti rispettivamente a vendere e comprare una singola unità del bene.

Iniziamo con l'analisi del comportamento di un tipico compratore potenziale. Esiste un prezzo *massimo* al quale egli è disposto a comprare il bene. A tale prezzo l'individuo è *indifferente* tra comprare e non comprare. Per un prezzo maggiore, il compratore potenziale preferisce strettamente non comprare; viceversa, se il prezzo che prevale sul mercato è inferiore a tale prezzo massimo, il compratore preferisce strettamente comprare. Il prezzo massimo in questione viene definito *prezzo di riserva* per una unità del bene.

Se ad esempio, il prezzo di riserva del compratore potenziale è pari a 40 euro, egli è disposto ad acquistare una unità del bene per ogni livello di prezzo uguale o

inferiore a 40 euro, ma non acquisterà il bene per un prezzo di mercato maggiore di 40 euro.

Introduciamo l'ipotesi esemplificativa che il prezzo di riserva unitario sia lo stesso per tutti i potenziali compratori. In generale, comunque - e coerentemente alla nostra idea di fondo in base alla quale *people are different* - ciascuno dei potenziali compratori può avere un prezzo di riserva diverso, anche se ciò non esclude che alcuni possano fare riferimento allo stesso prezzo di riserva.

Consideriamo ora un potenziale venditore del bene, il quale ha un prezzo *minimo* al quale accetta di vendere una unità del bene. In corrispondenza di tale prezzo, egli è *indifferente* tra vendere e non vendere. Ad un prezzo minore di tale prezzo minimo, il venditore preferisce strettamente non vendere; nel caso invece il prezzo sia maggiore del prezzo minimo, egli preferisce strettamente vendere il bene. Tale prezzo minimo di riferimento è definito *prezzo di riserva* unitario del venditore.

Se ad esempio, il prezzo di riserva del nostro venditore potenziale è 70 euro, egli preferisce vendere una unità del bene a qualsiasi prezzo maggiore o uguale di 70 euro, mentre non partecipa allo scambio per un livello di prezzo inferiore a 70 euro.

Analogamente a quanto assunto per i compratori potenziali, ipotizziamo che tutti i venditori potenziali abbiano lo stesso prezzo di riserva unitario. In generale, comunque - e coerentemente alla nostra idea di fondo in base alla quale *le persone sono differenti* - ciascuno dei potenziali venditori può avere un prezzo di riserva diverso, anche se ciò non esclude che esso sia identico che qualcuno di loro.

Il funzionamento del mercato prevede – in base alla forma organizzativa prevalente – che venditori e compratori del bene inizino ad interagire in una serie di contrattazioni, ognuna delle quali termina con lo scambio del bene ad un prezzo unitario compreso tra il prezzo di riserva del venditore e quello del compratore<sup>1</sup>. Il guadagno di venditori e compratori dipende da quanto il prezzo al quale avviene ciascuno scambio si discosta dai rispettivi loro prezzi di riserva.

Consideriamo prima il caso del compratore che, nel caso acquisti una singola unità del bene pagando esattamente il proprio prezzo di riserva, non riceve beneficio alcuno dallo scambio. Infatti, il suo prezzo di riserva è definito come il prezzo massimo al quale è disposto ad acquistare e, dunque, il prezzo al quale è indifferente tra partecipare o no allo scambio. In questo caso, diciamo che il *surplus* ottenuto dal compratore è *zero*. Viceversa, se il prezzo al quale avviene lo scambio è inferiore al prezzo di riserva, il surplus del compratore è misurato dalla differenza tra il prezzo massimo che il compratore sarebbe disposto a pagare (il suo prezzo di riserva) e il prezzo che paga effettivamente al venditore. Se indichiamo il prezzo di riserva con  $r$  e quello effettivamente pagato con  $p$ , il surplus del compratore è definito come segue:

$$\text{Surplus del compratore} = r - p$$

Un ragionamento simile si applica all'analisi del surplus del venditore. Ammettiamo che il venditore venda una unità del bene ad un prezzo corrispondente al proprio prezzo di riserva. In tal caso il venditore non riceve nessun vantaggio dallo scambio, in quanto il proprio prezzo di riserva è il prezzo unitario minimo al quale egli è disposto a vendere il bene (in corrispondenza del quale è indifferente tra vendere e non vendere). Possiamo dunque concludere che, per un prezzo uguale al prezzo di riserva, il *surplus* che il venditore ricava dallo scambio è *zero*. Viceversa, se lo scambio avviene ad un prezzo maggiore del prezzo di riserva, il surplus del venditore è calcolato come differenza tra il prezzo unitario al quale egli vende il bene e il prezzo minimo al quale sarebbe disposto a venderlo (il proprio prezzo di riserva). Se indichiamo il prezzo di riserva del venditore con  $r$  e il prezzo di scambio con  $p$ , il surplus del venditore è definito come segue:

$$\text{surplus del venditore} = p - r$$

Dalle due equazioni che definiscono il surplus delle due parti partecipanti allo scambio, risulta che il guadagno del compratore è tanto maggiore quanto più basso è il prezzo di scambio. Viceversa, il guadagno conseguito dal venditore è tanto maggiore quanto più alto è il prezzo che riceve dal compratore.

Ad esempio, supponiamo che il prezzo di riserva del compratore sia 70 euro e quello del venditore 40 euro. Se il prezzo unitario al quale viene effettivamente scambiato il bene è pari a 60 euro, il surplus del compratore sarà 10 euro, quello del venditore 20 euro.

E' importante notare che i valori dei prezzi di riserva di compratori e venditori determinano le occasioni di scambio sul mercato. Se, ad esempio, i prezzi di riserva di *tutti* i potenziali acquirenti di un bene assumono valori *inferiori* a quelli dei prezzi di riserva di *tutti* i potenziali venditori dello stesso bene, non può avere luogo nessuno scambio che sia vantaggioso per entrambe le parti. Infatti, nessun compratore potenziale è capace di trovare sul mercato un venditore potenziale disposto a vendere il bene ad un prezzo conveniente per entrambi. Viceversa, se c'è coincidenza tra i valori dei prezzi di riserva di almeno qualche venditore e compratore potenziale, esisterà sempre la possibilità di intraprendere scambi reciprocamente vantaggiosi. Determinante, comunque, è la forma organizzativa del mercato.

Un esempio che chiarisce il funzionamento del mercato è dato dalla simulazione che ha luogo in aula con l'ausilio degli studenti. La simulazione inizia distribuendo a ciascuno degli studenti un foglio di carta contenente delle istruzioni. Le istruzioni ricevute dallo studente sono:

“Sei un compratore potenziale e desideri comprare una singola unità del bene. Il tuo prezzo di riserva unitario è 40 euro: sei disposto a pagare al massimo un prezzo pari a 40 euro per acquistare una unità del bene.”

Oppure:

“Sei un venditore potenziale e desideri vendere una singola unità del bene. Il tuo prezzo di riserva unitario è 70 euro: sei disposto a vendere una unità del bene ad un prezzo uguale o maggiore di 70 euro.”

Oppure ancora:

“Non sei compratore né venditore potenziale del bene: non partecipi allo scambio.”<sup>2</sup>

Ognuno dei partecipanti alla simulazione conosce solo le proprie istruzioni e non può rivelarle agli altri. Dopo aver ricevuto le istruzioni, gli studenti prendono parte allo scambio del bene ipotetico e al termine della simulazione possono guadagnare un premio che rappresenta il surplus. L'entità del premio dipende dal fatto che i partecipanti riescano a concludere lo scambio, dal valore dei loro prezzi di riserva e dal livello del prezzo di scambio. Tutti i partecipanti sono al corrente del fatto che i prezzi di riserva possono realisticamente variare da soggetto a soggetto e l'istruttore può decidere di non rivelare i livelli dei prezzi di riserva<sup>3</sup>.

All'inizio della simulazione viene mostrato ai partecipanti una tabella nella quale, a scambi avvenuti, verrà richiesto loro di inserire le seguenti informazioni: i nomi dei partecipanti ad ogni singolo scambio avvenuto e i loro rispettivi prezzi di riserva, i prezzi ai quali gli scambi sono avvenuti e il valore dei surplus derivanti dagli scambi. Si suggerisce inoltre agli studenti di agire in maniera tale da massimizzare i propri surplus.

La simulazione ha quindi avvio senza che alcun tipo particolare di organizzazione venga imposta al mercato. Naturalmente, esiste un'organizzazione implicita in base alla quale gli scambi avvengono a conclusione di una serie di negoziazioni bilaterali tra compratori e venditori potenziali. Man mano che tali negoziazioni hanno per esito la conclusione di alcuni scambi, gli studenti inseriscono nella tabella le informazioni richieste.

Di solito avviene che, all'inizio della simulazione, dopo un breve periodo di assoluto silenzio, gli studenti cercano in maniera concitata qualcuno con cui concludere lo scambio. In seguito, un certo numero di scambi si conclude in maniera molto rapida e i primi studenti iniziano a riempire con le informazioni richieste le celle della tabella; dopo, tutti gli altri fanno la fila per fare lo stesso. Quando viene dato lo stop alle negoziazioni – sebbene non

tutte le occasioni di scambio siano state sfruttate - la tabella con tutte le informazioni relative agli scambi appare come segue:

| <b>Compratore</b> | <b>Venditore</b> | <b>Prezzo di riserva del compratore</b> | <b>Prezzo di riserva del venditore</b> | <b>Prezzo di scambio</b> | <b>Surplus del compratore</b> | <b>Surplus del venditore</b> |
|-------------------|------------------|---|--|--------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| Mike              | Sandra           | 60                                      | 40                                     | 50                       | 10                            | 10                           |
| Julie             | Tania            | 100                                     | 20                                     | 90                       | 10                            | 70                           |
| Fred              | James            | 90                                      | 10                                     | 10                       | 80                            | 0                            |
| Katie             | John             | 40                                      | 40                                     | 40                       | 0                             | 0                            |
| Susan             | Felicity         | 40                                      | 50                                     | 55                       | -15                           | 5                            |
| Donald            | Fabrizio         | 80                                      | 40                                     | 60                       | 20                            | 20                           |
| Kevin             | Susan            | 40                                      | 20                                     | 40                       | 0                             | 20                           |

A questo punto gli studenti vengono invitati a discutere i risultati esposti in tabella e le tipiche considerazioni che vengono fatte sono:

- 1) Non tutti gli scambi si concludono allo stesso prezzo. Il prezzo al quale il bene viene scambiato assume valori compresi tra 10 a 90;
- 2) Alcuni scambi hanno per esito la ripartizione in parti uguali del surplus tra compratore e venditore, come avviene ad esempio tra Donald e Fabrizio;
- 3) In alcuni casi il venditore ottiene un surplus molto più elevato del compratore (come nel caso di Julie e Tania) o viceversa (come per Fred e James);
- 4) Alcuni partecipanti subiscono una perdita in seguito allo scambio (come ad esempio Susan scambiando con Felicity).

Quando agli studenti viene chiesto esprimere una valutazione dell'organizzazione del mercato, i commenti più ricorrente riguardano se sia equo e/o efficiente che gli scambi che hanno per oggetto lo stesso bene non si concludano allo stesso prezzo, se sia equo e/o efficiente che gli agenti economici ricavino dallo scambio valori di surplus diversi e se equo e/o efficiente che altri ancora subiscano delle perdite anziché avvantaggiarsi dallo scambio.

L'ultima osservazione trova giustificazione semplicemente nel fatto che Susan, la studentessa che ha subito una perdita nella negoziazione con Felicity, ha commesso un errore di valutazione da imputare solo a lei e non alla particolare modalità organizzativa del mercato.

Le prime due questioni sollevate dai commenti degli studenti, invece, sono di più difficile soluzione. Infatti, al punto dell'analisi al quale siamo giunti, non è facile occuparsi del concetto di efficienza del mercato, tanto meno è chiaro sulla base di quale

criterio si debba esprimere un parere sulle proprietà di equità dello scambio.

Per introdurre i concetti di equità ed efficienza di mercato, iniziamo a considerare in dettaglio le implicazioni di un particolare tipo di organizzazione di mercato presente nel mondo reale. Consideriamo il mercato di un bene omogeneo scambiabile ad un unico livello di prezzo. Questa assunzione elimina una fonte di iniquità, evitando che gli agenti economici paghino prezzi diversi per acquistare lo stesso bene. Domandiamoci ora se esista un prezzo al quale il numero di unità del bene che gli individui desiderano vendere è pari al numero di unità del bene che altri individui desiderano comprare. Definiamo tale prezzo, se esiste, *prezzo di equilibrio*. Il motivo per cui si adotta questa terminologia sarà chiaro più avanti nelle nostre argomentazioni.

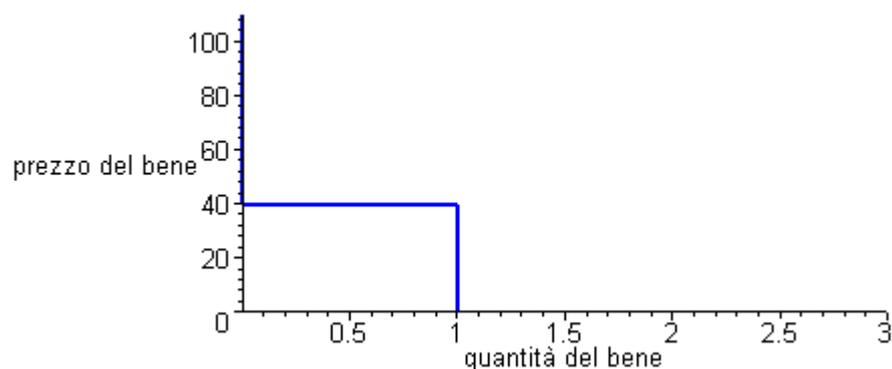
Il primo passo da compiere al fine di verificare l'esistenza del "prezzo di equilibrio" è la determinazione del livello di domanda aggregata per ogni possibile livello di prezzo – in altri termini, dobbiamo calcolare il numero di unità domandate per ogni livello di prezzo. In secondo luogo, si deve determinare il livello di offerta aggregata per ogni possibile livello di prezzo – cioè, si deve calcolare il numero di unità offerte per ogni livello di prezzo.

I prossimi due paragrafi hanno per oggetto la determinazione di domanda e offerta aggregata di un bene omogeneo.

### **2.3: La Domanda**

Consideriamo in primo luogo la determinazione della domanda del bene per un singolo individuo, per poi passare all'analisi della domanda del bene in aggregato. Assumiamo che il prezzo di riserva unitario del compratore sia 40 euro; come detto in precedenza, egli è disposto a comprare il bene per un prezzo inferiore o uguale a 40 euro, ma non ad un prezzo maggiore di 40 euro. La curva di domanda si presenta come nel grafico 2.1. I livelli di prezzo e le quantità domandate sono misurate in ordine crescente rispettivamente sull'asse delle ordinate e delle ascisse<sup>4</sup>.

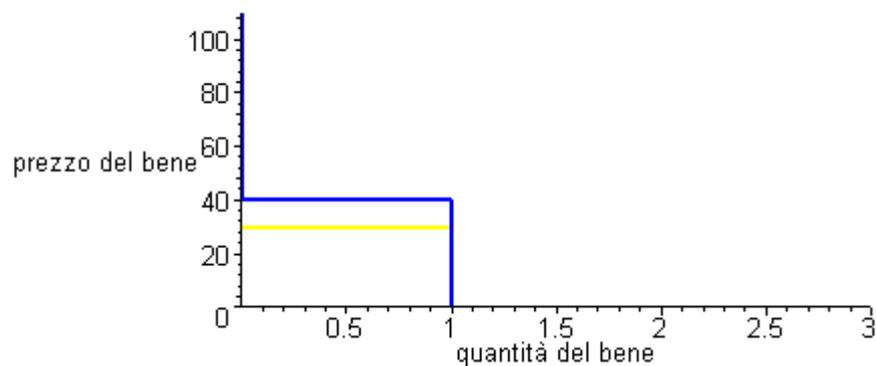
2.1: curva di domanda per un compratore con un prezzo di riserva di 40 euro



Come mostrato in figura, se il prezzo è maggiore di 40 euro, la domanda è zero. Per ogni livello di prezzo minore di 40 euro, la domanda è uguale a 1. La funzione che definisce questa curva di domanda è definita “funzione a gradini”, con un salto in corrispondenza del prezzo di riserva del compratore.

Per poter discutere il concetto di efficienza del meccanismo di mercato, sul quale ci soffermeremo in seguito, è necessario saper rappresentare graficamente il profitto o surplus (per il momento questi due concetti vengono impiegati in maniera intercambiabile) del compratore. Come anticipato, il surplus è pari alla differenza tra il prezzo effettivamente pagato dal compratore e il suo prezzo di riserva. Ad esempio, per un prezzo pari a 10 euro, la differenza tra prezzo di riserva (40 euro) e quello effettivamente pagato (30 euro) è 10 euro.

2.2: profitti a 30 euro per un compratore con un prezzo di riserva di 40 euro



Nel grafico 2.2, il surplus di 10 euro è rappresentato dalla differenza verticale tra il prezzo effettivamente pagato e il prezzo di riserva. La distanza orizzontale tra l'asse delle ordinate e la curva di domanda (per livelli di prezzo inferiori a 40 euro) è 1 (una singola unità del bene). Di conseguenza, l'area tra la retta che indica il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda è pari esattamente a 10 euro, ovvero, misura il surplus ottenuto dal compratore acquistando il bene ad un prezzo unitario di 30 euro. Ne consegue che:

*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

Questo risultato, data la sua importanza, sarà ripreso più volte nel testo e sottoposto ad una -trattazione più formale.

---

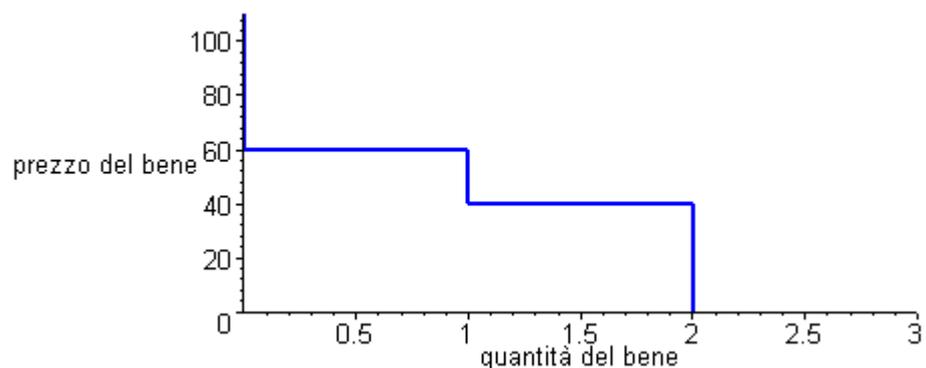
A questo punto dell'analisi una digressione sul concetto di *unità* può essere utile. Consideriamo le unità di misura delle variabile che abbiamo usato finora nella nostra analisi. La variabile misurata sull'asse delle ascisse è la *quantità* del bene, la cui unità di misura dipende dalla natura del bene stesso. Ad esempio, se i beni scambiati sul mercato sono

televisori, sull'asse delle ascisse misuriamo il numero di televisioni. La variabile rappresentata sull'asse delle ordinate è il prezzo del bene; quale è la sua *unità di misura*? La variabile prezzo non è semplicemente misurata in *euro*, bensì in *euro per televisore*, vale a dire l'ammontare di moneta necessario per acquistare *ogni televisore*<sup>5</sup>. Date queste informazioni siamo ora in grado di calcolare l'unità di misura dell'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda. L'unità di misura del surplus è data dal prodotto tra l'unità di misura della variabile sull'asse delle ascisse e quella della variabile misurata sull'asse delle ordinate. Così, nell'esempio del mercato dei televisori, avremo *numero di televisori* moltiplicato *euro per televisore* = *euro*. Dunque, l'area considerata rappresenta il surplus del compratore ed è misurata in *euro*.

Fin qui abbiamo considerato un singolo compratore. Assumiamo che sul mercato ci siano due compratori potenziali del bene; il primo con un prezzo di riserva di 40 euro, il secondo con un prezzo di riserva pari a 60 euro. Il secondo compratore domanda una quantità di bene pari a zero per ogni prezzo maggiore di 60 euro, e uguale a 1 se il prezzo è inferiore o uguale a 60 euro. La forma della curva di domanda del secondo compratore, dunque, è identica a quella presentata in figura 2.1, fatta eccezione per il fatto che il salto si trova in corrispondenza di un prezzo di 60 (il proprio prezzo di riserva) invece che 40 euro (prezzo di riserva del primo compratore). Come in precedenza, il surplus è misurato dall'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.

Il primo compratore non è intenzionato a partecipare allo scambio ad un prezzo maggiore di 40 euro, il secondo invece è disposto a pagare fino a 60 euro. Di conseguenza, nessuno dei due acquista il bene in corrispondenza di un prezzo maggiore di 60 euro, solo uno (il secondo compratore) compra il bene per un livello di prezzo unitario compreso tra 40 e 60 euro e entrambi accettano l'acquisto ad un prezzo unitario inferiore a 40 euro. La domanda aggregata, dunque, si presenta come in figura 2.5:

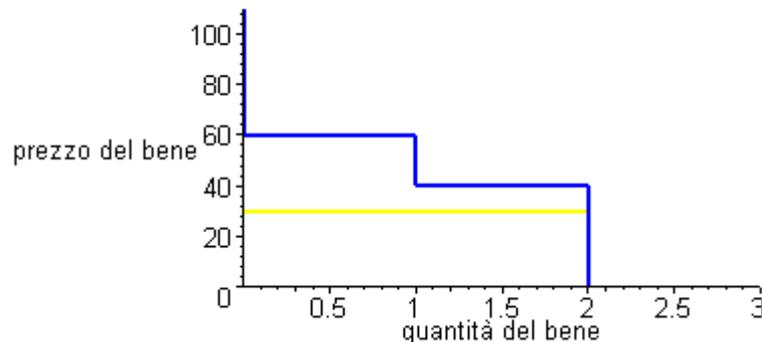
2.5: curva di domanda per compratori con prezzo di riserva di 40 euro e 60 euro



La domanda aggregata è zero per ogni prezzo superiore a 60 euro, 1 per ogni livello di prezzo compreso tra 40 e 60 euro, e 2 se il prezzo è inferiore a 40 euro. Analogamente alle due curve di domanda individuali, la curva di domanda aggregata prende la forma di una funzione a gradini, con uno salto per ogni prezzo di riserva.

Il risultato riguardante il surplus ottenuto in precedenza resta valido e può essere applicato al seguente esempio. Se entrambi i compratori acquistano ad un prezzo pari a 30 euro, il compratore con prezzo di riserva uguale a 40 euro, ottiene un surplus di 10 euro; il compratore con prezzo di riserva di 60 euro, un surplus di 30 euro. A livello aggregato, il surplus è pari a 10 euro + 30 euro = 40 euro. La figura 2.6 chiarisce il procedimento da seguire per ricavare graficamente il surplus in aggregato.

2.6: profitti realizzati da questi due compratori al prezzo di 30 euro



L'area compresa tra il prezzo corrente (30 euro) e la curva di domanda è composta da due rettangoli – il primo di base 1 e altezza 30 euro, il secondo di base 1 e altezza 10. La somma delle aree dei due rettangoli (30 euro + 10 euro = 40 euro) rappresenta il valore del surplus dei due compratori considerati congiuntamente quando il prezzo effettivamente pagato è 30 euro. Concludendo, anche quando l'analisi si riferisce a più di un compratore, abbiamo che:

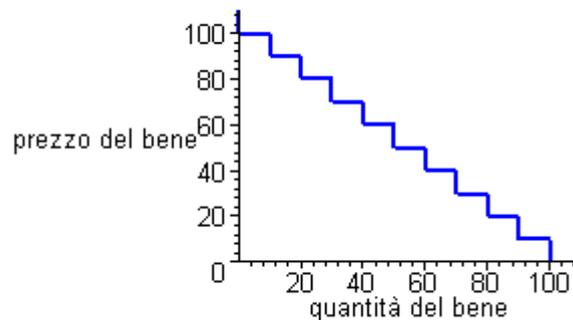
*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

L'estensione del caso di un singolo compratore a quello di più di un compratore sarà approfondita più avanti nel testo. Il lettore più incline all'analisi matematica, potrebbe giudicare ovvia la conclusione della nostra analisi grafica. Per il momento, tuttavia, è importante solo capire intuitivamente il perché di tale conclusione in base all'esempio numerico precedente.

Deriviamo ora la domanda aggregata, vale a dire la curva di domanda di *tutti* i compratori sul mercato. E' evidente che la curva di domanda aggregata deve avere anch'essa la forma di una funzione a gradini, con uno salto in corrispondenza del valore del

prezzo di riserva di ciascuno dei compratori presenti sul mercato. La distribuzione dei prezzi di riserva dei compratori influenza la forma della curva di domanda aggregata. Supponiamo che le informazioni sui prezzi di riserva dei compratori sul mercato siano le seguenti: 10 compratori hanno un prezzo di riserva di 100 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 90 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 80 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 70 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 60 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 50 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 40 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 30 euro, 10 compratori un prezzo di riserva di 20 euro e 10 compratori un prezzo di riserva di 10 euro, per un totale di 100 compratori. In questo semplice esempio, la curva di domanda è una funzione a gradini con salti (di 10 unità, essendo 10 i compratori associati ad ogni livello prezzo di riserva) in corrispondenza di 100, 90, 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20 e 10 euro (figura 2.7).

2.7: curva di domanda aggregata



Nessuno dei compratori è caratterizzato da un prezzo di riserva superiore a 100 euro, per cui per un prezzo unitario maggiore di 100 euro la domanda è zero. I 10 compratori che hanno un prezzo di riserva di 100 euro, sono tutti disposti a pagare un prezzo compreso tra 90 e 100 euro. Pertanto, la domanda aggregata in questo intervallo di valori di prezzo è pari a 10. Lo stesso ragionamento si applica ai compratori con prezzi di riserva sempre più bassi, fino ad arrivare all'ultimo gruppo di compratori con prezzo di riserva di 10 euro. Per ogni prezzo inferiore a 10 euro, tutti i 100 potenziali compratori sono disposti a comprare una unità del bene e la domanda aggregata è pari a 100.

Veniamo infine all'analisi del surplus in aggregato, anticipando che i risultati ottenuti in precedenza sono ancora validi. Assumiamo che il prezzo al quale viene scambiato il bene sia 67 euro. La domanda aggregata in corrispondenza di tale prezzo è pari a 40 (formata 10 compratori con prezzo di riserva di 100 euro, 10 compratori con prezzo di riserva di 90 euro, 10 compratori con prezzo di riserva di 80 euro, e 10 compratori con prezzo di riserva di 70 euro<sup>6</sup>). Quale sarà il surplus che ciascuno dei compratori ottiene dallo scambio? I 10 compratori con prezzo di riserva pari a 100 euro ottengono ciascuno un surplus di 33 euro (= 100 euro -

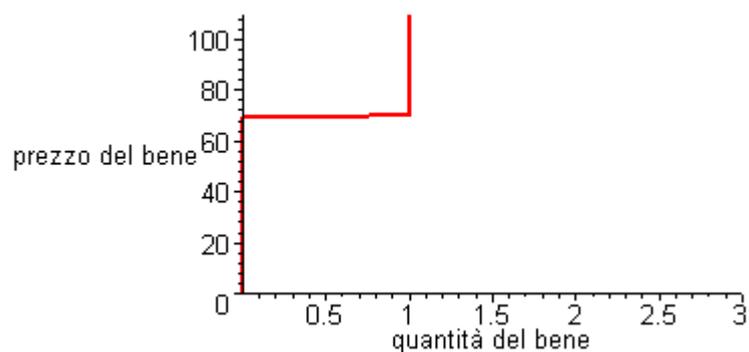
67 euro). Il surplus dei 10 compratori con prezzo di riserva di 90 euro è pari a 23 euro ( $= 90 \text{ euro} - 67 \text{ euro}$ ), quello ottenuto dai 10 compratori con prezzo di riserva di 80 euro è pari a 13 euro ( $= 80 \text{ euro} - 67 \text{ euro}$ ), quello dei 10 compratori con prezzo di riserva di 70 euro è 3 euro ( $= 70 \text{ euro} - 67 \text{ euro}$ ). Il surplus totale ammonta a 720 euro ed è così calcolato: 330 euro ( $= 10 \times 33 \text{ euro}$ ) più 230 euro ( $= 10 \times 23 \text{ euro}$ ) più 130 euro ( $= 10 \times 13 \text{ euro}$ ) più 30 euro ( $= 10 \times 3 \text{ euro}$ ). 720 euro è esattamente pari all'area compresa tra il prezzo corrente (67 euro) e la curva di domanda (E' importante per il lettore assicurarsi di aver compreso a pieno le proprietà del surplus del compratore esposte finora). Ancora una volta, come nei casi del singolo compratore e dei due compratori considerati congiuntamente, abbiamo raggiunto l'importante risultato in base al quale:

*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

#### **2.4: L'Offerta**

In questo paragrafo l'analisi del paragrafo 2.3 viene ripetuta dal lato dell'offerta di mercato, considerando il comportamento dei venditori anziché quello dei compratori potenziali del bene. Come in precedenza, determiniamo prima l'offerta a livello individuale, poi analizziamo il caso di due venditori e, infine, passiamo all'analisi dell'offerta aggregata. La curva di offerta per un singolo venditore con un prezzo di riserva di 70 euro è rappresentata nella figura 2.8.

2.8: curva di offerta di un venditore con un prezzo di riserva di 70

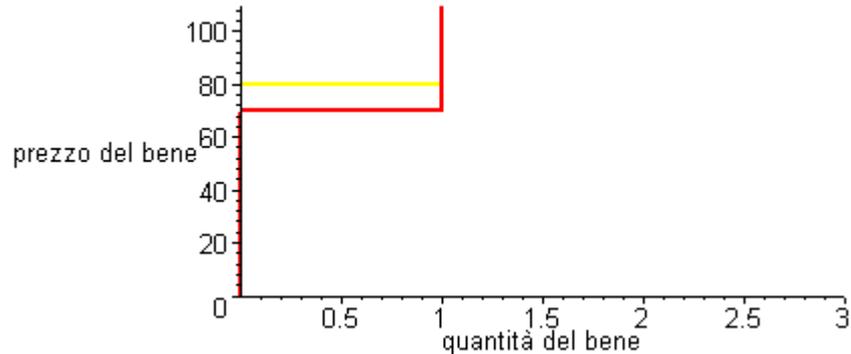


Come risulta evidente dal grafico, l'offerta è pari a zero per ogni prezzo inferiore a 70 euro, ed è uguale a 1 per livelli di prezzo maggiori di 70 euro. La funzione che definisce questa curva di offerta è una funzione a gradini, con un salto in corrispondenza del prezzo di riserva del venditore.

In analogia con l'analisi del comportamento del compratore potenziale, rappresentiamo graficamente il profitto o surplus che il venditore potenziale è in grado di ottenere dallo scambio per un dato livello del prezzo effettivamente ricevuto. Come sappiamo, il surplus del venditore è pari alla differenza tra il proprio prezzo di

riserva e quello che effettivamente riceve dal compratore. Se, ad esempio, il bene viene venduto ad un prezzo unitario di 80 euro, dato che il prezzo di riserva del venditore è 70 euro, il surplus è di 10 euro. Dal punto di vista grafico:

2.9: profitti at 80 euro per un venditore con un prezzo di riserva di 70 euro



Il surplus di 10 euro è rappresentato in figura dalla distanza verticale tra il prezzo al quale il bene è scambiato e il prezzo di riserva del venditore. La distanza orizzontale tra l'asse delle ordinate e la curva di offerta (per ogni livello di prezzo inferiore a euro 70) è pari a 1 (ossia una unità del bene). Di conseguenza, l'area tra la retta del prezzo di scambio e la curva di offerta è uguale a 10 euro e misura il surplus che il venditore ottiene scambiando il bene ad un prezzo unitario di 80 euro:

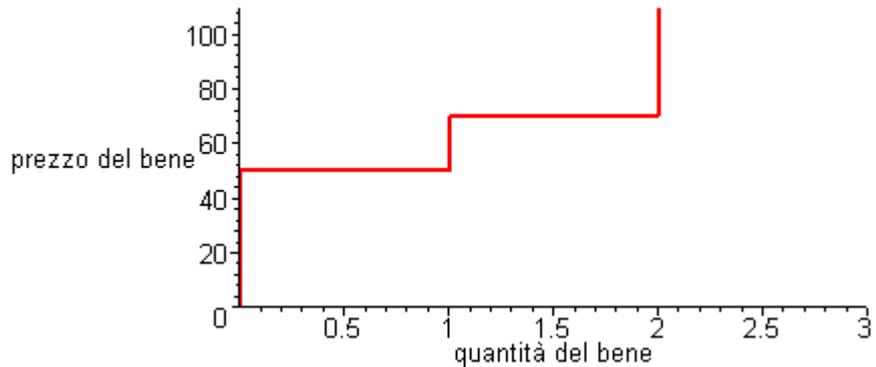
*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

La determinazione della curva di offerta aggregata avviene seguendo una procedura analoga a quella adottata in precedenza per determinare la domanda aggregata del bene. Consideriamo due venditori potenziali, il primo con un prezzo di riserva di 70 euro, il secondo con un prezzo di riserva inferiore (50 euro). Per ogni prezzo inferiore a 50 euro, il secondo venditore non è disposto a vendere il bene (la quantità offerta del bene è zero), mentre il contrario avviene in corrispondenza di ogni livello di prezzo maggiore di 50 euro (l'offerta è uguale a 1 per ogni prezzo maggiore di 50 euro). Di conseguenza, la sua curva di offerta ha la forma di quella presentata nella figura 2.8, con un'unica differenza: il salto in corrispondenza di un valore sull'asse delle ascisse di 50 euro (il valore del proprio prezzo di riserva) invece che di 70 euro (il valore del prezzo di riserva del primo compratore). La derivazione grafica del surplus avviene come in precedenza.

Al fine di determinare l'offerta aggregata dei due venditori, notiamo in primo luogo che se il primo dei venditori non è disposto a vendere il bene per un prezzo unitario inferiore a 70 euro, il prezzo di riserva del secondo è solo 50 euro. Di conseguenza, nessuno dei due prende parte allo scambio per un prezzo inferiore

a 50 euro, solo uno (il secondo venditore) desidera vendere quando il prezzo è compreso tra 50 e 70 euro, ed entrambi accettano di vendere il bene ad un prezzo maggiore di 70 euro. L'offerta di mercato, dunque, prende la forma presentata nella seguente figura:

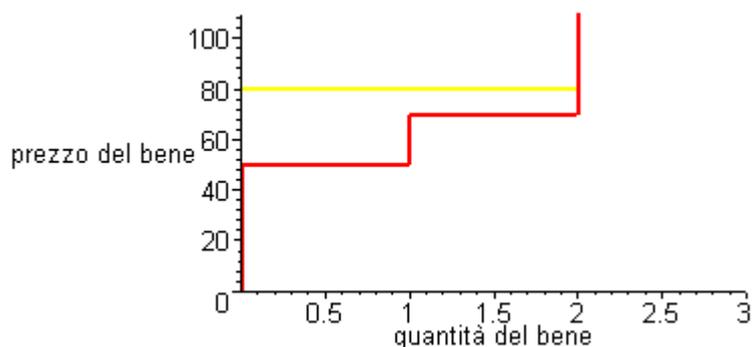
2.12: curva di offerta per venditori con prezzi di riserva di 50 euro e 70 euro



Le proprietà della curva di offerta in figura sono le seguenti: la quantità offerta è zero per ogni prezzo inferiore a 50 euro, 1 per ogni livello di prezzo compreso tra 50 e 70 euro, e 2 per ogni prezzo maggiore di 70 euro. La curva di offerta nel caso di due venditori potenziali è una funzione a gradini, come le due curve di offerta individuali considerate in precedenza, con l'unica differenza di presentare due salti (uno per ogni prezzo di riserva dei due venditori).

Supponiamo ora che il prezzo di scambio si stabilizzi a 80 euro e verifichiamo se siamo ancora in grado di ottenere il risultato presentato in precedenza a proposito della rappresentazione grafica del surplus del venditore. Dalla vendita di una singola unità del bene ad un prezzo di 80 euro, il primo venditore ottiene un surplus pari a 10 euro, mentre il surplus del secondo è di 30 euro. Il surplus dei due venditori considerati congiuntamente, dunque, è uguale a 10 euro + 30 euro = 40 euro. La derivazione grafica del surplus così calcolato è mostrata nella figura seguente:

2.13: profitti realizzati da questi due venditori al prezzo di 80 euro



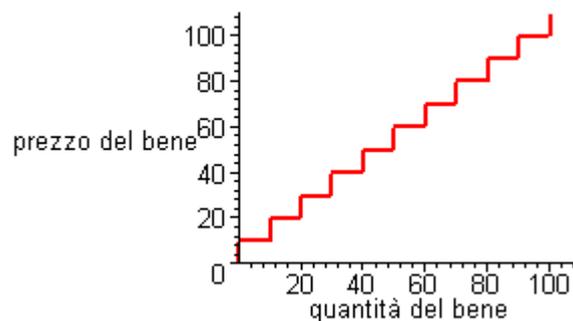
L'area compresa tra il prezzo al quale il bene viene effettivamente venduto (80 euro) e la curva di offerta può essere ottenuta dalla somma delle aree di due rettangoli – il primo di base 1 e altezza 30

euro e il secondo di base 1 e altezza 10. Sommando le aree dei due rettangoli (30 euro + 10 euro = 40 euro) otteniamo il valore del surplus totale dei due venditori presenti sul mercato per un prezzo di scambio di 80 euro. In conclusione, anche quando sul mercato è presente più di un venditore potenziale, il risultato ottenuto in precedenza resta valido:

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

Illustriamo ora il procedimento da seguire per definire la curva di offerta di *tutti* i venditori potenziali presenti sul mercato, vale a dire l'offerta aggregata. Tale curva, analogamente alla curva di domanda aggregata, prende la forma di una funzione a gradini con un salto in corrispondenza di ciascuno dei prezzi di riserva dei venditori potenziali. Come fatto in precedenza per la determinazione della curva di domanda, consideriamo una ipotetica distribuzione di prezzi di riserva dei venditori potenziali di un certo bene e deriviamo graficamente la corrispondente curva di offerta aggregata. Supponiamo che le informazioni sui prezzi di riserva dei venditori sul mercato siano le seguenti: 10 venditori con un prezzo di riserva di 10 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 20 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 30 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 40 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 50 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 60 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 70 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 80 euro, 10 venditori con un prezzo di riserva di 90 euro e 10 venditori con un prezzo di riserva di 100 euro, per un totale di 100 venditori. La corrispondente curva di offerta aggregata è data da una funzione a gradini con salti (di 10 unità, essendo 10 i compratori associati ad ogni prezzo di riserva) in corrispondenza di 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 euro (figura 2.14).

2.14: curva di offerta aggregata



In base alla nostra distribuzione di prezzi di riserva, nessun venditore potenziale ha un prezzo di riserva inferiore a 10 euro: l'offerta è zero per ogni prezzo inferiore a 10 euro. 10 dei venditori potenziali hanno un prezzo di riserva di 10 euro e sono tutti intenzionati a vendere il bene ad un prezzo unitario compreso tra 10 e 20 euro: l'offerta aggregata in questo intervallo è pari a 10. Lo

stesso ragionamento si applica ai venditori caratterizzati da prezzi di riserva sempre maggiori fino ad arrivare all'ultimo gruppo di 10 venditori potenziali con un prezzo di riserva di 100 euro. In corrispondenza di ogni livello di prezzo maggiore di 10 euro, tutti i 100 potenziali venditori sono disposti a vendere il bene e, dunque, l'offerta aggregata è uguale a 100.

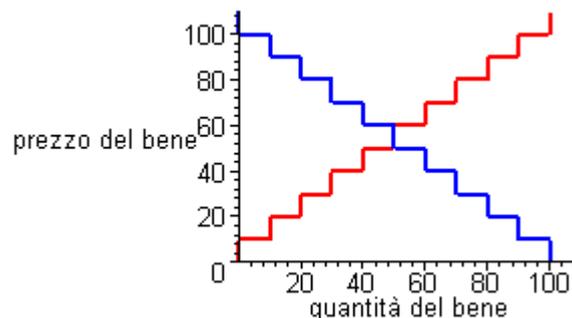
Ancora un volta il risultato riguardante il calcolo del surplus resta invariato come illustrato dal seguente esempio di un prezzo effettivamente ricevuto di 47 euro. Per un tale livello di prezzo, la quantità offerta in aggregato è uguale a 40 (10 venditori con prezzo di riserva di 10 euro, 10 venditori con prezzo di riserva di 20 euro, 10 venditori con prezzo di riserva di 30 euro e 10 venditori con prezzo di riserva di 40 euro<sup>7</sup>). I 10 venditori con prezzo di riserva pari a 10 euro ottengono ciascuno un surplus di 37 euro (= 47 euro - 10 euro). Il surplus dei 10 potenziali venditori con prezzo di riserva di 20 euro è pari a 27 euro (= 47 euro - 20 euro), quello dei 10 venditori con prezzo di riserva di 30 euro è di 17 euro (= 47 euro - 30 euro), e il surplus dei 10 venditori con prezzo di riserva di 40 euro è uguale a 7 euro (= 47 euro - 40 euro). Di conseguenza, il surplus totale è uguale a 880 euro: 370 euro (= 10 x 37 euro) più 270 euro (= 10 x 27 euro) più 170 euro (= 10 x 17 euro) più 70 euro (= 10 x 7 euro). 880 euro è pari esattamente all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto (47 euro) e la curva di offerta. In conclusione e come nei casi del singolo venditore e dei due venditori considerati congiuntamente:

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

## 2.5: Il Mercato nel suo complesso

In questo paragrafo ci occupiamo del funzionamento del mercato del bene nel suo complesso. Il grafico seguente mostra l'offerta e la domanda aggregata nelle forme derivate in precedenza sulla base delle distribuzioni dei prezzi di riserva di compratori e venditori potenziali presenti sul mercato.

2.15: le curve di domanda e offerta aggregate



Poniamoci la seguente domanda: “Esiste un prezzo tale che la domanda aggregata è uguale all'offerta aggregata?”. Per essere in

grado di rispondere a questa domanda, è sufficiente interpretare il grafico precedente: per ogni livello di prezzo compreso tra 50 e 60 euro, sia la domanda che l'offerta aggregata del bene sono uguali a 50<sup>8</sup>. Domandiamoci ora quali dei compratori e venditori potenziali presenti sul mercato parteciperanno allo scambio e quante transazioni avremo sul mercato. I compratori potenziali che decidono di acquistare il bene sono quelli con prezzi di riserva pari di 100, 90, 80, 70 e 60 euro: in totale abbiamo 50 compratori del bene. Dal lato dell'offerta, gli individui che decidono di vendere il bene sono i venditori potenziali con prezzi di riserva di 10, 20, 30, 40 e 50 euro; anche i venditori sono 50. Per un prezzo di scambio compreso tra 50 e 60 euro, dunque, abbiamo 50 transazioni tra 50 compratori e 50 venditori del bene.

Naturalmente, l'entità dei surplus ottenuti da ciascuno degli individui che prendono parte allo scambio dipende dal livello del prezzo al quale il bene viene scambiato. In ogni caso, fintanto che il prezzo di scambio è compreso tra 50 e 60 euro, il surplus complessivo di compratori e venditori è sempre dato dall'area compresa tra le curve di domanda e offerta a sinistra della quantità di equilibrio (50). L'area in questione misura 2500 euro (=900 euro +700 euro +500 euro +300 euro +100 euro).

Calcoliamo ora il surplus per le due tipologie di agenti economici coinvolte nello scambio per un particolare livello di prezzo che sia compreso tra euro 50 e euro 60. Ammettiamo, ad esempio, che il prezzo di scambio sia 50 euro<sup>9</sup>. Il surplus dei compratori è pari a 1500 euro (=500 euro + 400 euro +300 euro +200 euro +100 euro +0 euro), quello dei venditori è uguale a 1000 euro (=400 euro +300 euro +200 euro +100 euro), per un totale di 2500 euro. Alternativamente, prendiamo un prezzo di 60 euro. Il surplus dei compratori è pari a 1000 euro (=400 euro +300 euro +200 euro +100 euro +0 euro), quello dei venditori è uguale a 1500 euro (=500 euro +400 euro +300 euro +200 euro +100 euro), per un totale di 2500 euro.

Il meccanismo di mercato che abbiamo analizzato – in cui un certo livello di prezzo assicura l'uguaglianza tra domanda aggregata e offerta aggregata del bene, e venditori e compratori scambiano il bene assumendo il prezzo come dato – è definito *equilibrio concorrenziale*. Per capire il motivo di una tale denominazione di "equilibrio", soffermiamoci sulle implicazioni dell'esistenza del prezzo di equilibrio. Ammettiamo, ad esempio, che dall'esterno del mercato venga proposto un prezzo di scambio di 55 euro. Gli agenti che parteciperebbero alle transazioni sarebbero i compratori con prezzi di riserva di 100, 90, 80, 70 e 60 euro (ottenendo rispettivamente surplus di 45, 35, 25, 15 e 5 euro) e i venditori con prezzi di riserva di 10, 20, 30, 40 e 50 euro (con surplus rispettivamente di 45, 35, 25, 15 e 5 euro). Alcuni individui, invece, sarebbero esclusi dal mercato. Infatti, i compratori con prezzi di riserva di 50, 40, 30, 20 e 10 euro e i venditori con prezzi

di riserva di 60, 70, 80, 90 e 100 euro non parteciperebbero al mercato e di conseguenza il loro surplus sarebbe nullo. In un certo senso, possiamo dire che i compratori che non desiderano spendere “molto” e i venditori che pretendono “troppo” per scambiare il bene vengono esclusi dal mercato.

Domandiamoci ora se si possa pensare ad una soluzione diversa dall'equilibrio concorrenziale. In particolare, ci domandiamo se sia possibile per uno dei compratori escluso dallo scambio opporsi alla situazione di equilibrio determinata in precedenza proponendo un prezzo che sia più attrattivo per un venditore e lo convinca a partecipare allo scambio. Perché ciò sia possibile, il prezzo dovrebbe essere maggiore di 55, ma nessuno dei compratori esclusi dal mercato sarebbe disposto a pagare un prezzo maggiore di 55 euro (perché tutti i compratori esclusi dal mercato hanno valori di riserva inferiori o uguali a 50). Un simile ragionamento si applica ai venditori e, di conseguenza, nessuno degli individui esclusi dall'equilibrio concorrenziale è in grado di perturbare l'equilibrio stesso. Neanche gli individui che partecipano al mercato possono influenzare l'equilibrio che si determina, in quanto un compratore che volesse proporre un prezzo inferiore a 55 euro, troverebbe l'opposizione di tutti i venditori. L'unica alternativa per il compratore, dunque, sarebbe quella di uscire dal mercato e azzerare il proprio surplus.

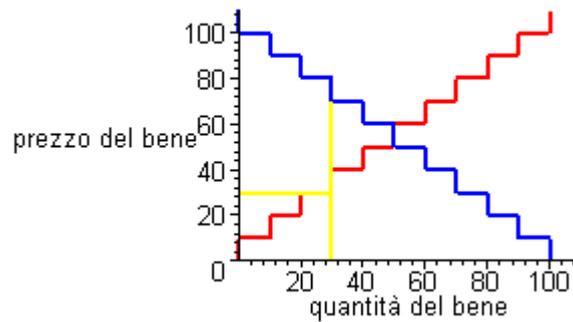
In conclusione, il motivo per cui si usa il termine “*equilibrio*” concorrenziale è che non esiste nessuna possibilità plausibile che possa determinare uno spostamento dalla situazione di equilibrio. In equilibrio, inoltre, la domanda aggregata è uguale all'offerta aggregata e l'assenza di un eccesso di domanda evita l'innestarsi di una pressione al rialzo dei prezzi così come l'assenza di un eccesso di offerta esclude la possibilità di un aggiustamento dei prezzi al ribasso<sup>10</sup>.

La più importante proprietà dell'equilibrio concorrenziale è la seguente:

*L'equilibrio concorrenziale massimizza il surplus totale (surplus dei compratori più surplus dei venditori).*

La prova formale di questa proposizione richiede il confronto dell'equilibrio concorrenziale con altre forme di mercato e quindi non può essere ancora fornita. E' facile tuttavia dimostrare come il surplus totale sia maggiore in una situazione di equilibrio concorrenziale (quando cioè la domanda aggregata è uguale all'offerta aggregata) *che in corrispondenza di qualsiasi altro prezzo*. Consideriamo ad esempio un prezzo inferiore a quello di equilibrio: 30 euro.

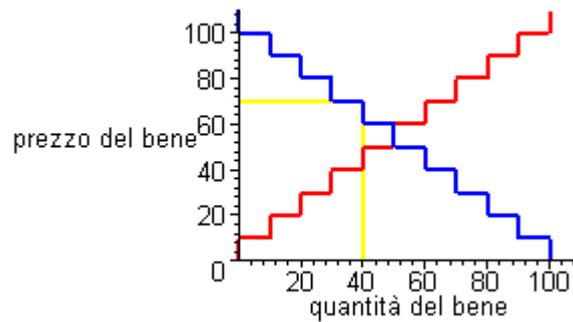
2.17: i surplus a un prezzo di 30 euro



Per un tale livello di prezzo, l'offerta aggregata è compresa tra 20 e 30, in quanto i venditori potenziali con prezzo di riserva pari a 10 e 20 euro sono *sicuramente* disposti a vendere il bene e quelli con prezzo di riserva di 30 euro sono indifferenti tra vendere e non vendere. Per lo stesso livello di prezzo, la domanda aggregata è compresa tra 70 e 80, dato che il livello esatto di domanda dipende da quanti dei compratori potenziali con prezzo di riserva uguale a 30 euro decideranno di partecipare al mercato. Se essi decidono di comprare, la domanda eccede l'offerta aggregata e ci troviamo in una situazione di razionamento della domanda aggregata. La quantità di bene effettivamente scambiata sul mercato dipende dai venditori potenziali con un prezzo di riserva di 30 euro (gli indifferenti tra vendere e non vendere). Se *tutti* decidono di vendere, la quantità di bene scambiata sul mercato è pari 30. Ipotizziamo, inoltre che le 30 unità di bene vengano acquistate tutte dai compratori con i prezzi di riserva più elevati (100, 90 e 80 euro)<sup>11</sup>. Il surplus dei compratori diventa 1800 euro (= 700 euro + 600 euro + 500 euro), un valore maggiore che in qualsiasi equilibrio concorrenziale possibile. Il surplus dei venditori, invece, è uguale a 300 euro (= 200 euro + 100 euro + 0 euro), inferiore a quello relativo a qualsiasi prezzo di equilibrio concorrenziale possibile. E' da notare che la distribuzione del surplus tra venditori e compratori è diversa rispetto a quella prodotta dall'equilibrio concorrenziale e che i surplus totale di 2100 euro (= 1800 euro + 300 euro) è *inferiore* a quello di equilibrio concorrenziale. La perdita di surplus è causata dalla riduzione della quantità di bene scambiata sul mercato.

Consideriamo il caso opposto di un prezzo maggiore di quello di equilibrio: 70 euro. Supponiamo che tutti i compratori potenziali per i quali è indifferente comprare e non comprare decidano di farlo.

2.18: i surplus a un prezzo di 70 euro



La quantità di bene scambiata sul mercato è 40 e si verifica una situazione di eccesso di offerta dovuta ad un livello di prezzo troppo elevato. Il surplus totale dei compratori è 600 euro (= 300 euro + 200 euro + 100 euro), inferiore al caso di equilibrio concorrenziale. Il surplus dei venditori<sup>12</sup> è 1800 euro (= 600 euro + 500 euro + 400 euro + 300 euro), maggiore rispetto al caso di equilibrio concorrenziale. Il surplus totale di 2400 euro (= 1800 euro + 600 euro) è inferiore a quello relativo all'equilibrio concorrenziale di un ammontare di 100 euro (l'area del quadrato compreso tra la curva di domanda e la curva di offerta aggregata a destra del valore della quantità 40). La perdita di surplus totale è dovuta al fatto che la quantità di bene scambiata sul mercato è ridotta a causa di un livello di prezzo corrente troppo alto.

Nei due esempi precedenti si è dimostrato che un equilibrio di tipo non concorrenziale genera una perdita di surplus totale rispetto alla situazione di equilibrio concorrenziale. In un certo senso, non sorprende che l'equilibrio concorrenziale sia capace di massimizzare il surplus totale. In corrispondenza del prezzo di equilibrio concorrenziale, infatti, lo scambio avviene tra i compratori potenziali con i valori più elevati dei prezzi di riserva e i venditori potenziali caratterizzati dai prezzi di riserva più bassi, e il numero di compratori è uguale al numero di venditori (un individuo non può concludere uno scambio a meno che non abbia una controparte).

Una proprietà del meccanismo di mercato alla quale si potrebbe dare maggior peso della massimizzazione del surplus totale è la massimizzazione del *numero degli scambi*. Se il prezzo al quale avvengono tutti gli scambi è unico, il mercato si stabilizza in una situazione di equilibrio concorrenziale. Nel caso sia possibile che gli scambi si concludano in corrispondenza di diversi livelli di prezzi, invece, l'obiettivo della massimizzazione del numero di scambi può essere perseguito. Nel nostro esempio numerico, il numero massimo di scambi è 100 e si ottiene se tutti i compratori con un prezzo di riserva di  $x$  euro acquistano il bene dai venditori con prezzo di riserva di  $x$  euro. E' chiaro che in questa eventualità tutti i partecipanti allo scambio ottengono un surplus nullo, e quindi il surplus totale è zero.

Altre forme organizzative del mercato sono possibili. Si può pensare, ad esempio, ad un meccanismo che preveda l'annuncio di un prezzo ottimo deciso collettivamente da tutti i compratori o da tutti i venditori. Un'altra possibilità è il meccanismo d'asta, nel quale i venditori offrono un livello di prezzo di partenza in base al quale i compratori propongono le loro offerte al rialzo. Un'ulteriore possibilità è il meccanismo del tipo simulato in aula con gli studenti, nel quale i compratori (venditori) sono semplicemente lasciati liberi di interagire tra di loro con l'obiettivo di cercare il venditore (compratore) che gli consenta di ottenere il maggior guadagno dallo scambio.

Quest'ultima forma organizzativa di mercato può causare due risultati indesiderati: 1) può accadere che gli individui acquistano lo stesso bene a prezzi diversi; 2) non è detto che tutte le opportunità di scambio vengano sfruttate. Il limite di questo meccanismo è la carenza informativa a causa della quale agenti non sempre riescono a massimizzare il proprio surplus. Viceversa, l'equilibrio concorrenziale implica un problema di scelta molto semplice per ciascuno dei potenziali partecipanti al mercato: decidere se è conveniente partecipare allo scambio al prezzo di equilibrio. Il problema della determinazione del prezzo di equilibrio non è di facile soluzione. Tuttavia, una volta che il prezzo di equilibrio è noto, esso possiede la proprietà di *massimizzare i guadagni dallo scambio*. Un meccanismo di mercato che possieda questa proprietà si definisce *efficiente*. Dunque, l'equilibrio concorrenziale è un meccanismo di mercato efficiente, essendo in grado di estrarre dallo scambio il massimo surplus totale ottenibile. Altri meccanismi di mercato non posseggono questa proprietà e sono pertanto *inefficienti*. Un altro elemento di distinzione tra i meccanismi di mercato è la *distribuzione* del surplus totale che da essi consegue. Alcuni meccanismi, infatti, hanno per conseguenza la distribuzione di un surplus maggiore ai compratori rispetto ad altri (ad esempio, quelli che implicano un prezzo di scambio relativamente basso). Altri invece avvantaggiano i venditori relativamente ai compratori del bene. La valutazione di diversi meccanismi di mercato sulla base delle proprietà distributive implica un giudizio politico e va dunque al di là delle finalità dell'analisi economica.

## **2.6: Riassunto**

In questo capitolo abbiamo introdotto diversi concetti che si dimostreranno di importanza cruciale nel prosieguo della nostra analisi. In primo luogo, abbiamo definito le proprietà dei *prezzi di riserva* di compratori e venditori potenziali di un bene:

*Il prezzo di riserva del compratore potenziale di un bene è pari al prezzo **massimo** che egli è disposto a pagare per comprare il bene stesso.*

*Il prezzo di riserva del venditore potenziale di un bene è pari al prezzo **minimo** che egli è disposto ad accettare per vendere il bene stesso.*

Si è mostrato che la derivazione delle curve di domanda e offerta – per un bene discreto – dipende dalle informazioni relative ai prezzi di riserva e abbiamo concluso che:

*La curva di domanda aggregata è una funzione a gradini con un salto in corrispondenza di ogni prezzo di riserva.*

*La curva di offerta aggregata è una funzione a gradini con un salto in corrispondenza di ogni prezzo di riserva.*

Abbiamo dimostrato che i guadagni che compratori e venditori derivano dallo scambio – calcolati rispettivamente come differenza tra il prezzo effettivamente pagato e quello di riserva e sottraendo il prezzo di riserva dal prezzo effettivamente ricevuto – possono essere rappresentati graficamente come segue:

*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto nello scambio e la curva di offerta.*

Infine, abbiamo considerato diversi meccanismi di scambio. In particolare abbiamo definito l'*equilibrio concorrenziale*:

*L'equilibrio concorrenziale è una situazione nella quale le transazioni sul mercato avvengono ad un prezzo unico – considerato come dato da tutti gli individui sul mercato – e in corrispondenza del quale la domanda è uguale all'offerta aggregata.*

L'equilibrio concorrenziale è *efficiente* in quanto:

*L'equilibrio concorrenziale ha la proprietà di massimizzare il surplus totale.*

*Naturalmente, questa proposizione non porta a nessuna conclusione in relazione alla "equità" dell'equilibrio (ossia se la distribuzione dei guadagni tra i partecipanti allo scambio sia equa in base ad un qualsiasi criterio di giudizio). Questo resta un argomento al di fuori del campo di azione dell'economista.*

## Capitolo 3: Beni Discreti: Prezzi di Riserva, Domanda, Offerta e Surplus.

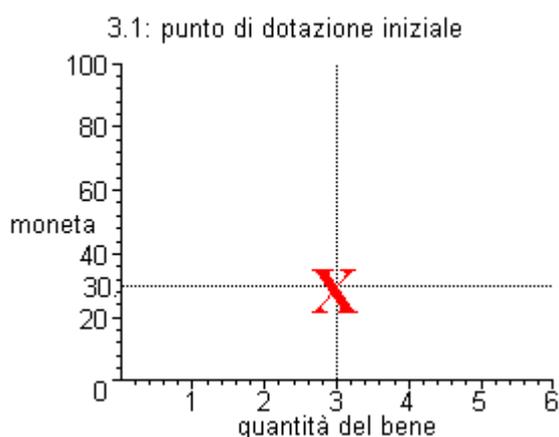
### 3.1: Introduzione

I beni considerati in questo capitolo sono beni discreti – beni che possono essere scambiati solo in unità intere. Nel precedente capitolo abbiamo definito i prezzi di riserva, ora ci occupiamo di come si determinano. I risultati ottenuti finora vengono estesi al caso in cui ciascun individuo possa comprare o vendere non solo una, ma anche più unità del bene. Inoltre, assumiamo che ciascun individuo decida di partecipare allo scambio come venditore o compratore in base al valore assunto dal prezzo di scambio. Le condizioni alle quali l'individuo si comporta da venditore o compratore vengono illustrate. Infine, le proprietà grafiche del surplus (il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda; il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta), vengono dimostrate formalmente. Come risulterà chiaro più avanti nella trattazione, la proprietà del surplus rivestono una particolare importanza pratica nel caso in cui si voglia condurre una stima empirica delle curve di domanda e di offerta o valutare gli effetti distributivi di particolari misure di politica economica.

### 3.2: La Situazione Iniziale

Il nostro obiettivo è la determinazione dell'offerta e della domanda individuale per un bene discreto utilizzando un'analisi di tipo grafico. La *quantità del bene* viene sempre misurata sull'asse delle ascisse, mentre sull'asse delle ordinate misuriamo l'ammontare di *moneta* che l'individuo può spendere nel consumo di altri beni (la moneta è misurata in "euro").

Assumiamo che l'individuo abbia una dotazione iniziale composta da una certa quantità del bene (non si esclude che la dotazione iniziale del bene sia zero) e un certo ammontare di moneta (che in generale può essere nullo). Il punto X indicato nella seguente figura, indica una dotazione iniziale di 3 unità del bene e 30 euro.



Partendo dalla situazione indicata dal punto X, l'agente può scambiare il bene sul mercato e variare la composizione della propria dotazione iniziale. In questo modo vengono raggiunti altri punti nel diagramma ovvero, altre dotazioni. La convenienza a spostarsi su dotazioni alternative dipende dal modo in cui l'individuo ordina tali dotazioni in termini di preferenze. Il diagramma della figura 3.1 può essere diviso in quattro quadranti, tutti con origine in corrispondenza della dotazione iniziale X. Assumendo che dotazioni con quantità

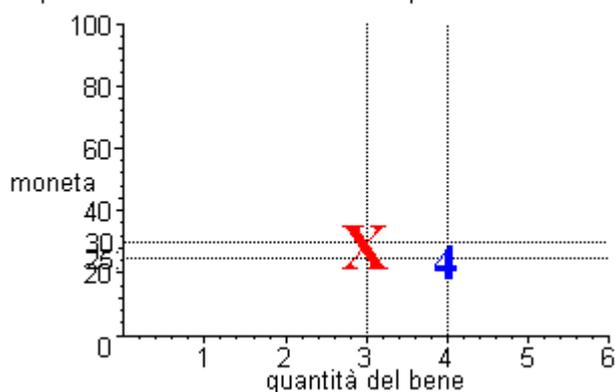
maggiori di bene e/o moneta siano preferite a dotazioni formate da quantità minori di entrambi, tutti i punti compresi nel quadrante di nord-est saranno preferiti al punto X. Tutti i punti del quadrante di nord-est, infatti, indicano dotazioni con quantità maggiori di X almeno per una delle variabili misurate sui due assi. Viceversa, X è preferito ad ognuno dei punti del quadrante di sud-ovest. Questi ultimi, infatti, rappresentano dotazioni con quantità inferiori di moneta e/o del bene di quelle relative a X.

Le dotazioni comprese dei quadranti di nord-ovest e sud-est non sono confrontabili con X, a meno di disporre di alcune informazioni aggiuntive. Rispetto ad X, infatti, i punti del quadrante di nord-ovest, sono formate da maggiore disponibilità di moneta e minore quantità di bene, mentre quelle del quadrante di sud-est sono caratterizzate da più unità del bene e meno disponibilità di moneta. Pertanto, le informazioni visualizzate dal grafico 3.1 non sono sufficienti a stabilire se le dotazioni che si trovano nei quadranti di nord-ovest e sud-est siano preferiti ad X. Abbiamo bisogno di informazioni aggiuntive sulle preferenze individuali.

### 3.3 Il Concetto di Indifferenza

Introduciamo un'informazione supplementare sulle preferenze dell'individuo: egli è disposto a pagare *al massimo* 5 euro per una unità aggiuntiva del bene – è questo il prezzo di riserva individuale per una unità addizionale del bene. La dotazione iniziale (3, 30) è indicata con il punto X nella figura 3.2. Partendo da X, l'individuo può decidere di acquistare una unità aggiuntiva del bene al prezzo di 5 euro e spostarsi nel punto (4, 25). In questo modo l'individuo incrementa il consumo del bene di una unità in cambio di una riduzione di 5 unità della propria disponibilità di moneta. Dato che 5 euro è il prezzo di riserva dell'individuo, si può concludere che questi è *indifferente* tra le due dotazioni (3,30) e (4, 25), indicate nel diagramma rispettivamente con X e 4.

3.2: punto di dotazione iniziale e un punto di indifferenza



Il concetto di *indifferenza* è fondamentale in microeconomia ed è importante averne chiaro il significato. Dire che l'individuo è indifferente tra le due dotazioni X e 4, equivale ad affermare che per l'individuo non esiste differenza alcuna tra collocarsi nel punto X (possedere 3 unità del bene e 30 euro) o nel punto 4 (possedere 4 unità del bene e 25 euro). Pertanto, se una forza esterna decidesse al suo posto di consumare una delle due dotazioni, la soddisfazione dell'individuo resterebbe invariata. Un' implicazione ulteriore del concetto di indifferenza è che l'individuo si collocerebbe su una dotazione preferita a 4 - per esempio, la dotazione (4,26) – se avesse la possibilità di farlo. Viceversa, se gli fosse offerto

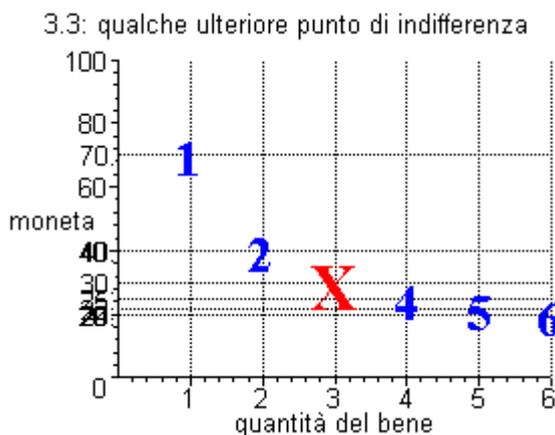
di scegliere tra una dotazione preferita a X ma non a 4 – ad esempio la dotazione (4,24) – l'individuo sceglierebbe di posizionarsi in X.

Avere assunto un prezzo di riserva di 5 euro per una unità aggiuntiva del bene, equivale a dire che questo è il prezzo massimo che l'individuo è disposto a pagare per avere 4 unità del bene anziché 3. Naturalmente, il valore specifico assunto dal prezzo di riserva dipende in maniera cruciale dalle preferenze dell'individuo e, in particolare, dalla misura in cui egli è disposto a scambiare moneta per il bene.

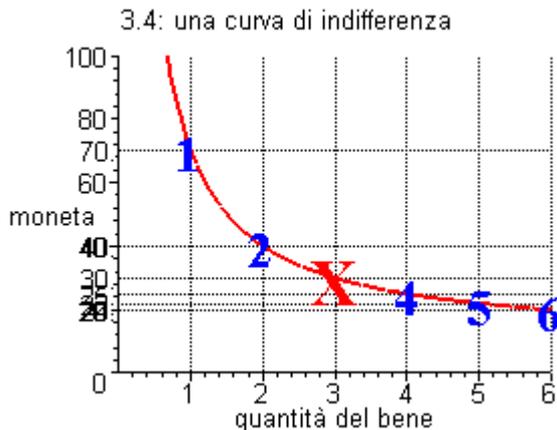
Ammettiamo che il valore del prezzo di riserva decresca al crescere di unità aggiuntive che vengono acquistate: l'individuo desidera pagare al massimo 3 euro per la seconda unità aggiuntiva e al massimo 2 euro per la terza. I prezzi di riserva dell'individuo per la seconda e la terza unità aggiuntiva del bene sono pari rispettivamente a 3 e 2 euro. Sulla base di queste informazioni e ragionando come in precedenza, si può concludere che l'individuo è indifferente tra le dotazioni (3,30), (4,25), (5,22) e (6,21).

Le informazioni utilizzate finora riguardano i prezzi di riserva individuali. Assumiamo ora di possedere informazioni relative ai termini relativi di scambio tra bene e denaro. Partendo dalla dotazione iniziale X, supponiamo che l'individuo sia disposto a vendere 1 delle 3 unità del bene da lui possedute in cambio di almeno 10 euro. Questo è il valore del prezzo di riserva dell'individuo in qualità di venditore potenziale del bene: 1 unità del bene viene scambiata con una quantità di moneta almeno pari a 10 euro. In base al ragionamento precedente, ciò equivale ad affermare che l'individuo è indifferente tra le dotazioni (3,30) e (2,40). Se il prezzo minimo al quale l'individuo è disposto a vendere la seconda unità di bene è 30 euro, egli è indifferente tra le dotazioni (3,30), (2,40) e (1,70).

Diamo ora una veste grafica alle nostre argomentazioni:



L'individuo è indifferente tra la dotazione iniziale X e le dotazioni indicate con 1,2,4,5 e 6. Unendo tutti i punti di indifferenza, otteniamo una “curva di indifferenza”: l'individuo è indifferente tra tutte le dotazioni che si trovano lungo tale curva<sup>13</sup>.



Inoltre, da quanto detto in precedenza, risulta che tutte le dotazioni appartenenti all'area al di sopra della curva di indifferenza sono preferite a quelle che giacciono al di sotto della curva stessa.

### 3.4: I prezzi di Riserva

Le curve di indifferenza riflettono le informazioni sui prezzi di riserva. Data la dotazione iniziale (3,30), l'individuo prende parte allo scambio come compratore del bene se il prezzo è sufficientemente basso. In particolare, i prezzi di riserva individuali in qualità di compratore potenziale sono 5, 3 e 2 euro rispettivamente per la prima, la seconda e la terza unità aggiuntiva del bene. Viceversa, in corrispondenza di prezzi sufficientemente alti, l'individuo desidera vendere il bene. I prezzi di riserva dell'individuo come venditore potenziale sono rispettivamente 10 e 30 euro per la prima e la seconda unità del bene.

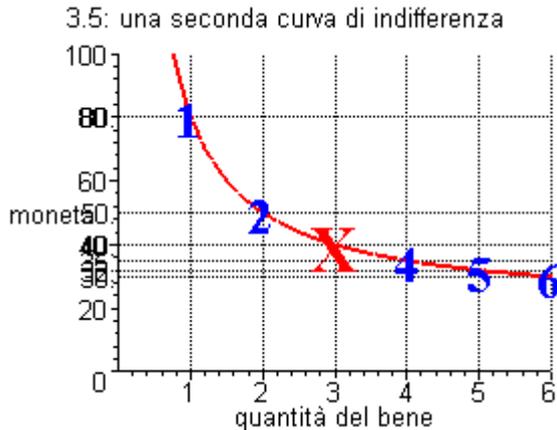
Il valore dei prezzi di riserva dell'individuo è strettamente dipendente dalla *dotazione iniziale* di bene e moneta. Infatti, un'agente che detenesse inizialmente 4 anziché 3 unità del bene, prenderebbe in considerazione i seguenti prezzi di riserva: come compratore, 3 e 2 euro per la prima e la seconda unità di bene e, come venditore potenziale del bene, 5, 10 e 30 euro per la prima, la seconda e la terza unità del bene.

### 3.5: Le curve di indifferenza

L'analisi condotta nei paragrafi precedenti partendo dal punto (3,30) può essere ripetuta per *qualsiasi* altra possibile dotazione iniziale, e quindi, è possibile disegnare una curva di indifferenza passante per uno qualsiasi dei punti del diagramma. La forma di tali curve dipende dalla struttura delle preferenze individuali. In ogni caso, le curve di indifferenza hanno inclinazione negativa, avendo assunto che l'individuo desidera detenere quantità crescenti sia di bene che di moneta. Al fine di derivare tutte le altre curve di indifferenza a partire da quella ottenuta nel paragrafo 3.3, introduciamo la seguente ipotesi:

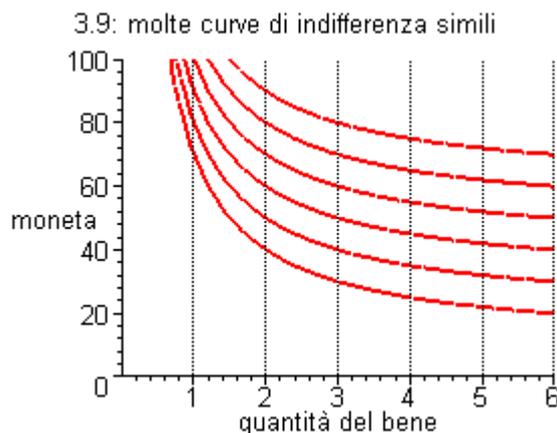
*I prezzi di riserva dipendono dalle unità di bene possedute dall'individuo ma **non** dalla quantità di moneta di cui è dotato.*

Per comprendere le implicazioni di questa assunzione, consideriamo la dotazione iniziale (3,40). La nuova dotazione iniziale è caratterizzata dalla stessa quantità di bene e da una quantità aggiuntiva di 10 euro rispetto a (3,30). Mantenendo i prezzi di riserva ai livelli precedenti, deriviamo la curva di indifferenza passante per (3,40):



Come è possibile notare dalla figura, lo spostamento dal punto X al punto 4 implica rinunciare a 5 euro in cambio di 1 unità aggiuntiva di bene, esattamente come in precedenza. Le curve di indifferenza rappresentate nelle figure 3.4 e 3.5, dunque, riflettono gli *stessi prezzi di riserva*. Ma in cosa differiscono le due curve? La curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale (3,40) è parallela a quella passante per (3,30) in direzione verticale: la distanza verticale tra le due curve è sempre pari a 10 euro.

Se l'assunzione di indipendenza dei valori dei prezzi di riserva dalla disponibilità di moneta è valida qualsiasi sia la dotazione iniziale, possiamo disegnare le curve di indifferenza passanti per i punti (3,30), (3,40), (3,50), (3,60), (3,70), (3,80):



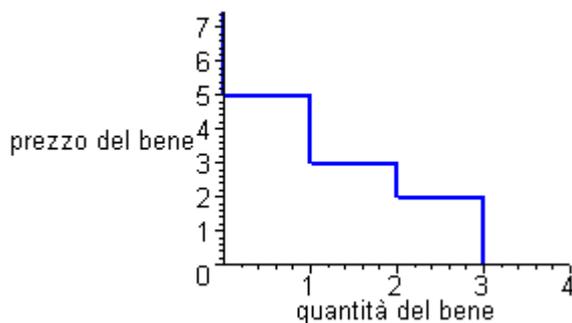
Ciascuna delle curve di indifferenza è distante in direzione verticale da quella immediatamente più alta di una quantità costante. Inoltre, tutte le curve di indifferenza sono parallele tra di loro. Le conclusioni che è possibile trarre a questo punto della nostra analisi sono almeno due: (1) il livello di soddisfazione individuale è tanto maggiore quanto più alta è la curva di indifferenza sulla quale si posiziona l'individuo; (2) l'innalzamento di benessere associato ad uno spostamento da una curva di indifferenza ad un'altra più alta (più lontana dall'origine degli assi) è misurato dalla distanza verticale che divide le due curve. Ad esempio, il miglioramento in termini di benessere che l'individuo otterrebbe spostandosi dalla più bassa alla più alta delle curve di indifferenza rappresentate nella figura 3.9, è pari a 50 euro<sup>14</sup>.

### 3.6: La curva di domanda

Occupiamoci ora della derivazione della curva di domanda di un individuo che abbia le preferenze e i valori dei prezzi di riserva introdotti ai paragrafi

precedenti. Ricordiamo che i prezzi di riserva dell'individuo (come compratore) sono 5, 3 e 2 euro rispettivamente per la prima, la seconda e la terza unità addizionali di bene. Ne segue che la curva di domanda del bene è una funzione a gradini con un salto in corrispondenza dei valori di prezzo di 5, 3 e 2 euro. Tale curva di domanda del bene è rappresentata nel diagramma in figura 3.10, dove la quantità domandata è misurata sull'asse delle ascisse e il *prezzo del bene* su quello delle ordinate.

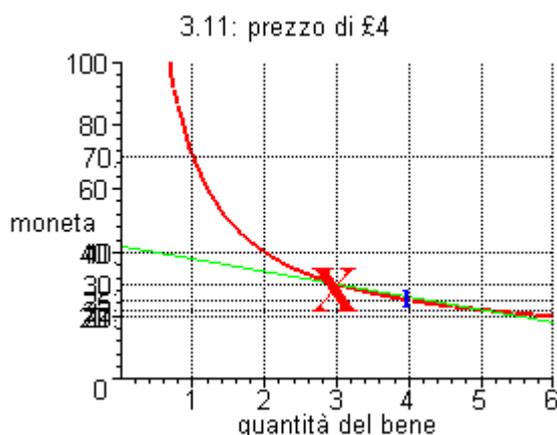
3.10: la curva di domanda conseguente



In corrispondenza di prezzi maggiori di 5 euro non viene domandata nessuna quantità del bene. Per ogni livello di prezzo compreso tra 5 e 3 euro (i valori dei prezzi di riserva per la prima e la seconda quantità aggiuntiva del bene) la domanda è pari a 1. Per dei valori di prezzo compresi tra 3 e 2 euro (i valori dei prezzi di riserva per la seconda e la terza quantità aggiuntiva del bene) la domanda è pari a 2. Per ogni prezzo minore di 2 euro (il valore del prezzo di riserva per la terza quantità aggiuntiva del bene) vengono domandate 3 unità del bene<sup>15</sup>. Pertanto, la curva di domanda è una funzione a gradini con un salto per ogni valore assunto dal prezzo di riserva.

Consideriamo ora alcuni specifici esempi per calcolare i guadagni derivanti dallo scambio e verificare se la definizione del surplus come area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda è valida anche in questo contesto.

Il problema di scelta individuale di comprare o vendere il bene è influenzato dal livello di prezzo del bene. Iniziamo con il considerare un prezzo unitario di 4 euro.



La situazione di partenza è descritta dalla dotazione iniziale (3,30).

Domandiamoci quali siano le opportunità di scambio rese possibili da un prezzo

unitario di 4 euro. L'individuo può decidere di acquistare una unità aggiuntiva del bene pagando 4 euro, il che implica spostarsi al nuovo punto (4,26). Se desidera incrementare di 2 unità la propria dotazione del bene (in cambio di 8 euro), si sposta da (3,30) a (5,22). Un'altra possibilità è che l'individuo desideri 3 unità aggiuntive di bene (per le quali deve dare in cambio 12 euro), nel qual caso si sposta nel punto (6,18), e così via per quantità aggiuntive crescenti del bene. Viceversa, è possibile che l'agente desideri vendere una certa quantità del bene. Ad esempio, decidendo di vendere 1 o 2 unità del bene si sposta dalla dotazione iniziale (3,30) alle dotazioni (2,34) e (1,38) rispettivamente. Lo stesso ragionamento si applica per la cessione di quantità crescenti del bene. Di conseguenza, l'esistenza di un prezzo unitario di 4 euro offre all'individuo la possibilità di scegliere le dotazioni (0,42), (1,38), (2,34), (4,26), (5,22) e (6,18) o di non spostarsi affatto dalla dotazione iniziale (3,30). Unendo i punti che rappresentano tutte le possibili dotazioni raggiungibili otteniamo la linea retta rappresentata in figura.

L'inclinazione della retta che unisce le dotazioni (0,42), (1,38), (2,34), (4,26), (5,22), (6,18) e (3,30) è uguale a (*meno*) il livello di prezzo di scambio (-4): per ogni incremento unitario del consumo del bene, la quantità di moneta detenuta decresce di un ammontare esattamente pari al prezzo unitario; analogamente, per ogni unità del bene ceduta la disponibilità di moneta aumenta del prezzo unitario. La retta così determinata e rappresentata in figura, viene definita *vincolo di bilancio* e illustra le possibilità di scambio offerte dell'individuo in corrispondenza di un prezzo unitario pari a 4 euro.

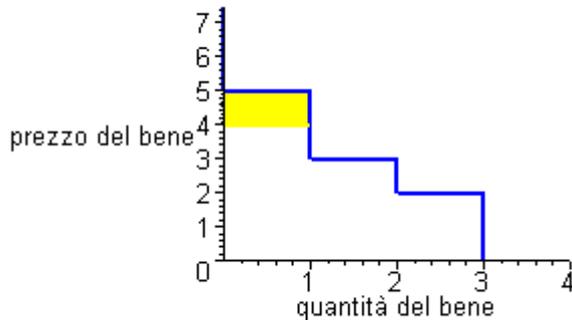
Il vincolo di bilancio mostra quali siano le possibili scelte a disposizione dell'individuo. Per verificare quale è la scelta per la quale l'individuo opta effettivamente, bisogna analizzare il vincolo di bilancio congiuntamente alla mappa delle curve di indifferenza. La dotazione ottimale per l'individuo è quella definita dal punto lungo il vincolo di bilancio che gli permette di collocarsi sulla più alta delle curve di indifferenza. Dal grafico 3.11, è facile verificare che tutti i punti alla sinistra della dotazione iniziale X si trovano *al di sotto* della curva di indifferenza passante per X. Pertanto, se partendo da X l'individuo decide di vendere il bene (si sposta in una dotazione a sinistra di X), subisce una perdita in termini di benessere. Il prezzo di scambio, infatti, è troppo basso e dalla vendita del bene risulta una diminuzione del livello di soddisfazione individuale. Una volta escluse le dotazioni a sinistra di X, notiamo che il punto (5,22) si trova sulla curva di indifferenza passante per X e che (6,18) si trova al di sotto di quest'ultima. Dunque, solo il punto (4,26) si trova su una curva di indifferenza più alta di quella iniziale: spostandosi in questo punto, l'individuo "sta meglio" che nella situazione iniziale. Di fatti, la dotazione (4,26) si trova lungo la curva di indifferenza la cui distanza verticale dalla curva di indifferenza passante per X è 1 euro - è questa la distanza verticale tra i due punti (5,26) e (4,26).

Possiamo concludere che tra tutti i punti raggiungibili attraverso lo scambio (per valori interi della quantità del bene), per un prezzo unitario di 4, quello che assicura all'individuo il più elevato livello di soddisfazione è (4,26). Di conseguenza, per l'individuo è ottimale decidere di acquistare 1 unità aggiuntiva del bene al prezzo di 4 euro e spostarsi dalla dotazione iniziale (3,30) al punto (4,26). In corrispondenza della nuova dotazione l'individuo "sta meglio" nella

misura di 1 euro<sup>16</sup> (il valore del surplus che ottiene dallo scambio se il prezzo è 4 euro).

Riportando l'attenzione sulla curva di domanda è possibile verificare la validità delle proprietà del surplus.

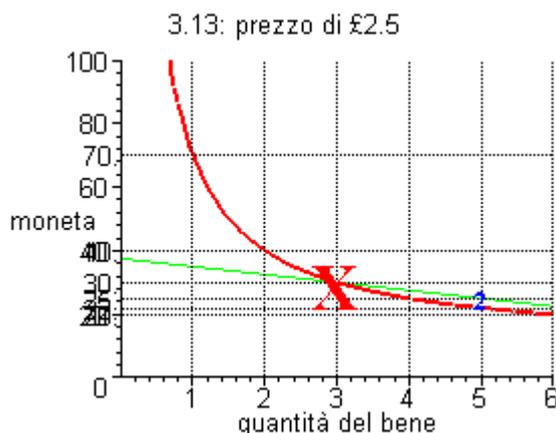
3.12: profitto/surplus a un prezzo di £4



Dalla curva di domanda rappresentata nella figura precedente risulta che ad un prezzo unitario di 4 euro, viene domandata 1 unità del bene e che l'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda è esattamente pari ad 1 euro (il surplus del compratore per un prezzo unitario di 4 euro).

Questo risultato può essere giudicato banale da chi abbia una minima conoscenza della matematica, ma è importante sottolinearne la rilevanza e considerare altri esempi per facilitarne la comprensione. Il lettore può pensare autonomamente ad altri esempi numerici ulteriori per una verifica del proprio livello di apprendimento.

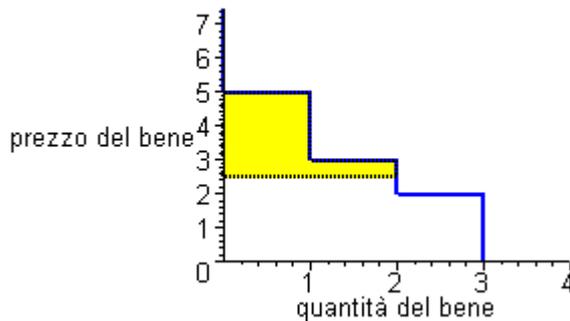
Assumiamo che il prezzo di scambio sia 2.5 euro. La figura 3.13 mostra il vincolo di bilancio corrispondente a tale livello di prezzo. I punti che troviamo lungo il vincolo di bilancio sono: (0,37.5) (l'individuo vende 3 unità del bene), (1,35) (l'individuo vende 2 unità), (2,32.5) (l'individuo vende 1 unità), (3,30) (l'individuo non partecipa allo scambio), (4,27.5) (l'individuo compra 1 unità), (5,25) (l'individuo compra 2 unità) e (6,22.5) (l'individuo compra 3 unità).



Risulta evidente che il benessere dell'individuo peggiora quando decide di partecipare al mercato da venditore. In corrispondenza della dotazione (4, 27.5), guadagna 2.5 euro rispetto alla situazione iniziale. La curva di indifferenza relativa alla dotazione di partenza, infatti, passa per il punto (4, 25). Spostarsi nel

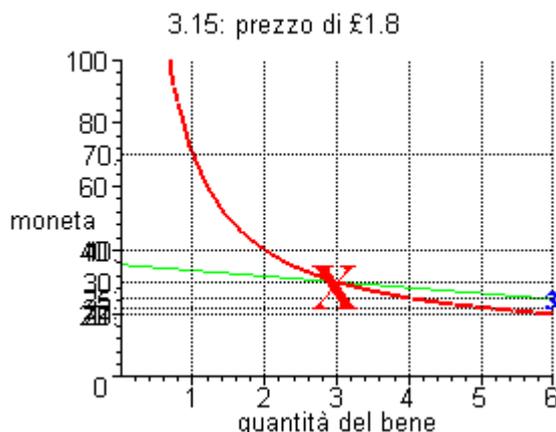
punto (3, 25) implica un guadagno di 3 euro, dato che la curva di indifferenza relativa alla dotazione di partenza passa per il punto (3, 22). In seguito ad uno spostamento nel punto (6, 22.5), l'individuo ottiene un guadagno di 2.5 euro: la curva di indifferenza relativa alla dotazione di partenza, infatti, passa per il punto (6, 20). La scelta che ha per risultato la massimizzazione della soddisfazione dell'individuo è acquistare 2 unità aggiuntive del bene e conseguentemente spostarsi nel punto (5,25), per un guadagno di 3 euro (il massimo surplus ottenibile dallo scambio per un prezzo unitario di 2.5 euro).

3.14: profitto/surplus a un prezzo di €2.5



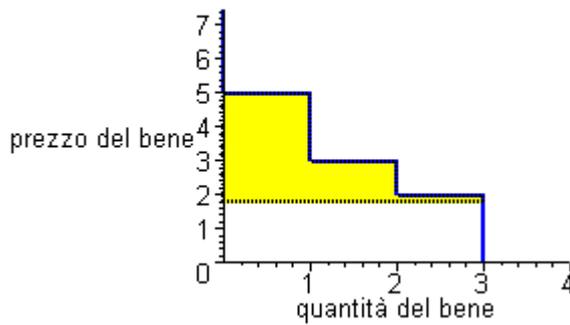
Ritorniamo alla rappresentazione grafica della curva di domanda (figura 3.14) e osserviamo che per un prezzo unitario di 2.5 euro vengono domandate 2 unità del bene. Il surplus è dato dall'area tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda (l'area ombreggiata in figura), pari alla somma di 2.5 e 0.5 euro; lo stesso risultato ottenuto dall'analisi grafica del vincolo di bilancio e delle curve di indifferenza.

Infine, consideriamo il caso di un prezzo unitario di 1.8 euro. L'inclinazione del vincolo di bilancio disegnato nella figura 3.14, diventa  $-1.8$  euro.



Seguendo un ragionamento simile a quello degli esempi precedenti, il lettore dovrebbe essere in grado di verificare che la scelta ottima per l'individuo consiste nello spostarsi nel punto (6,24.6). Per un prezzo unitario di 1.8 euro, è ottimale acquistare 3 unità del bene, per un costo complessivo di 5.4 euro. Questa scelta comporta un guadagno di 4.6 euro rispetto alla situazione iniziale. Il surplus ottenuto dallo scambio è di conseguenza 4.6 euro che, in termini di analisi grafica della curva della domanda, viene determinato come illustrato nella figura 3.16.

3.16: profitto/surplus a un prezzo di €1.8



Per un prezzo unitario 1.8 euro, l'individuo domanda 3 unità del bene e il surplus è misurato ancora una volta dall'area ombreggiata compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda, pari alla somma di 3.2 più 1.2 più 0.2 euro.

La conclusione di maggior rilievo dell'analisi fin qui svolta consiste nella conferma del risultato in base al quale:

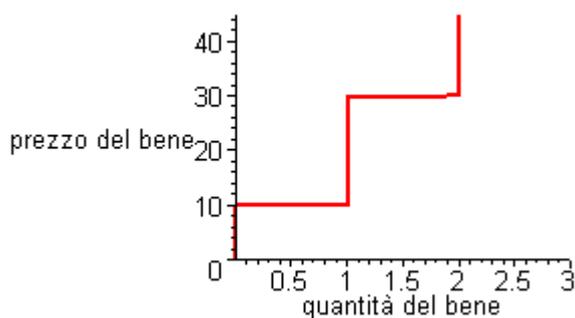
*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

E' bene ricordare che questa proposizione dipende in maniera cruciale dall'assunzione in base alla quale le curve di indifferenza sono parallele in direzione verticale, ovvero, che i prezzi di riserva non dipendono dalla dotazione iniziale di moneta. Il paragrafo 3.8 contiene alcune considerazioni aggiuntive a tale proposito.

### 3.7: La curva di offerta

Gli esempi numerici del paragrafo precedente assumono valori del prezzo di scambio sufficientemente bassi da indurre l'individuo a partecipare al mercato come compratore del bene. Tuttavia, potrebbe verificarsi il caso in cui i prezzi siano così alti da rendere conveniente per l'individuo vendere una certa quantità del bene. Come sappiamo, i prezzi di riserva (del venditore) sono 10 e 30 euro rispettivamente per 1 e 2 unità del bene. Nel grafico seguente rappresentiamo la curva di offerta.

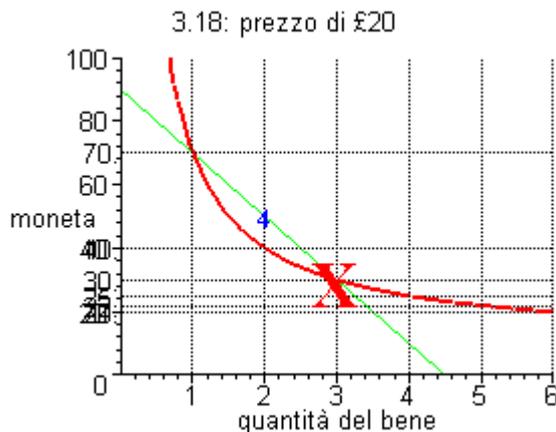
3.17: la curva di offerta conseguente



Se il prezzo è inferiore a 10 euro, l'offerta è zero. Per ogni livello di prezzo compreso tra 10 e 30 euro (i valori del prezzo di riserva per la prima e la seconda

unità del bene), il venditore offre 1 unità del bene. Per prezzi maggiori di 30 euro (il valore del prezzo di riserva per la seconda unità venduta del bene), il venditore offre 2 unità<sup>17</sup>. Ne risulta una funzione di offerta a gradini con un salto per ogni valore assunto dai prezzi di riserva.

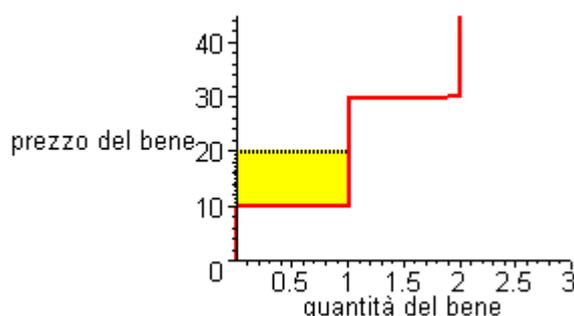
Analogamente all'analisi svolta per la curva di domanda, consideriamo alcuni esempi numerici. Iniziamo con un prezzo unitario di 20 euro. La seguente figura mostra la corrispondente retta di bilancio, ovvero, la linea retta passante per la dotazione iniziale X con inclinazione pari a -20 euro.



Contrariamente a quanto avveniva in corrispondenza dei livelli di prezzo degli esempi numerici del paragrafo precedente, l'individuo non trova conveniente comportarsi come compratore. Ciò, infatti, implicherebbe collocarsi su punti alla destra di X, e quindi spostarsi su una curva di indifferenza più bassa di quella iniziale. Non risulta conveniente nemmeno vendere 2 o più unità del bene. Pertanto, la scelta che permette all'individuo di ottenere il massimo guadagno dallo scambio consiste nello spostarsi nel punto (2,50). Per un prezzo unitario di 20 euro, la scelta ottimale consiste nel vendere 1 unità del bene. In corrispondenza della dotazione (2,50), l'individuo innalza il proprio livello di benessere nella misura di 10 euro rispetto alla situazione di partenza. Il punto (2,50), infatti, è su una curva di indifferenza ad una distanza verticale di 10 euro dalla curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale<sup>18</sup>.

Analizziamo ora il massimo guadagno ottenibile dallo scambio utilizzando l'analisi grafica della curva di offerta.

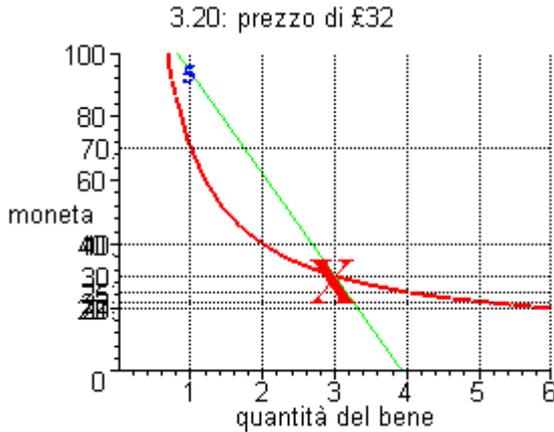
3.19: profitto/surplus a un prezzo di €20



Se il prezzo è uguale a 20 euro, l'offerta è 1 e il surplus è dato dall'area (ombreggiata) compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.

Tale area misura 10 euro, esattamente pari al surplus che si ottiene dallo scambio quando il prezzo unitario è 20 euro<sup>19</sup>.

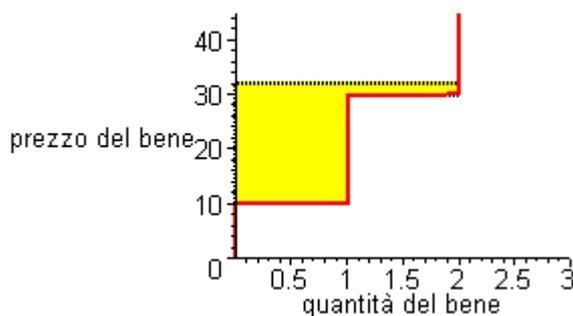
Consideriamo infine un prezzo unitario di 32 euro. Il vincolo di bilancio corrispondente a questo livello di prezzo ha inclinazione pari a -32 euro.



In base al vincolo di bilancio (e limitando l'analisi a valori discreti) le combinazioni bene-moneta raggiungibili da parte dell'individuo sono: (0,126), (1,94), (2,62) e (3,30). Notiamo, inoltre, che la dotazione di moneta dell'individuo non è sufficiente ad acquistare neanche una singola unità del bene. Il punto (0,126) si trova su una curva di indifferenza più bassa di quella relativa alla situazione iniziale. Viceversa, (1,94) si colloca su una curva di indifferenza ad una distanza verticale dalla curva di indifferenza iniziale pari a 24 euro<sup>20</sup>. Anche il punto (2,62) si trova su una curva di indifferenza più alta, ma ad una distanza verticale leggermente inferiore (22 euro)<sup>21</sup>. Di conseguenza, la scelta ottima è spostarsi da (3,30) a (1,94), vendendo 2 unità del bene e ottenendo un guadagno pari a 24 euro.

Volendo misurare il surplus derivante dallo scambio utilizzando l'analisi grafica dell'offerta, consideriamo la figura 3.21.

3.21: profitto/surplus a un prezzo di €32



Se il prezzo di scambio è fissato a 32 euro, la quantità del bene offerta dall'individuo è 2 unità e il surplus prodotto dallo scambio è misurato dall'area ombreggiata (24 euro = 22 euro + 2 euro), lo stesso valore ottenuto dall'analisi grafica del vincolo di bilancio e delle curve di indifferenza.

Come già fatto a conclusione del paragrafo 3.6, mettiamo in evidenza l'importante risultato ottenuto nella nostra analisi:

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

Anche in questo caso, è bene ricordare che questa conclusione dipende dall'assunzione in base alla quale le curve di indifferenza sono parallele in direzione verticale, ovvero, che i prezzi di riserva non dipendono dalla dotazione iniziale di moneta.

### **3.8: Considerazioni conclusive**

In questo capitolo abbiamo fatto ampio ricorso ad esempi numerici. Questa scelta è stata dettata dalla volontà di mettere a disposizione del lettore uno strumento agevole per verificare la veridicità delle nostre conclusioni. Si è deciso di ricorrere all'espedito dell'esempio numerico, auspicando che il lettore potesse far propri i concetti esposti senza dover necessariamente ricorrere a calcoli matematici particolarmente complessi. La dimostrazione formale di molti dei nostri risultati, infatti, non può essere conseguita se non usando matematica di una certa complessità.

Naturalmente, non è richiesto che il lettore memorizzi pedissequamente ciascuno degli esempi utilizzati. E' auspicabile, viceversa, che si soffermi sui principi generali e sulle metodologie applicate. I concetti chiave esposti nel capitolo sono così riassumibili:

1) L'ipotesi di preferenze quasi lineari (rappresentate graficamente da curve di indifferenza parallele in direzione verticale) permette di misurare in maniera non ambigua di quanto gli individui siano capaci di innalzare il proprio livello di soddisfazione partecipando allo scambio. E' possibile, in altri termini, misurare esattamente il surplus derivante dalle attività di scambio di compratori e venditori del bene.

2) Il valore dell'inclinazione del vincolo di bilancio nello spazio  $(q,m)$  è sempre pari a (meno) il valore del prezzo di scambio.

3) Dato il vincolo di bilancio e considerando solo quantità discrete del bene, il punto nello spazio  $(q,m)$  in corrispondenza del quale l'individuo desidera collocarsi in seguito allo scambio deve trovarsi alla maggiore distanza verticale possibile dalla curva di indifferenza passante per la curva di indifferenza iniziale.

4) Se la proprietà esposta al punto 3) è soddisfatta, diventa possibile individuare la scelta ottima per ogni possibile livello di prezzo e calcolare la domanda lorda del bene per ogni prezzo.

5) Se la domanda lorda è maggiore della dotazione iniziale, l'individuo desidera incrementare la propria disponibilità iniziale del bene e la *domanda netta* è positiva. La curva di domanda si ottiene rappresentando graficamente i livelli di domanda netta per ogni possibile livello di prezzo. L'area compresa tra il prezzo pagato e la curva di domanda misura il surplus ottenuto dall'individuo in seguito all'acquisto del bene sul mercato.

6) Se la domanda lorda è inferiore alla dotazione iniziale, l'individuo desidera vendere parte del bene, il che implica un'*offerta netta* positiva. Rappresentando graficamente le offerte nette corrispondenti ad ogni possibile livello di prezzo, si ottiene la curva di offerta. L'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta misura il surplus ottenuto dall'individuo vendendo il bene sul mercato.

L'analisi svolta in questo capitolo è limitata da due assunzioni di base: il bene oggetto di scambio è discreto e le preferenze individuali sono quasi lineari (il che si traduce in curve di indifferenza parallele in direzione verticale). I due risultati chiave ottenuti riguardano la conferma delle proprietà grafiche del surplus del venditore e del compratore in un nuovo contesto. Entrambe le conclusioni sono valide anche nel caso di un bene perfettamente divisibile, ma dipendono in maniera cruciale dall'ipotesi di preferenze quasi lineari<sup>22</sup>. Se le preferenze sono quasi lineari, infatti, i prezzi di riserva non dipendono dalla disponibilità di moneta dell'individuo. Il motivo per cui l'assunzione di preferenze quasi lineari è importante è che le curve di indifferenza che le descrivono graficamente sono parallele in direzione verticale, per cui la distanza verticale tra due curve di indifferenza non varia al variare del consumo del bene. Ciò permette di misurare in maniera non ambigua l'innalzamento del benessere che l'individuo consegue quando si sposta da una curva di indifferenza più bassa ad una più alta. Se ad esempio, la distanza verticale tra due curve di indifferenza è pari a 10 euro, l'individuo ottiene un guadagno di 10 euro spostandosi da un qualsiasi punto sulla prima ad uno qualsiasi appartenente alla seconda. Viceversa, nel caso in cui le curve di indifferenza non siano parallele in direzione verticale, la misurazione di tale beneficio risulta ambigua come sarà chiaro più avanti nella trattazione.

Particolare attenzione è stata rivolta alla misurazione del surplus. Uno dei motivi alla base di questa scelta è l'importanza che questo argomento riveste nella valutazione dell'impatto di alcune misure di politica economica.

Dall'applicazione di particolari misure di politica economica, infatti, può risultare una variazione nel livello dei prezzi di determinati beni, con evidenti conseguenze sul benessere degli agenti economici. Se ad esempio, si verifica un aumento del prezzo di un bene, i compratori subiscono una perdita compensata dall'incremento del benessere dei venditori dello stesso bene. In altri termini, i primi vedono ridurre il surplus ottenibile dallo scambio, i secondi vengono messi nella condizione di ottenere un surplus più elevato. La perdita di surplus sofferta dai compratori è misurata dall'area compresa tra curva di domanda, il prezzo vigente prima della misura di politica economica e il nuovo prezzo. L'incremento di surplus dei venditori è misurato dall'area compresa tra la curva di offerta, il prezzo iniziale e il prezzo vigente dopo la misura di politica economica.

Naturalmente, prima di procedere alla misurazione delle variazioni intervenute nei surplus, è necessario avere a disposizione una stima delle curve di domanda e offerta (vedi capitolo 16). L'analisi delle perdite sofferte e dei guadagni conseguiti per effetto di particolari riforme risulta utile a valutare l'opportunità economica di attuare la riforma stessa.

### **3.9: Riassunto**

Nell'ambito di questo capitolo ci siamo concentrati sul caso di un bene discreto e abbiamo ipotizzato che le preferenze individuali fossero quasi lineari.

Indipendentemente da queste due limitazioni dell'analisi, una curva di indifferenza è stata definita come:

*Una curva di indifferenza è il luogo delle combinazioni  $(q,m)$  rispetto alle quali l'individuo si ritiene indifferente.*

Il vincolo di bilancio è stato definito. Un'importante proprietà del vincolo di bilancio è:

*L'inclinazione del vincolo di bilancio nello spazio  $(q,m)$  è pari a (meno) il prezzo del bene.*

Le curve di domanda e di offerta sono state derivate a partire dalle curve di indifferenza. E' stato dimostrato che:

*La curva di domanda è una funzione a gradini con un salto per ogni valore assunto dal prezzo di riserva.*

*La curva di offerta è una funzione a gradini con un salto per ogni valore assunto dal prezzo di riserva.*

*L'individuo si comporta da compratore del bene se i prezzi sono sufficientemente bassi e da venditore se i prezzi sono sufficientemente alti.*

La validità dei due concetti chiave ottenuti al capitolo 2 è stata confermata in un nuovo contesto:

*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

Infine, abbiamo definito le preferenze quasi lineari:

*Se le preferenze sono quasi lineari, le curve di indifferenza sono parallele in direzione verticale e i prezzi di riserva sono indipendenti dalla quantità di moneta detenuta dall'individuo.*

## Capitolo 4: Beni Perfettamente Divisibili: Domanda, Offerta e Surplus.

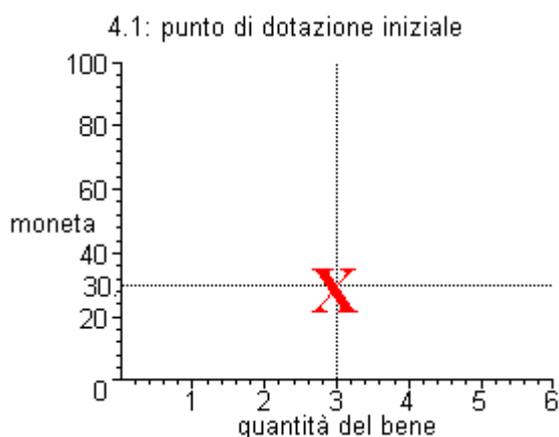
### 4.1: Introduzione

L'analisi contenuta di questo capitolo si discosta da quella condotta nel capitolo 3 per l'assunzione che il bene oggetto di scambio possa essere comprato e venduto in quantità di qualsiasi ammontare e non solo in quantità intere. Il bene considerato, dunque, è perfettamente divisibile. Al fine di mettere in risalto le similarità esistenti tra questo e il capitolo precedente, l'analisi utilizzerà lo stesso esempio numerico di partenza. Le preferenze individuali sono ancora del tipo quasi lineari.

### 4.2: La Situazione iniziale

Seguendo lo stesso approccio del capitolo 2, per la determinazione delle curve di domanda e offerta di un bene perfettamente divisibile, si impiega ampiamente l'analisi grafica. Come in precedenza, la quantità del bene viene misurata sull'asse delle ascisse e l'ammontare di moneta che l'individuo può spendere nel consumo di altri beni sull'asse delle ordinate.

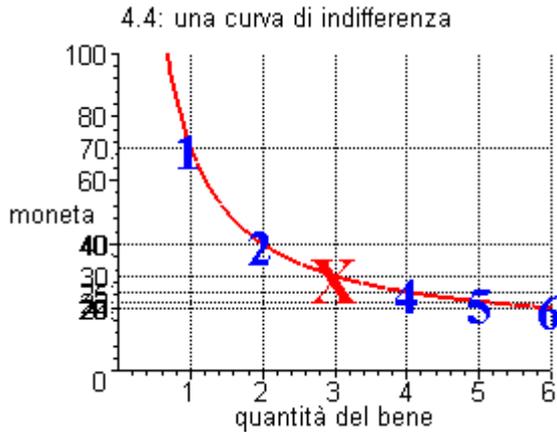
Assumiamo che la dotazione iniziale dell'individuo comprenda una certa quantità del bene (uguale o maggiore di zero) e un certo ammontare di moneta (anch'essa uguale o maggiore di zero). Assumiamo inoltre che l'individuo disponga inizialmente di 3 unità di bene e di 30 euro. Il punto X nella figura 4.1 indica tale dotazione iniziale (3,30).



### 4.3: Una curva di indifferenza

Come nel capitolo precedente, assumiamo di possedere delle informazioni sulle preferenze dell'individuo. Utilizziamo gli stessi valori dei prezzi di riserva. Assumiamo, quindi, che l'individuo sia disposto a pagare *al massimo* 5, 3 e 2 euro per acquistare rispettivamente la prima, la seconda e la terza unità aggiuntiva del bene. Supponiamo poi che la prima unità del bene venga venduta al prezzo minimo di 10 euro e la seconda ad un prezzo non inferiore a 30 euro. Dati questi valori dei prezzi di riserva individuali, siamo in grado di stabilire che l'individuo è indifferente tra le dotazioni indicate dai punti 1, 2, X, 4, 5, 6. Congiungendo questi punti di indifferenza otteniamo la *curva di indifferenza* passante per la dotazione iniziale X, alla quale a volte si farà riferimento con il nome di curva di indifferenza iniziale. Al contrario del caso di un bene discreto, ha ora senso considerare *tutti* i punti che giacciono su questa curva (il bene può essere

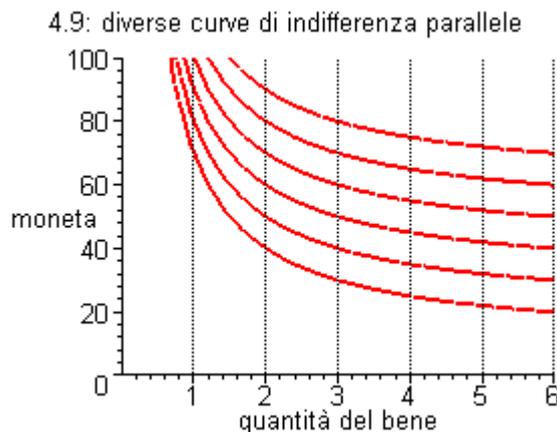
scambiato in qualsiasi ammontare). Possiamo affermare pertanto che l'individuo è indifferente tra *tutti* i punti che si trovano lungo la curva di indifferenza: se gli venisse offerta la possibilità di scegliere tra una qualsiasi delle dotazioni lungo la curva, egli opterebbe indifferentemente per una di esse, così come non obietterebbe se qualcun altro ne scegliesse una a caso al suo posto.



Ogni combinazione  $(q, m)$  al di sopra della curva di indifferenza rappresentata nella figura 4.4 è preferita a tutti punti che si trovano lungo curva, che a loro volta sono preferiti alle dotazioni che si trovano nell'area sottostante la curva di indifferenza.

#### 4.4: Le curve di indifferenza

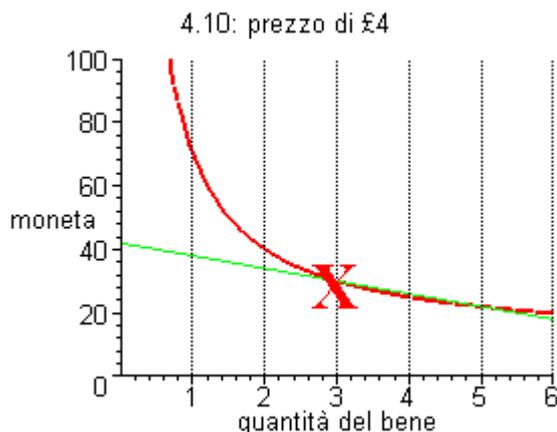
Abbiamo derivato la curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale X, utilizzando le informazioni disponibili sui prezzi di riserva individuali. Naturalmente, lo stesso metodo può essere impiegato per disegnare la curva di indifferenza passante per uno qualsiasi dei punti appartenenti allo spazio  $(q, m)$ . Per ogni possibile combinazione di  $q$  e  $m$  esiste una curva di indifferenza. In generale, la forma delle curve di indifferenza dipende dalle preferenze individuali – in altri termini, dal tasso al quale l'individuo è disposto a sostituire  $q$  e  $m$ . Per determinare la forma delle curve di indifferenza, dunque, è necessario conoscere la struttura delle preferenze individuali. In questo capitolo, così come nel precedente, assumiamo che le preferenze siano quasi lineari, il che permette di derivare la forma di tutte le curve di indifferenza a partire da quella passante per la dotazione iniziale. Ancora una volta i prezzi di riserva sono indipendenti dalla disponibilità di moneta e le curve di indifferenza sono parallele in direzione verticale (figura 4.9).



Si ricorderà che l'ipotesi di preferenze quasi lineari consente di determinare in maniera non ambigua di quanto l'individuo stia meglio o peggio possedendo una particolare combinazione  $(q,m)$  anziché un'altra. Assumiamo ad esempio di voler confrontare una dotazione sulla più alta delle curve di indifferenza nella mappa disegnata nella figura 4.9, con una dotazione che si trova sulla più bassa di esse. Per l'individuo è indifferente detenere la prima (ovunque essa si collochi lungo la più alta delle curve di indifferenza) e  $(3,80)$ . Allo stesso modo, egli si ritiene indifferente tra la dotazione che si trova lungo la curva di indifferenza più bassa (ovunque essa si trovi lungo questa curva) e  $(3,30)$ . Ma  $(3,80)$  è da preferirsi a  $(3,30)$ , essendo caratterizzata da una maggiore disponibilità di moneta di 50 euro, la distanza verticale che divide le due rispettive curve di indifferenza<sup>23</sup>.

#### 4.5: La Domanda

Deriviamo ora il livello di domanda individuale per ogni livello di prezzo. Gli esempi numerici sono gli stessi del capitolo 3 ma ricordiamo che si riferiscono ad un bene perfettamente divisibile. Iniziamo con il considerare un prezzo unitario di 4 euro.



Partendo dalla propria dotazione iniziale  $(3,30)$ , l'individuo (come venditore) può decidere di vendere le 3 unità del bene e spostarsi al punto  $(0,42)$ , vendere 2 delle 3 unità e collocarsi su  $(1,38)$  o vendere solo 1 delle 3 unità del bene e posizionarsi su  $(2,34)$ . Un'altra possibilità è che l'individuo decida di partecipare allo scambio in qualità di compratore di 1 unità aggiuntiva del bene ottenendo la nuova dotazione  $(4,26)$ , di 2 unità aggiuntive e ottenere la combinazione  $(5,22)$ , o infine di 3 unità aggiuntive e raggiungere il punto  $(6, 18)$ . Se uniamo tutti i punti raggiungibili da X, otteniamo il vincolo di bilancio, la cui inclinazione è pari a -4 euro –un valore pari a (meno) il livello di prezzo di scambio.

Sul mercato possono essere scambiate quantità del bene di qualsiasi ammontare. Ad esempio, ad un prezzo unitario di 4 euro, l'individuo può acquistare 2.5 unità del bene per un costo totale di 10 euro e spostarsi su  $(5.5, 20)$ . Notiamo che anche questa dotazione appartiene al vincolo di bilancio.

Per rendere più generale la nostra analisi, assumiamo che l'individuo desideri detenere una quantità del bene pari a  $q$  e un ammontare di moneta pari a  $m$ . Ad un prezzo  $p$ , il costo della combinazione  $(q,m)$  è pari a  $pq+m$  (dato che il prezzo unitario di  $m$  è 1). La dotazione iniziale di  $q$  e  $m$  costituisce la fonte di finanziamento del costo  $pq+m$ . Se indichiamo la dotazione iniziale del bene con  $Q$  (nel nostro esempio  $Q=3$ ) e quella di moneta con  $M$  (nel nostro esempio

$M=30$ ), il valore iniziale della dotazione iniziale è definito da  $PQ+M$ . Il vincolo di bilancio può essere scritto come segue:

$$pq + m = pQ + M \quad (4.1)$$

Il costo degli acquisti effettuati sul mercato deve essere uguale al valore della dotazione iniziale. La forma più appropriata nella quale esprimere il vincolo di bilancio del compratore del bene è:

$$p(q - Q) = M - m \quad (4.2)$$

Analogamente, il vincolo di bilancio può essere riscritto in una forma più adatta a riflettere il punto di vista del venditore:

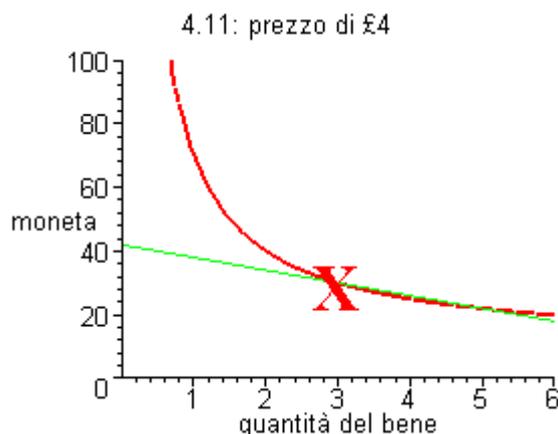
$$p(Q - q) = m - M \quad (4.3)$$

Consideriamo il vincolo di bilancio dal punto di vista del compratore. Se il compratore desidera acquistare sul mercato quantità aggiuntive del bene rispetto alla sua dotazione iniziale,  $q > Q$  e  $p(q - Q) > 0$ . Il costo da sostenere per acquistare le unità aggiuntive è pari a  $p(q - Q)$  e deve essere finanziato riducendo la dotazione di moneta dal livello iniziale  $M$  a  $m$ .

Prendiamo ora in considerazione l'equazione (4.3). Se il venditore decide di vendere una certa quantità del bene,  $Q > q$  e  $p(Q - q) > 0$ . Il ricavato della vendita permette al venditore di incrementare la propria dotazione iniziale da  $M$  a  $m$ , così come l'equazione (4.3) mette in evidenza.

Le tre equazioni (4.1), (4.2) e (4.3) sono equivalenti e rappresentano algebricamente la retta nello spazio  $(q, m)$  passante per il punto  $X$  e con inclinazione pari  $-p$  (sostituendo  $q=Q$  e  $m=M$  in una delle tre equazione si può verificare come l'equazione sia soddisfatta)<sup>24</sup>.

Estendiamo al caso di un bene perfettamente divisibile il problema della scelta della combinazione ottima. Non essendo l'individuo costretto ad acquistare solo quantità intere del bene, possiamo eliminare dal diagramma le rette verticali che dipartono dall'asse delle ascisse in corrispondenza dei valori 1,2,3,4,5.



La semplice interpretazione del grafico 4.11 non consente di individuare dove si collochi esattamente la scelta ottima dell'individuo. Dovrebbe essere chiaro, comunque, se debba trovarsi nell'intervallo compreso tra 3 e 5 unità del bene, il

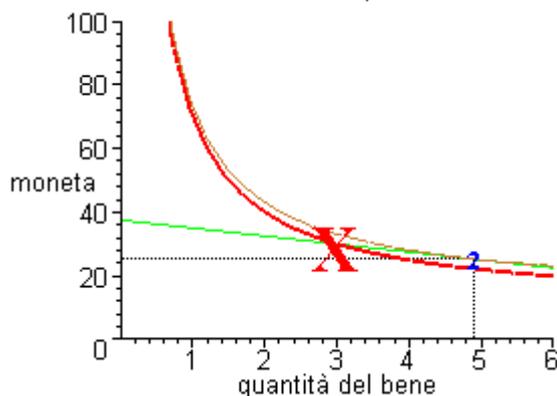
ché implica una quantità domandata del bene compresa tra 0 e 2 unità. Il vincolo di bilancio, infatti, interseca la curva di indifferenza passante per X ai punti (3,30) e (5,22). Di conseguenza, nell'intervallo compreso tra  $q=3$  e  $q=5$ , il vincolo di bilancio si trova al di sopra della curva di indifferenza iniziale. Non è immediato risolvere il problema della scelta ottima dell'individuo senza far ricorso alcuno alla matematica ma, da quando detto finora, la soluzione che ci proponiamo di trovare ha proprietà a noi note. Deve trattarsi di un punto del vincolo di bilancio che permetta di massimizzare la distanza verticale dalla curva di indifferenza iniziale. Dunque, la soluzione deve trovarsi sulla più alta curva di indifferenza in maniera tale che la distanza tra il vincolo di bilancio e la curva passante per la dotazione iniziale sia massima.

Di seguito viene riportata la soluzione del problema della scelta ottima ottenuta utilizzando un software matematico<sup>25</sup>. In corrispondenza della combinazione (3.87, 26.52), la distanza tra il vincolo di bilancio e la curva di indifferenza iniziale è massimizzata ed è pari a 1.02 euro. Dunque, la scelta ottima consiste nello spostarsi dalla dotazione iniziale (3,30) al punto (3.87, 26.52), comprando 0.87 unità del bene e ottenendo un miglioramento in termini di benessere pari a 1.02 euro.

Prima di passare alla determinazione della curva di domanda, risolviamo il problema della scelta ottima per altri due livelli di prezzo unitario: 2.5 e 1.8 euro.

L'inclinazione del vincolo di bilancio in corrispondenza di un prezzo unitario di 2.5 euro, è -2.5 euro.

4.13: decisione ottima a un prezzo di £2.5

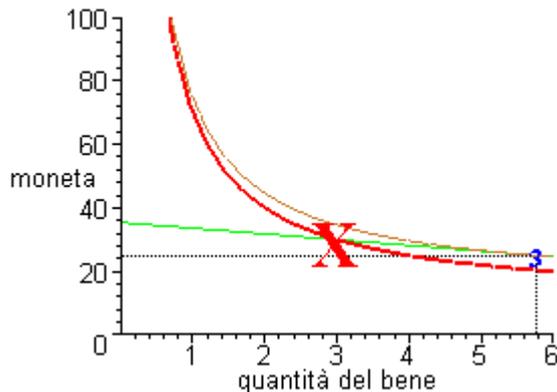


Come prima, la soluzione ottima sarà data dal punto sul vincolo di bilancio in corrispondenza del quale la distanza tra curva di indifferenza iniziale e il vincolo di bilancio stesso è massimizzata. Il punto (4.9,25.25) ha questa proprietà ed è raggiungibile a partire da (3,30) acquistando 1.9 unità del bene per un costo complessivo di 4.75 euro. Di conseguenza, la dotazione iniziale di moneta si riduce da 30 a 25.25 euro. La combinazione ottima (4.9,25.25) (indicata in figura con 2) si trova su una curva di indifferenza ad una distanza verticale di 4.62 euro da quella iniziale.

Per un prezzo unitario di 1.8 euro, l'inclinazione del vincolo di bilancio diventa -1.8 euro. La combinazione ottima per questo livello di prezzo è (5.77, 25.01) ed è indicata nella figura 4.14 con 3. In corrispondenza di questo nuovo livello di prezzo, l'individuo compra 2.77 unità supplementari del bene ad un costo

complessivo di 4.99 euro e ottiene un guadagno di 4.62 euro rispetto alla situazione di partenza.

4.14: decisione ottimale ad un prezzo di £1.8



Finora abbiamo individuato tre punti della curva di domanda. Procedendo con altri esempi numerici che contemplino altrettanti livelli di prezzo, potremmo trovare altri punti ancora, ma è più interessante applicare un metodo più generale che consenta di determinare la curva di domanda algebricamente. Chi volesse ignorare i passaggi matematici da seguire nella determinazione dell'espressione finale della domanda può farlo. Ciò che importa è comprendere il metodo applicato per risolvere il problema di massimizzazione ed essere in grado di interpretare la soluzione finale del problema stesso. In fondo, è più importante comprendere l'economia che la matematica.

Impostiamo il problema della determinazione della curva di domanda. Il vincolo di bilancio è dato da  $pq + m = 3p + 30$  (nel nostro esempio numerico,  $Q=3$  e  $M=30$ ). Il nostro obiettivo è calcolare la combinazione di  $q$  e  $m$  che sia sulla più alta curva di indifferenza possibile – tale che, la sua distanza dalla curva di indifferenza iniziale sia massima. Come anticipato nella nota 3, l'equazione che definisce una generica curva di indifferenza è:

$$m - 60/q = \text{costante}$$

Maggiore è il valore assunto dalla costante, più alta (più distante dall'origine degli assi) è la curva di indifferenza<sup>26</sup>. Formalmente, la soluzione del problema di massimo è data dai valori di  $q$  e  $m$  tali che l'espressione  $m - 60/q$  sia massimizzata dato il vincolo  $pq + m = 3p + 30$ . La procedura da seguire per risolvere questo problema di massimizzazione vincolata prevede la sostituzione del vincolo nella funzione obiettivo. Risolvendo il vincolo per  $m$ , otteniamo  $m = 3p + 30 - pq$ . Una volta sostituita questa espressione nella funzione obiettivo, possiamo riformulare il problema della scelta ottima come segue: calcolare il valore di  $q$  tale che funzione obiettivo  $3p + 30 - pq - 60/q$  sia massimizzata.

Ponendo uguale a zero la derivata prima della nuova funzione obiettivo:

$$-p + 60/q^2 = 0$$

e risolvendo per  $q$ , otteniamo la soluzione ottima:

$$q = \sqrt{60/p} \quad (4.4)$$

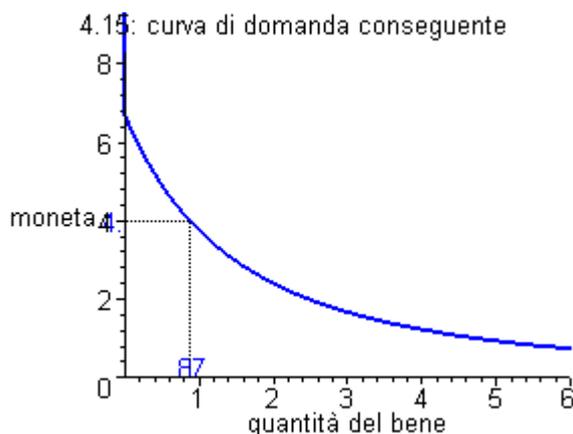
L'espressione (4.4) definisce la domanda *lorda* del bene, ossia il livello ottimo di consumo del bene stesso. Per ottenere le equazioni di domanda e offerta *nette*, la domanda lorda deve essere confrontata con la dotazione iniziale di bene.  $q$  è minore, uguale o maggiore della dotazione iniziale  $Q$ , se e solo se  $\sqrt{(60/p)}$  è rispettivamente minore, uguale o maggiore di 3; ovvero,  $p/60$  maggiore, uguale o minore di  $1/9$  e  $p$  minore, uguale o maggiore a  $60/9 = 6\frac{2}{3}$ .

Si può concludere che l'individuo è compratore netto se  $p$  è sufficientemente basso (minore di  $6\frac{2}{3}$ ) e diventa venditore netto per valori di  $p$  sufficientemente alti (maggiore di  $6\frac{2}{3}$ ). Infine, egli non si sposta dalla dotazione iniziale nel caso in cui  $p$  sia uguale a  $6\frac{2}{3}$ . Le considerazioni conclusive del capitolo contengono alcune osservazioni sull'interpretazione del valore del prezzo di  $6\frac{2}{3}$ .

La nostra conclusione è che l'individuo si comporta come compratore netto se  $p$  è minore di  $6\frac{2}{3}$ . In questo caso la domanda lorda (4.4) è maggiore di 3. La domanda *netta* si calcola come differenza tra la domanda lorda e la dotazione iniziale:

$$q = \sqrt{(60/p)} - 3 \quad (4.5)$$

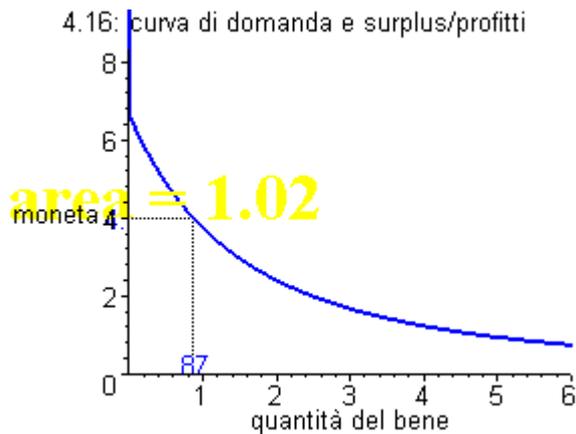
La domanda netta rappresentata nella figura successiva, decresce al crescere del prezzo ed è perciò inclinata negativamente.



Nella figura è indicata la quantità di bene (0.87) acquistata dall'individuo in corrispondenza del prezzo unitario di 4 euro. Le quantità domandate in corrispondenza degli altri livelli di prezzo dei nostri esempi numerici possono essere indicate nella figura allo stesso modo.

Verifichiamo ora la validità delle proprietà del surplus.

Si ricorderà che il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda. Dal grafico precedente risulta che tale area è *approssimativamente* uguale all'area del triangolo con base 0.87 e altezza  $2\frac{2}{3}$  ( $0.5 \times 0.87 \times 2\frac{2}{3} = 1.16$ ). Tuttavia, questa è solo una misura approssimativa, infatti, la misura corretta del surplus è stata già ricavata in precedenza (1.02 euro) e calcolando esattamente l'area tra la curva di domanda e il prezzo pagato, si ottiene lo stesso risultato<sup>27</sup>.



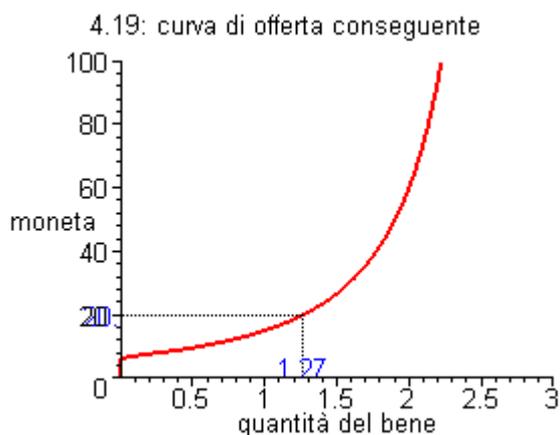
Il lettore può verificare da sé la validità in questo contesto delle altre proprietà del surplus del compratore.

#### 4.6: L'offerta

La curva di offerta è stata già ricavata implicitamente. Infatti, abbiamo già stabilito che l'individuo partecipa al mercato come venditore del bene se prevalgono sul mercato prezzi sufficientemente alti, ovvero, se il prezzo è maggiore di  $6\frac{2}{3}$ . Dall'equazione (4.4) risulta che se  $p > 6\frac{2}{3}$ , la combinazione ottima  $(q, m)$  include una quantità di bene minore di quella detenuta inizialmente e, di conseguenza, una parte del bene viene venduta. L'offerta netta si ottiene dalla differenza tra la dotazione iniziale di bene (3 unità) e la  $q$  definita dall'espressione (4.4). Per  $p > 6\frac{2}{3}$ , dunque, la funzione di offerta (netta) è:

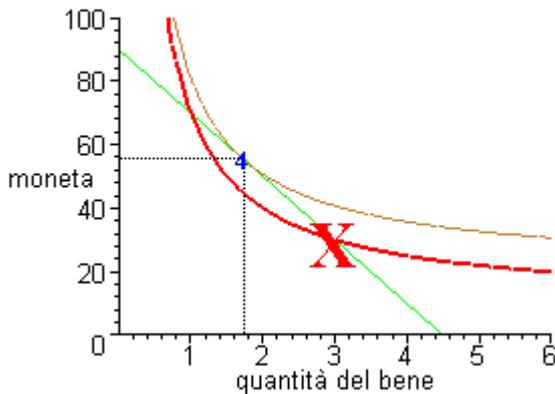
$$q = 3 - \sqrt{(60/p)} \quad (4.6)$$

L'offerta netta è crescente nel livello del prezzo, ed è quindi inclinata positivamente.



Deriviamo il livello di offerta netta corrispondente ad un valore di prezzo unitario di 20 euro. Per  $p=20$  euro, il vincolo di bilancio ha un'inclinazione di -20 euro. La combinazione ottima (1.73, 55.4) è indicata con 4 nella figura 4.17, in corrispondenza del punto dove il vincolo di bilancio è alla sua distanza massima (10.72 euro) dalla curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale. Spostarsi dalla dotazione iniziale al punto (1.73, 55.4), implica la vendita di 1.27 unità del bene in cambio di 25.4 euro e un incremento nel benessere dell'individuo di 10.72 euro, la misura della distanza verticale tra la nuova curva di indifferenza e quella iniziale.

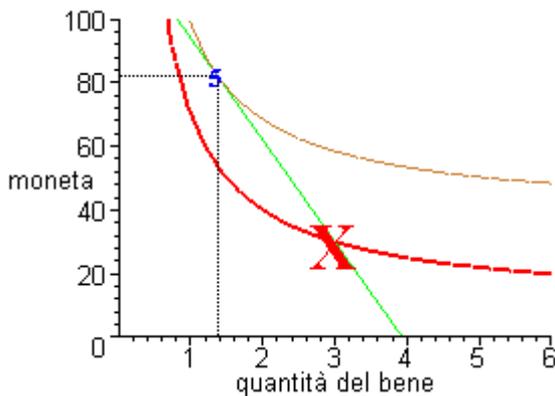
4.17: decisione ottima ad un prezzo di £20



La quantità di offerta netta pari a 1.27 ad un prezzo unitario di 20 euro è mostrata lungo la curva di offerta rappresentata nella figura 4.19.

Assumiamo ora un prezzo unitario di 32 euro, al quale corrisponde un vincolo di bilancio con un valore dell'inclinazione di -32 euro.

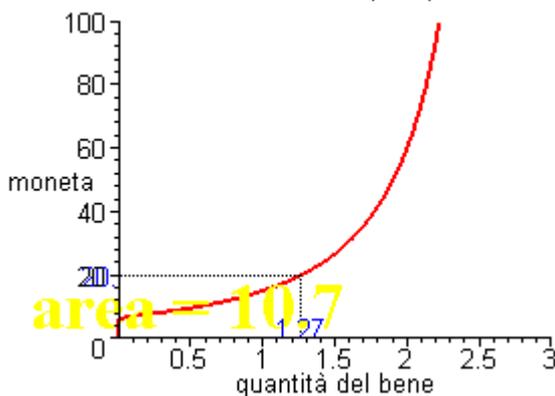
4.18: decisione ottima ad un prezzo di £32



La combinazione ottima (1.37, 82.16) è indicata con 5 in figura ed è raggiungibile vendendo 1.63 unità del bene in cambio di 52.16 euro. Naturalmente, in base alle proprietà del punto di ottimo, il punto 5 si trova al di sopra della curva di indifferenza iniziale.

Verifichiamo, infine, la validità delle proprietà grafiche del surplus del venditore. Al prezzo unitario di 20 euro, il venditore offre una quantità del bene pari a 1.27.

4.20: curva di offerta e surplus/profitti



Dalla figura 4.20 risulta che l'area compresa tra la retta del prezzo di 20 euro e la curva di offerta è di poco più grande dell'area del triangolo con base 1.27 e altezza 13.3333 (= 20 - 6.6666). L'area di questo triangolo ( $0.5 * 1.27 * 13.3333$

= 8.47) è minore della misura corretta del surplus (10.72 euro)<sup>28</sup>. Il lettore può provare a calcolare il valore del surplus in corrispondenza di un prezzo unitario pari a 32 euro e verificare che il risultato corretto sia 28.36.

#### **4.7: Considerazioni conclusive**

Riguardo l'impiego degli esempi numerici, valgono le considerazioni svolte al capitolo precedente. Si è voluta preservare l'agilità della trattazione ed evitare la necessità di utilizzare calcoli matematici complessi. Il capitolo ha perseguito la finalità di estendere i risultati ottenuti al capitolo 3 al caso di un bene perfettamente divisibile. Ricordiamo i più importanti di questi risultati:

- 7) L'ipotesi di preferenze quasi lineari permette di misurare in maniera non ambigua i guadagni dallo scambio. In presenza di preferenze quasi lineari è possibile quantificare esattamente il surplus ottenuto da compratori e venditori del bene.
- 8) Il valore dell'inclinazione del vincolo di bilancio nello spazio  $(q,m)$  è sempre pari a (meno) il valore del prezzo di scambio.
- 9) Dato un certo vincolo di bilancio, il punto nello spazio  $(q,m)$  in corrispondenza del quale l'individuo desidera posizionarsi, deve trovarsi alla maggiore distanza verticale possibile dalla curva di indifferenza passante per la curva di indifferenza iniziale.
- 10) Se la proprietà al punto 3) è soddisfatta, diventa possibile individuare la migliore strategia possibile per l'individuo e determinare la domanda lorda del bene per ogni possibile livello di prezzo.
- 11) Se la domanda lorda è maggiore della dotazione iniziale, l'individuo desidera incrementare la propria disponibilità iniziale del bene e la *domanda netta* è positiva. La curva di domanda si ottiene rappresentando graficamente i livelli di domanda netta in corrispondenza di ogni livello il prezzo. L'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda misura il surplus ottenuto dall'individuo in seguito all'acquisto del bene sul mercato, ovvero, l'innalzamento di benessere conseguente lo scambio.
- 12) Se la domanda lorda è inferiore alla dotazione iniziale, l'individuo desidera vendere parte del bene: l'*offerta netta* è positiva. La curva di offerta si ottiene rappresentando graficamente i livelli di offerta lorda per ogni dato livello di prezzo. L'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta misura il surplus ottenuto dall'individuo in seguito alla vendita del bene sul mercato, ovvero il miglioramento in termini di benessere derivante dallo scambio.

Inizialmente, le proprietà del surplus potrebbero sembrare poco chiare e, in effetti, una buona conoscenza della matematica è necessaria per comprenderle a pieno. In ogni caso, è sufficiente che il lettore possa ritenerle valide in base ai risultati degli esempi numerici fin qui illustrati e accettare per il momento che valgano in generale.

L'analisi grafica svolta nei capitoli 3 e 4 può essere replicata per un'altra mappa di preferenze quasi lineari. In questo caso, è sufficiente considerare un punto qualsiasi nello spazio  $(q,m)$  e disegnare la curva di indifferenza passante per tale punto. Tutte le altre curve di indifferenza della mappa saranno parallele alla prima in direzione verticale.

Un'ultima considerazione riguarda l'interpretazione del valore del prezzo di scambio di  $6\frac{2}{3}$ . In corrispondenza di questo livello di prezzo, l'individuo non desidera spostarsi dalla dotazione iniziale. Ma quando avviene che l'individuo non desidera comprare né vendere il bene? Quando tutti i punti appartenenti al vincolo di bilancio si trovano *al di sotto* della curva di indifferenza iniziale, ad eccezione della dotazione iniziale  $X$ . Ciò, naturalmente, si può verificare solo se il vincolo di bilancio è *tangente* la curva di indifferenza iniziale nello stesso punto. In corrispondenza della dotazione iniziale, dunque, la curva di indifferenza e il vincolo di bilancio devono avere lo stesso valore dell'inclinazione. In conclusione, se è vero che l'inclinazione del vincolo di bilancio è  $-p$ , la condizione da soddisfare perché nessuno scambio si verifichi sul mercato è che l'inclinazione della curva di indifferenza passante per  $X$  sia uguale a  $-p$  nel punto corrispondente alla dotazione iniziale.

#### **4.8: Riassunto**

In questo capitolo ci siamo occupati dell'estensione dei concetti contenuti nel capitolo 3 al caso di un bene perfettamente divisibile, verificando come tutte le conclusioni ottenute per un bene discreto siano valide anche in questo contesto. Infatti, come nel capitolo 3:

*Una curva di indifferenza è il luogo di punti rispetto a i quali l'individuo si ritiene indifferente.*

Il vincolo di bilancio è stato definito. Un'importante proprietà del vincolo di bilancio è la seguente:

*L'inclinazione del vincolo di bilancio nello spazio  $(q,m)$  è pari a (meno) il prezzo del bene.*

Le curve di domanda e di offerta sono state determinate a partire dalle curve di indifferenza ed è stato dimostrato che:

*In generale, la curva di domanda è inclinata negativamente.*

*In generale, la curva di offerta è inclinata positivamente.*

*L'individuo si comporta da compratore del bene se i prezzi sono sufficientemente bassi e da venditore se i prezzi sono sufficientemente alti.*

La validità dei due concetti chiave ottenuti al capitolo 2 è stata confermata:

*Il surplus del compratore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente pagato e la curva di domanda.*

*Il surplus del venditore è pari all'area compresa tra il prezzo effettivamente ricevuto e la curva di offerta.*

Infine, abbiamo richiamato la definizione delle preferenze quasi lineari:

*Se le preferenze sono quasi lineari, le curve di indifferenza sono parallele in direzione verticale e i prezzi di riserva sono indipendenti dalla quantità di moneta detenuta dall'individuo.*



## Capitolo 5: Preferenze

### **5.1: Introduzione**

Le preferenze individuali alla base dell'analisi dei capitoli 3 e 4 vengono rappresentate graficamente da curve di indifferenza parallele in direzione verticale e convesse all'origine. La prima di queste proprietà riflette l'ipotesi di indipendenza dei prezzi di riserva dalla disponibilità di moneta. Curve di indifferenza convesse implicano che i valori dei prezzi di riserva decrescano all'aumentare del consumo del bene. Maggiore è la quantità consumata del bene, minore è il prezzo massimo al quale l'individuo è disposto a comprarne quantità addizionali. La veridicità delle ipotesi di preferenze quasi lineari e curve di indifferenza convesse dipende dalla natura del bene e da quanto l'individuo ritenga importante il consumo del bene stesso (ovvero, dal tasso al quale si desidera scambiare  $q$  e  $m$ ). Il ruolo dell'economista, tuttavia, non è speculare sulla plausibilità della forma delle preferenze, quanto piuttosto acquisire le informazioni relative alle preferenze individuali come date<sup>29</sup>.

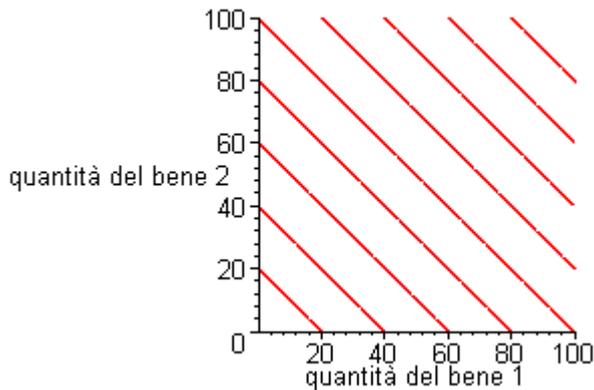
In questo capitolo si vuole mettere in evidenza che se le preferenze assunte a base dell'analisi dei capitoli 3 e 4 possono riflettere i gusti di alcuni individui, esse possono essere inadatte per altri. Di conseguenza, in questo capitolo prendiamo in considerazione altri tipi di preferenze con la finalità di generalizzare i nostri risultati.

Finora abbiamo ipotizzato che l'individuo possa consumare una certa combinazione  $(q, m)$ . Il prezzo unitario del bene è stato indicato con  $p$  (il prezzo unitario di  $m$  è 1). L'analisi grafica ha utilizzato dei grafici con  $m$  sull'asse delle ordinate e  $q$  sull'asse delle ascisse. Ora cerchiamo di generalizzare la nostra analisi. Consideriamo 2 beni, il bene 1 e il bene 2. Rappresentiamo la quantità del bene 1 ( $q_1$ ) sull'asse delle ascisse e quella del bene 2 ( $q_2$ ) sull'asse delle ordinate. Indichiamo i prezzi dei due beni rispettivamente con  $p_1$  e  $p_2$ . I capitoli 3 e 4, dunque, hanno riguardato un caso particolare di uno più generale. Infatti, in precedenza abbiamo assunto che il bene 2 fosse la moneta  $m$  con prezzo unitario pari a 1 ( $p_2 = 1$ ). Nel corso di tutto il capitolo si manterrà l'assunzione che il consumo di entrambi i beni sia desiderabile, nel senso che l'individuo desidera consumarne quantità crescenti.

### **5.2: Perfetti Sostituti**

L'individuo può ritenere il bene 1 identico al bene 2. In questo caso, una unità del bene 1 procura all'individuo altrettanto benessere di una unità del bene 2. I due beni appaiono esattamente uguali all'individuo per il quale, detenere una unità del bene 1 è lo stesso che detenere una unità dell'altro bene<sup>30</sup>. Ad esempio, se l'individuo non è in grado di distinguere tra due diverse marche di birra chiara, gli risulta indifferente bere una pinta di una o dell'altra. In questo caso, le curve di indifferenza hanno la forma esposta nella seguente figura.

5.4: curve di indifferenza per sostituti perfetti 1:1



Supponiamo che le quantità siano misurate in litri. La terza curva di indifferenza più alta ha per estremi le due dotazioni (0,60) e (60,0). In corrispondenza di ogni punto della curva si verifica che  $q_1 + q_2 = 60$ . Questa è l'equazione che definisce le curve di indifferenza, lungo le quali il *consumo totale* dei due beni (birra chiara del tipo 1 e birra chiara del tipo 2) è sempre uguale a 60. All'individuo non interessa come il consumo totale si ripartisca tra consumo del bene 1 e consumo del bene 2 (come il consumo totale sia ripartito tra i due tipi di birra chiara). In questo caso, i beni 1 e 2 si definiscono *perfetti sostituti*.

Un modo alternativo per introdurre il concetto di perfetta sostituibilità tra due beni, è notare che l'*inclinazione* di ognuna delle curve di indifferenza della mappa è costante e uguale a  $-1$ . Ciò implica che il prezzo di riserva per un litro di birra chiara del tipo 1 è sempre pari a un litro di birra del tipo 2 (l'individuo è sempre disposto a cedere un litro di birra del tipo 1 in cambio di un litro in più della birra del tipo 2, qualsiasi sia la sua dotazione iniziale). Il consumo di una unità del bene 1 viene ritenuto sostituibile con una unità del bene 2. I due beni, dunque, vengono sostituiti in *rapporto di 1 a 1*, senza che tale sostituzione comporti una variazione nel livello di soddisfazione individuale.

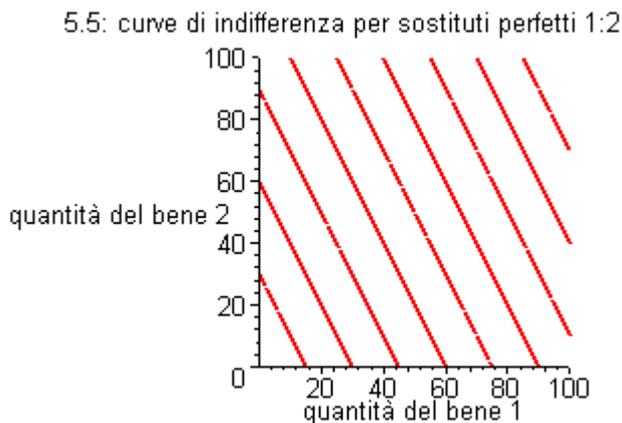
Soffermiamoci sulla forma algebrica dell'espressione generica che definisce le curve di indifferenza rappresentate nella figura 5.4. In corrispondenza di ogni punto sulle curve di indifferenza, il consumo totale dei due beni è costante e pari ad 80 sulla curva di indifferenza più alta, a 70 sulla quella immediatamente più bassa, ....., e a 20 lungo la curva di indifferenza più vicina all'origine degli assi. In generale, la forma di una curva di indifferenza tale che i due beni siano perfetti sostituti dall'individuo è:

$$q_1 + q_2 = \text{costante} \quad (5.1)$$

Maggiore è il valore assunto dalla costante, più elevato è il livello di soddisfazione dell'individuo: collocarsi sulla curva di indifferenza più alta (con un consumo totale di 80 litri di birra) è meglio che collocarsi sulla curva di indifferenza immediatamente più bassa (con un consumo totale di 70 litri di birra), e così via fino alla curva di indifferenza più vicina all'origine degli assi (con un consumo totale di 20 litri di birra). L'equazione (5.1), tuttavia, non definisce in maniera univoca la forma di una curva di indifferenza per due beni perfetti sostituti. Infatti, se la quantità  $q_1 + q_2$  è costante, lo sono anche le quantità  $(q_1 + q_2)^2$ ,  $(q_1 + q_2)^3$  e  $f(q_1 + q_2)$ , dove  $f(\cdot)$  è *qualsiasi* funzione monotonicamente crescente. Pertanto, l'equazione (5.1) definisce una curva di indifferenza tale che i due beni siano perfetti sostituti in rapporto 1 a 1, *ma non è l'unica definizione*

*possibile*. Questa circostanza genera delle difficoltà al momento della derivazione della corrispondente *funzione di utilità*; difficoltà comunque superabili, come sarà chiaro nel prosieguo della trattazione.

Naturalmente, può verificarsi il caso in cui l'individuo ritenga i due beni perfetti sostituti ma non in rapporto di 1 a 1. Ad esempio, esistono bottiglie di birra da 660 ml e da 330 ml. Entrambe contengono birra della stessa qualità e un individuo può ritenere il consumo di una bottiglia da 660 ml equivalente al consumo di 2 bottiglie da 330 ml. Se la bottiglia da 660 ml è il bene 1 (con la quantità consumata del bene 1 uguale al numero di bottiglie da 660 ml) e la bottiglia da 330 ml è il bene 2 (con la quantità consumata del bene 1 uguale al numero di bottiglie da 330 ml), possiamo disegnare le curve di indifferenza con la seguente forma:



Osserviamo la curva di indifferenza che congiunge le due dotazioni (45,0) e (0,90). Ad un estremo della curva, l'individuo consuma esclusivamente 45 bottiglie da 660 ml, in corrispondenza dell'altro estremo, solo 90 bottiglie da 330 ml. Se bere una bottiglia da 660 ml equivale a berne due da 330 ml, l'individuo è indifferente tra collocarsi in corrispondenza di uno o l'altro estremo della curva. Consideriamo ora la dotazione intermedia (30,30): l'individuo consuma 30 bottiglie da 660 ml e 30 da 330 ml. Dato che il consumo di 1 bottiglia da 660 ml e 2 bottiglie da 330 ml procura la stessa soddisfazione all'individuo, questi è indifferente tra le dotazione (30,30), (45,0) e (0,90). Se, come in questo esempio, l'individuo ritiene i due beni perfettamente sostituibili *in rapporto di 1 a 2*, l'espressione generica delle curve di indifferenza è data da:

$$q_1 + q_2/2 = \text{costante} \quad (5.2)$$

Maggiore è il valore della costante, più elevata è la curva di indifferenza e, quindi, maggiore è il grado di soddisfazione dell'individuo. L'equazione (5.2) misura le quantità in numero di bottiglie equivalenti alla quantità di bottiglie da 660 ml, (comparando 1 bottiglia da 330 ml a 1/2 bottiglia da 660 ml). L'inclinazione di ciascuna delle curve di indifferenza descritte dall'espressione (5.2) è costante e pari a  $-2$ , dove 2 è il tasso al quale l'individuo desidera sostituire il bene 1 con il bene 2 (in ogni punto del diagramma l'individuo desidera sostituire 1 bottiglia da 660 ml con 2 bottiglie da 330 ml). L'inclinazione delle curve di indifferenza viene definita *Saggio Marginale di Sostituzione (SMS)*, e indica il tasso al quale il consumo del bene 1 viene sostituito con il consumo del bene 2<sup>31</sup>, lasciando

invariato il livello di soddisfazione individuale. Per beni che siano perfetti sostituti, il Saggio Marginale di Sostituzione è costante.

Consideriamo ora due beni che l'individuo sia disposto a scambiare in *rapporto di 1 ad a*, vale a dire che per ottenere una unità aggiuntiva del bene 1, l'individuo è disposto a cedere *a* unità del bene 2. L'inclinazione delle curve di indifferenza è costante ed uguale a  $-a$  e il Saggio Marginale di Sostituzione è pari ad *a*. L'equazione che descrive le curve di indifferenza in questo caso generale è:

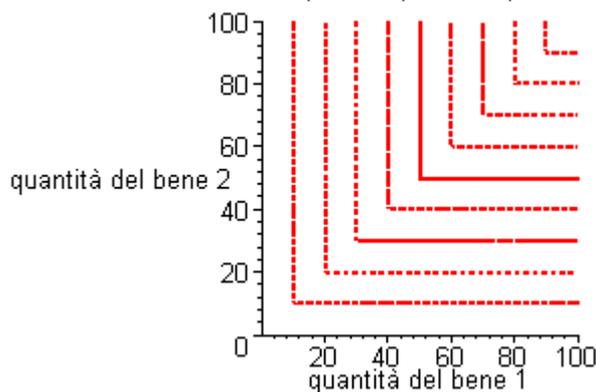
$$q_1 + q_2/a = \text{costante} \quad (5.3)$$

L'espressione (5.3) non è l'unico modo di esplicitare algebricamente le curve di indifferenza per beni perfetti sostituti in rapporto di 1 ad *a*.

### 5.3: Perfetti Complementi

Nel paragrafo precedente, abbiamo descritto il caso estremo in cui l'individuo ritenga perfettamente sostituibile il consumo dei beni 1 e 2. L'estremo opposto si verifica se i due beni sono considerati perfetti complementi, per cui l'individuo desidera consumare il bene 1 solo congiuntamente al bene 2. Consideriamo il caso più semplice: due beni *perfettamente complementari in rapporto 1 a 1*, vale a dire che l'individuo è disposto a consumare 1 unità del bene 1 solo insieme ad 1 unità del bene 2. L'incremento di consumo di uno dei due beni non genera nessuna soddisfazione aggiuntiva se non si verifica allo stesso tempo un incremento di pari ammontare nel consumo dell'altro bene. In questo caso, le curve di indifferenza appaiono come nella seguente figura:

5.6: curve di indifferenza per complementi perfetti 1 con 1



Consideriamo la curva di indifferenza che ha un angolo nel punto (30,30) e in corrispondenza del quale l'individuo consuma 30 unità di ciascuno dei due beni. A partire da questo punto, la curva di indifferenza è una retta verticale per valori crescenti del bene 2 e orizzontale per valori crescenti del bene 1. Lungo il tratto orizzontale della curva di indifferenza, l'individuo è indifferente tra tutti i punti che si trovano alla destra del punto (30,30), come ad esempio (40, 30), (50, 30), (60, 30), (70, 30), (80, 30), (90, 30), (100, 30). Più in generale, tutte le combinazioni  $(q_1, 30)$  per *ogni*  $q_1$  maggiore di 30 sono punti di indifferenza. Ciò vuol dire che un incremento del consumo del bene 1, *senza che il consumo del bene 2 cresca*, non procura all'individuo nessun beneficio aggiuntivo. In altri termini, ottenere unità aggiuntive del bene 1 non ha nessuna utilità per l'individuo in assenza di un consumo supplementare del bene 2. Consideriamo ora i punti che si trovano sul tratto verticale della curva di indifferenza. Questi punti si trovano sulla stessa curva di indifferenza pertanto l'individuo è indifferente tra

consumare (30,30) o una qualsiasi delle combinazioni (30,  $q_2$ ), per ogni valore di  $q_2$  maggiore di 30; come, ad esempio, sono i punti (30, 40), (30, 50), (30, 60), (30, 70), (30, 80), (30, 90) e (30, 100). Di conseguenza, un incremento del consumo del bene 2 senza un corrispondente consumo addizionale del bene 1, non implica un aumento del livello di soddisfazione dell'individuo.

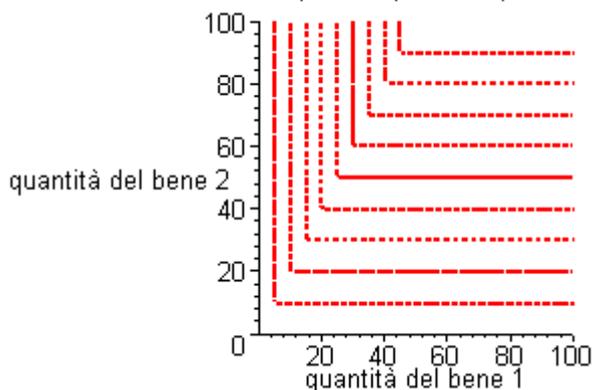
Un esempio classico di due beni perfettamente complementari in rapporto di 1 a 1 è quello del consumo di scarpe sinistre (bene 1) e destre (bene 2). Ovviamente, l'individuo ha solo due piedi e desidera possedere 1 scarpa destra e 1 scarpa sinistra. Per ogni scarpa sinistra in più, è sempre necessario acquistare una scarpa destra (e viceversa). Le curve di indifferenza per due beni perfettamente complementari sono definite dalla seguente equazione:

$$\min(q_1, q_2) = \text{costante} \quad (5.4)$$

Ad esempio, per la curva di indifferenza con un angolo nel punto (30,30), il valore della costante (il valore minimo tra  $q_1$  e  $q_2$ ) è 30. Ovviamente, per valori crescenti della costante, l'individuo si colloca su curve di indifferenza più alte, per un suo livello di soddisfazione più elevato.

Due beni possono essere perfettamente complementari in rapporto non necessariamente di 1 a 1. Potrebbe darsi che tale rapporto sia di 1 a 2. In questo caso, l'individuo desidera consumare 1 unità del bene 1 congiuntamente a 2 unità del bene 2 (e viceversa). La corrispondente mappa delle curve di indifferenza è la seguente:

5.7: curve di indifferenza per complementi perfetti 1 con 2



Nei punti d'angolo, la quantità del bene 2 è sempre doppia rispetto a quella del bene 1 e l'equazione di ognuna delle curve appartenenti alla mappa è del tipo:

$$\min(q_1, q_2/2) = \text{costante}$$

Nel caso più generale in cui l'individuo desidera consumare 1 unità del bene 1 insieme ad una quantità  $a$  del bene 2 (e viceversa), la specificazione algebrica delle curve di indifferenza è:

$$\min(q_1, q_2/a) = \text{costante} \quad (5.5)$$

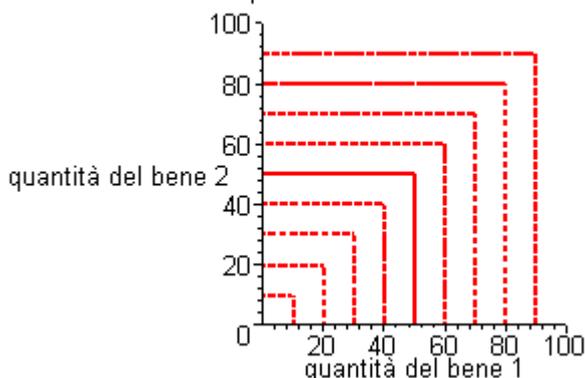
Analogamente a tutti i casi analizzati finora, ricordiamo che (5.5) non è l'unica specificazione algebrica possibile delle curve di indifferenza per beni perfetti complementari in rapporto di 1 ad  $a$ .

### 5.4: Preferenze concave

I tipi di preferenze individuali dei due paragrafi precedenti, possono essere considerati due casi estremi di preferenze individuali *convesse* (rappresentate graficamente da curve di indifferenze convesse). Alternativamente, le curve di indifferenza possono essere *concave*. In presenza di preferenze concave si verifica che i prezzi di riserva sono crescenti rispetto alla quantità del bene: maggiore è la disponibilità di un bene, più elevato è il prezzo massimo che l'individuo è disposto a pagare per acquistarne quantità aggiuntive. I prezzi di riserva aumentano, invece che diminuire, all'aumentare del consumo del bene – l'individuo è disposto a pagare prezzi sempre maggiori per unità supplementari crescenti del bene. Ciò implica che l'individuo preferisce consumare o uno o l'altro bene, piuttosto che combinare il consumo dei due. La concentrazione del consumo in uno dei due beni è preferita alla suddivisione del consumo totale tra i due beni.

Un esempio di preferenze concave è dato dalla seguente mappa di curve di indifferenza:

5.8: curve di indifferenza quando conta il massimo tra entrambi i beni



Il benessere dell'individuo dipende solo dal massimo ammontare consumato tra i due beni. Data la quantità  $Q$  di uno dei due beni, un incremento della quantità dell'altro bene da zero a  $Q$ , non ha effetto alcuno in termini di benessere. Il consumo di entrambi i beni è comunque desiderabile, ma solo se la quantità consumata di un bene è tanto grande quanto quella dell'altro bene. Questo tipo di preferenze sono espresse algebricamente nel seguente modo:

$$\max(q_1, q_2) = \text{costante} \quad (5.6)$$

Maggiore è il valore assunto dalla costante, più elevato è il livello di benessere dell'individuo.

### 5.5: Preferenze Cobb-Douglas

Quelli dei beni perfetti sostituti e beni perfetti complementi rappresentano dei veri e propri casi limite difficilmente riscontrabili nella vita reale. Nella maggioranza dei casi, le preferenze individuali saranno comprese tra questi due casi estremi. La determinazione della forma effettiva delle preferenze può avvenire in modi diversi. A fini di generalizzazione, gli economisti sono soliti specificare le preferenze individuali con forme funzionali che siano buone approssimazioni di quelle effettive. Due forme funzionali di uso comune sono le preferenze *Cobb-*

*Douglas* e le preferenze *Stone-Geary*. In questo paragrafo ci occupiamo del primo di questi due tipi di preferenze, nel successivo del secondo.

La valutazione della capacità delle preferenze Cobb-Douglas di descrivere compiutamente le preferenze individuali non può avvenire se non empiricamente. Questo è l'argomento trattato nel capitolo 16. In questo paragrafo descriviamo le proprietà di questo tipo di preferenze, mentre in seguito ci occuperemo delle implicazioni che derivano dall'assunzione di preferenze Cobb-Douglas.

Le preferenze Cobb-Douglas sono definite algebricamente da:

$$q_1^a q_2^{1-a} = \text{costante} \quad (5.7)$$

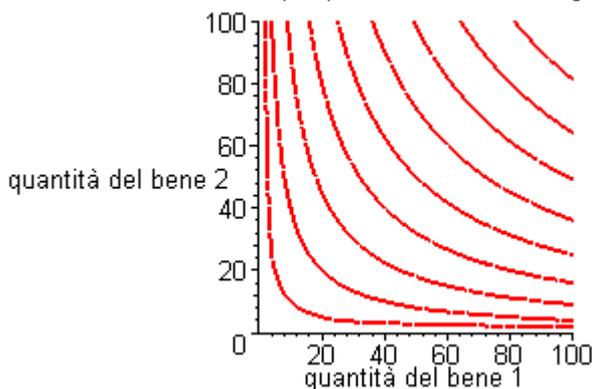
dove  $a$  è un parametro che influenza la forma delle curve di indifferenza (vedremo poi in che modo). L'espressione (5.7) può essere riscritta in forma logaritmica:

$$a \ln(q_1) + (1-a) \ln(q_2) = \text{costante} \quad (5.8)$$

Le equazioni (5.7) e (5.8) possono essere usate in maniera equivalente per specificare preferenze di tipo Cobb-Douglas.

Il parametro  $a$  è indicativo dell'importanza che il consumo di un bene riveste per l'individuo relativamente al consumo dell'altro bene. Verifichiamo come i diversi valori assunti da  $a$  possano influenzare la forma delle curve di indifferenza. Iniziamo dal caso simmetrico  $a = 0.5$  ( $1-a=0.5$ ). La corrispondente mappa delle curve delle preferenze è disegnata nella figura 5.9.

5.9: curve di indifferenza per preferenze Cobb-Douglas  $a=0.5$

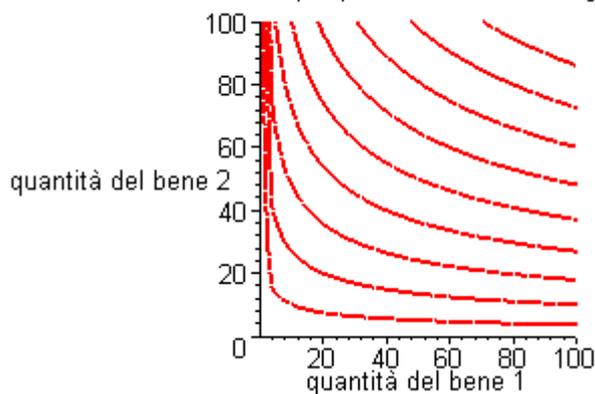


Le curve di indifferenza sono perfettamente simmetriche rispetto alla retta  $q_1 = q_2$  e il Saggio Marginale di Sostituzione (*SMS*) non è costante lungo ciascuna delle curve. Per valori bassi di  $q_1$  e alti valori di  $q_2$  (in alto a sinistra nel diagramma) il *SMS* è molto alto: l'individuo è disposto a rinunciare a grandi quantità del bene 2 in cambio di quantità aggiuntive minime del bene 1. Al contrario, per elevati valori di  $q_1$  e bassi valori di  $q_2$  (in basso a destra nel diagramma), il *SMS* assume un valore molto basso: l'individuo è disposto a rinunciare a quantità minime del bene 2 per incrementare la propria dotazione del bene 1. Quando, le quantità di  $q_1$  e  $q_2$  sono approssimativamente uguali, il *SMS* è prossimo all'unità, il che implica che l'individuo rinuncia approssimativamente ad 1 unità del bene 2 in cambio di 1 unità aggiuntiva del bene 1 (e viceversa).

Diversamente da quanto si verificava nel caso di preferenze quasi lineari, le curve di indifferenza *non* sono parallele in direzione verticale. Ne consegue che i prezzi di riserva non sono indipendenti dalla quantità del bene 2 e che le preferenze Cobb-Douglas *non* sono quasi lineari. Inoltre, il SMS non è costante come nel caso di beni perfetti sostituti e le curve di indifferenza non hanno forma di L come nel caso di beni perfetti complementi. In conclusione, la famiglia delle preferenze Cobb-Douglas rappresenta un caso intermedio tra i casi estremi di beni perfetti sostituti e beni perfetti complementi.

Consideriamo ora un valore di  $a = 0.3$ :

5.10: curve di indifferenza per preferenze Cobb-Douglas  $a=0.3$



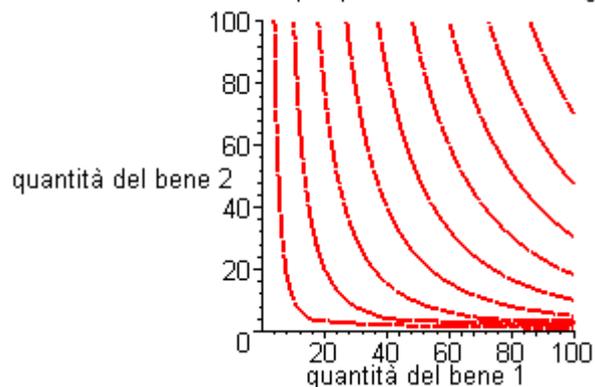
Se  $a = 0.3$ , allora  $(1-a) = 0.7$  e l'espressione che definisce le curve di indifferenza (come risulta da (5.7)) è data da:

$$q_1^{0.3} q_2^{0.7} = \text{costante}$$

Il nuovo valore assunto dal parametro  $a$  indica il maggior peso assegnato al consumo del bene 2 rispetto al caso precedente ( $a=0.5$ ). Le nuove curve di indifferenza non sono simmetriche e hanno inclinazione inferiore (sono più *piatte*). Lungo la retta  $q_1=q_2$ , l'inclinazione delle curve di indifferenza è inferiore a 1<sup>32</sup>. Pertanto, quando l'individuo possiede la stessa quantità dei due beni, egli è disposto a cedere meno di 1 unità (0.3/0.7) del bene 2 in cambio di 1 unità addizionale del bene 1. Dunque, il consumo del bene 2 viene ritenuto più importante del consumo dell'altro bene.

Il caso opposto si verifica per un valore di  $a$  pari a 0.7. La mappa delle curve di indifferenza è della forma rappresentata nella seguente figura.

5.11: curve di indifferenza per preferenze Cobb-Douglas  $a=0.7$



Se il valore del parametro  $a$  viene specificato correttamente, le preferenze Cobb-Douglas possono fornire una rappresentazione adeguata delle preferenze individuali. Tuttavia, è possibile che nessun valore di  $a$  sia tale da permettere una simile approssimazione. In questo caso, diventa necessario ricorrere ad una specificazione funzionale più generale. Molte di queste però sono troppo complesse perché possano essere trattate in un corso intermedio di microeconomia. Un'eccezione è rappresentata dalle preferenze Stone-Geary, che generalizzano le preferenze Cobb-Douglas in una forma piuttosto semplice.

### 5.6: Preferenze Stone-Geary

Le preferenze Stone-Geary sono semplicemente un'estensione delle Cobb-Douglas. L'assunzione alla base di questo tipo di preferenze è che l'individuo possa iniziare a ripartire il proprio reddito tra il consumo dei due beni solo dopo essersi assicurato un livello minimo (di sussistenza) di consumo di entrambi. Se indichiamo i livelli di sussistenza del bene 1 e del bene 2 rispettivamente con  $s_1$  e  $s_2$ , le preferenze Stone-Geary vengono espresse algebricamente con:

$$(q_1 - s_1)^a (q_2 - s_2)^{1-a} = \text{costante} \quad (5.9)$$

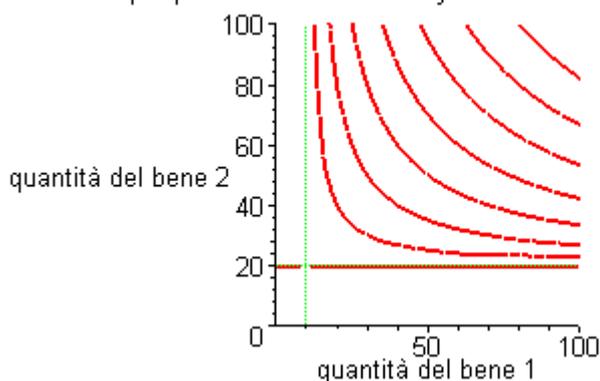
dove  $a$  è soggetto alla stessa interpretazione fornita in precedenza e influenza la forma delle curve di indifferenza allo stesso modo delle preferenze Cobb-Douglas. L'espressione (5.9) può essere riscritta come segue:

$$a \ln(q_1 - s_1) + (1-a) \ln(q_2 - s_2) = \text{costante} \quad (5.10)$$

E due equazioni (5.7) e (5.9), così come le espressioni (5.8) e (5.10), differiscono solo per l'inclusione dei parametri  $s_1$  e  $s_2$ . Le curve di indifferenza di tipo Stone-Geary, quindi, equivalgono a curve di indifferenza Cobb-Douglas disegnate in relazione ai parametri  $s_1$  e  $s_2$ , anziché agli assi cartesiani. Si può infine affermare che le preferenze Cobb-Douglas sono un caso particolare di preferenze Stone-Geary (per  $s_1$  e  $s_2$  uguali a zero).

Confrontiamo le preferenze Cobb-Douglas con le Stone-Geary utilizzando gli stessi valori numerici assegnati al parametro  $a$  in precedenza e ponendo  $s_1$  e  $s_2$  uguali rispettivamente a 10 e 20. Nel caso simmetrico ( $a=0.5$ ), la mappa delle curve di indifferenza è simmetrica rispetto alle rette in corrispondenza dei valori di  $s_1$  e  $s_2$  anziché agli assi cartesiani.

5.12: curve di indifferenza per preferenze Stone-Geary con  $a=0.5$  e livelli di sussistenza 10 e 20

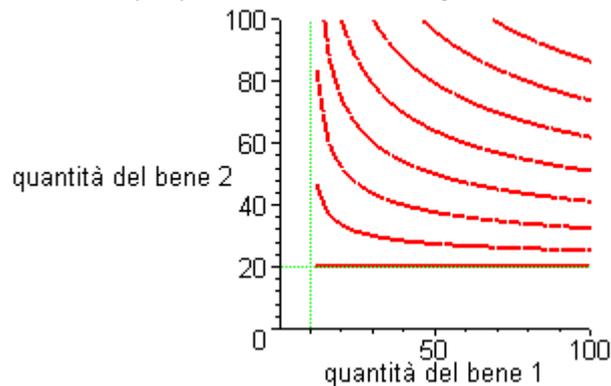


I livelli di sussistenza nel consumo dei beni 1 e 2 sono rappresentati rispettivamente dalla retta verticale in corrispondenza di  $q_1 = 10$  e da quella

orizzontale in corrispondenza di  $q_2=20$ . Le curve di indifferenza non sono definite per valori di  $q_1$  e  $q_2$  inferiori ai rispettivi livelli di sussistenza.

Se  $a=0.3$ , otteniamo la seguente mappa di curve di indifferenza:

5.13: curve di indifferenza per preferenze Stone-Geary con  $a=0.3$  e livelli di sussistenza 10 e 20



Dalla figura è possibile notare le similarità con il caso rappresentato nella figura 5.10.

Nell'eventualità che nemmeno il più generico tipo di preferenze definito dalle Stone-Geary sia capace di fornire un'approssimazione accettabile delle preferenze individuali, diventa necessario adottare forme funzionali più complesse. Tuttavia, per motivi dei quali si dirà nel capitolo 16, molti economisti preferiscono approssimare le preferenze (come del resto fanno con tutto...) impiegando funzioni con pochi parametri piuttosto che forme funzionali molto complesse che le rappresentino in maniera più precisa. Con questo fine, sono state introdotte delle funzioni che possono essere considerate buone approssimazioni delle preferenze individuali effettive. Tuttavia, approfondire il tema delle specificazioni funzionali utilizzate per rappresentare adeguatamente le preferenze effettive implicherebbe addentrarsi in una matematica troppo complessa. I concetti che per il momento sarebbe utile avere ben chiari sono riassumibili nei seguenti punti:

- 1) Diversi agenti economici possono avere preferenze differenti in relazione al consumo degli stessi beni.
- 2) Qualche individuo può considerare dei beni perfetti sostituti o perfetti complementi.
- 3) Altri possono avere preferenze concave.
- 4) Le preferenze di alcuni possono essere di tipo Cobb-Douglas, quelle di altri di tipo Stone-Geary.
- 5) Diverse preferenze individuali generano diverse curve di domanda e di offerta (Come può sembrare ovvio fin da ora e come sarà dimostrato formalmente oltre).
- 6) La curva domanda può essere derivata dalle preferenze (vedi capitolo 6).
- 7) Dall'osservazione della curva di domanda si possono inferire le preferenze di un individuo e quindi prevederne la domanda per il futuro (come si vedrà nei capitoli successivi).

Nei due capitoli successivi ci occuperemo della derivazione delle funzioni di domanda corrispondenti ai tipi di preferenze esposte in questo capitolo. Di seguito non saranno considerate altre forme funzionali di preferenze individuali e quindi nemmeno le corrispondenti funzioni di domanda. Ciò perché il testo non ha per finalità quella di essere onnicomprensivo. Gli argomenti dei quali non ci

occupiamo in questa sede possono essere studiati in libri di testo più avanzati di questo. Inoltre, il nostro fine è mettere a disposizione del lettore dei metodi, il che non rende necessario offrire i dettagli di tutto.

Si potrebbe dire, infatti, che la sola considerazione dei punti da 1 a 7 sarebbe in grado di porre il lettore sulla buona strada per diventare un buon economista!

### **5.7: Le funzioni di Utilità**

Finora abbiamo offerto una rappresentazione grafica delle preferenze, impiegando l'espedito delle curve di indifferenza. Ricordiamone le proprietà. In primo luogo, l'individuo ricava la stessa soddisfazione da ogni combinazione dei due beni che giace sulla stessa curva di indifferenza, ovvero, egli è indifferente tra una qualsiasi delle combinazioni che appartiene alla stessa curva. In secondo luogo, se confrontiamo un punto qualsiasi lungo una curva di indifferenza con un altro che si trova su una curva di indifferenza più vicina all'origine degli assi, è possibile concludere che l'individuo preferisce la prima alla seconda, in quanto si trova su una curva di indifferenza più alta e alla quale è associato un livello di benessere maggiore.

Oltre che rappresentare le preferenze graficamente, è possibile dar loro una veste matematica. Si può specificare una funzione di "felicità" o "utilità", definita nello spazio  $(q_1, q_2)$  e che rifletta le proprietà delle curve di indifferenza appena ricordate. In altri termini, è possibile specificare la funzione di utilità  $U(q_1, q_2)$ , tale che questa funzione abbia un valore costante lungo una curva di indifferenza e assuma valori crescenti in corrispondenza di curve di indifferenza più alte.

In generale, se le preferenze individuali sono tali da essere descritte dalle curve di indifferenza della forma:

$$f(q_1, q_2) = \text{costante}$$

- per cui il valore della costante è maggiore in corrispondenza di curve più alte e minore per curve più vicine all'origine degli assi - La funzione di utilità è definita da:

$$U(q_1, q_2) = f(q_1, q_2)$$

Nel caso di beni perfetti sostituti in rapporto di 1 a 1, ad esempio, le curve di indifferenza sono definite da  $q_1 + q_2 = \text{costante}$  (come risulta da (5.1)) e la funzione di utilità è:

$$U(q_1, q_2) = q_1 + q_2 \quad (5.11)$$

L'espressione (5.11) rispecchia le proprietà di un valore dell'utilità costante lungo la curva di indifferenza e crescente per curve di indifferenza sempre più lontane dall'origine degli assi. Riferendoci alla figura (5.4), osserviamo che il livello di utilità è costante e pari a 20 su tutti i punti lungo la prima curva di indifferenza, a 40 lungo la seconda, e così via, per curve sempre più alte, fino ad arrivare al valore 180 relativo a tutti i punti che si trovano sulla più alta delle curve di indifferenza.

Qualsiasi trasformazione monotonica dell'espressione (5.11) è in grado di riflettere le stesse proprietà. Ad esempio, consideriamo:

$$U(q_1, q_2) = 2(q_1 + q_2)$$

Anche in base a questa funzione (e ricordando la figura (5.4)), il livello di utilità è costante e pari a 40 su tutti i punti lungo la prima curva di indifferenza, a 80 lungo la seconda, e così via per curve sempre più alte, fino ad arrivare al valore di 360 relativo a tutti i punti che si trovano sulla più alta delle curve di indifferenza.

Un'altra possibile trasformazione monotonica della (5.11) è:

$$U(q_1, q_2) = (q_1 + q_2)^2$$

Ancora una volta le proprietà delle curve di indifferenza sono rappresentate correttamente: il livello di utilità è costante e pari a 400 in corrispondenza di punti lungo la prima curva di indifferenza, a 1600 lungo la seconda, e così via per curve sempre più alte, fino ad arrivare al valore 32400 relativo a tutti i punti che si trovano sulla più alta delle curve di indifferenza.

Di conseguenza, la funzione (5.11) rappresenta correttamente le preferenze individuali ma non è l'unica possibile rappresentazione algebrica delle preferenze stesse. Ogni trasformazione monotonica di (5.11) riflette correttamente lo stesso tipo di preferenze individuali. Le equazioni esposte in precedenza assegnano valori numerici all'utilità associata ad ogni curva di indifferenza. La funzione (5.11) assegna un valore di 20 alla più bassa delle curve di indifferenza del diagramma (5.4), la sua prima trasformazione monotonica 40, la terza 400. Quindi, il valore assoluto dell'utilità associato ad una curva di indifferenza non è importante; il valore numerico attribuito al livello di utilità associato ad una curva di indifferenza può essere uno qualsiasi.

Questa conclusione non è sorprendente se si ricorda che il valore numerico dell'utilità rappresenta il livello di soddisfazione di un individuo associato ad una curva di indifferenza. Infatti, non è possibile affermare che David è più "felice" di Julie solo perché il valore dell'utilità di David è pari a 20 e quello dell'utilità di Julie è solo uguale a 10. I valori numerici assegnati alle utilità individuali forniscono solo un'indicazione relativa del diverso livello di soddisfazione ottenuto da individui che consumano lo stesso bene.

Concludiamo questo paragrafo, ricordando che la funzione di utilità rappresenta correttamente le proprietà delle preferenze individuali, ma non ne offre una rappresentazione algebrica unica. Nessun significato particolare, dunque, va attribuito ai valori numerici che vengono assegnati ai livelli di utilità.

Si riportano di seguito le funzioni di utilità relative ai tipi di preferenze individuali considerate in questo capitolo.

Perfetti sostituti 1 a 1:  $U(q_1, q_2) = q_1 + q_2$

Perfetti sostituti 1 a 2:  $U(q_1, q_2) = q_1 + q_2/2$

Perfetti sostituti 1 ad a:  $U(q_1, q_2) = q_1 + q_2/a$

Perfetti complementi 1 a 1:  $U(q_1, q_2) = \min(q_1, q_2)$

Perfetti complementi 1 a 2:  $U(q_1, q_2) = \min(q_1, q_2/2)$

Perfetti complementi 1 ad a:  $U(q_1, q_2) = \min(q_1 + q_2/a)$

Figura 5.8:  $U(q_1, q_2) = \max(q_1, q_2)$

Cobb-Douglas con parametro  $a$ :  $U(q_1, q_2) = q_1^a q_2^{1-a}$

(oppure  $U(q_1, q_2) = a \ln(q_1) + (1-a) \ln(q_2)$ )

Stone-Geary con parametro  $a$  e livelli di sussistenza nel consumo dei due beni  $s_1$  e  $s_2$ :

$$U(q_1, q_2) = (q_1 - s_1)^a (q_2 - s_2)^{1-a}$$

(oppure  $U(q_1, q_2) = a \ln(q_1 - s_1) + (1-a) \ln(q_2 - s_2)$ )

### **5.8: Riassunto:**

Il capitolo appena concluso è da considerarsi preparatorio all'analisi dei capitoli successivi. Più che scendere nel dettaglio della trattazione, abbiamo preferito introdurre delle definizioni che risulteranno utili più avanti nel testo. In ogni caso, abbiamo raggiunto importanti conclusioni, ed è utile ricordarle.

*La forma delle curve di indifferenza dipende dalle preferenze individuali.*

Esistono due classi molto ampie di preferenze individuali: preferenze concave e preferenze convesse.

*Le curve di indifferenza sono convesse quando l'individuo desidera consumare i due beni congiuntamente e concave se invece l'individuo preferisce consumare i due beni separatamente.*

Abbiamo considerato due casi particolari di preferenze: le preferenze per beni perfetti sostituti perfetti complementi.

*Le curve di indifferenza sono lineari se l'individuo ritiene due beni perfetti sostituti e hanno forma di L se invece i due beni vengono considerati perfetti complementi.*

Altri due tipi di preferenze sono stati definiti:

*Le preferenze Cobb-Douglas e quelle Stone-Geary rappresentano due casi di preferenze convesse.*

Infine, abbiamo verificato che:

*Le preferenze possono essere descritte da una funzione di utilità ma non in maniera univoca.*

### **6.1: Introduzione**

Per motivi poco comprensibili, questo capitolo viene di solito considerato più difficile dagli studenti del corso, nonostante l'unica differenza tra i due sia la diversa forma nella quale viene espresso il reddito. Nel primo caso, infatti, il reddito è definito in termini di dotazioni iniziali dei due beni, nel secondo è espresso in termini monetari. Presumibilmente, questo capitolo è considerato più difficile dal momento che l'individuo partecipa allo scambio come venditore di un bene e compratore dell'altro mentre, nello scenario considerato nel capitolo 7, gli è sempre compratore i due beni. Un altro motivo potrebbe essere dovuto all'effetto poco intuitivo che una variazione di prezzo ha sul valore della dotazione se il reddito è espresso in forma di dotazioni. Infine, il capitolo 7 è forse giudicato più accessibile alla luce della familiarità con gli argomenti trattati che la lettura di questo capitolo consente di acquisire. In ogni caso il lettore è avvisato.

Questo capitolo considera uno scenario nel quale il reddito individuale è dato dalle dotazioni iniziali dei due beni. Il problema della scelta della combinazione di consumo ottimale viene risolto in presenza di diversi tipi di preferenze individuali. Per un dato livello di prezzo, discutiamo se all'individuo convenga comprare il bene 1 e vendere il bene 2, fare l'opposto o semplicemente non vendere né comprare nessuno dei due beni e, nel caso gli convenga vendere e/o comprare, quanto debba vendere e/o comprare.

In secondo luogo, analizziamo in che maniera i livelli di domanda e offerta dipendano dalle variabili esogene di maggior rilievo<sup>33</sup>, vale a dire i prezzi e le dotazioni iniziali dei due beni. Questo tipo di analisi è conosciuta con il nome di *statica comparata*. Nel caso particolare in cui l'obiettivo sia determinare le proprietà della relazione esistente tra la domanda o l'offerta di un bene e il prezzo del bene stesso, tale relazione prende il nome di curva di domanda o di offerta di quel bene (sebbene la definizione potrebbe essere forviante, visto che la domanda e l'offerta di un bene dipendono non solo dal prezzo del bene stesso, ma anche dal prezzo dell'altro bene e dalle dotazioni iniziali di entrambi).

Anche se la domanda e l'offerta del bene sono determinate per più di un tipo di preferenze individuali, non è necessario che il lettore ricordi tutti i risultati conseguiti. Più importante è comprendere a pieno la metodologia applicata. Dopo aver letto questo capitolo, il lettore dovrebbe essere capace di applicare almeno in principio (nel caso l'algebra risultasse troppo difficile) lo stesso metodo ad altri tipi di preferenze non considerati in questa sede.

### **6.2: Il Vincolo di bilancio con il reddito in forma di dotazioni.**

Lo scenario è lo stesso del capitolo 5. L'individuo decide in base alle proprie preferenze come ripartire il proprio consumo tra due beni, il bene 1 e il bene 2. La quantità del bene 1, indicata da  $q_1$ , è rappresentata sull'asse delle ascisse e quella relativa al bene 2,  $q_2$ , sull'asse delle ordinate. I prezzi dei due beni sono indicati rispettivamente con  $p_1$  e  $p_2$ .

Il reddito dell'individuo è dato dalle dotazioni dei due beni: le quantità del bene 1 e del bene 2 possedute inizialmente e indicate rispettivamente con  $e_1$  e  $e_2$ . Non è escluso che una delle due dotazioni iniziali sia uguale a zero. In questo caso la

dotazione dell'altro bene deve essere necessariamente maggiore di zero, altrimenti nessuna delle argomentazioni riportate di seguito avrebbe senso.

I prezzi dei due beni sono esogeni. L'individuo li assume semplicemente come dati e non è in grado di influenzarli in nessun modo. In corrispondenza di ciascun livello di prezzo possibile, le opportunità di scambio dell'individuo sono definite dal vincolo di bilancio. Il vincolo di bilancio deve necessariamente passare dal punto che indica la dotazione iniziale dei due beni. Infatti, deve essere sempre possibile per l'individuo decidere di non intraprendere nessuno scambio. Inoltre, il costo da sostenere per acquistare la combinazione desiderata dei due beni deve essere uguale al valore complessivo della dotazione dell'individuo:

$$p_1q_1 + p_2q_2 = p_1e_1 + p_2e_2 \quad (6.1)$$

Il lato sinistro dell'equazione (6.1) indica il costo complessivo della combinazione dei due beni; il lato destro rappresenta il valore iniziale della dotazione. L'equazione (6.1) definisce il vincolo di bilancio, che nello spazio  $(q_1, q_2)$ , è rappresentato dalla retta passante per la dotazione iniziale  $(e_1, e_2)$  e con inclinazione pari a  $-p_1/p_2$ .

Il vincolo di bilancio può essere riscritto in due forme diverse ma equivalenti. Ciò permette di rendere più evidente il fatto che l'individuo, partendo dalla dotazione iniziale  $(e_1, e_2)$ , può raggiungere il punto  $(q_1, q_2)$ , acquistando il bene 1 e vendendo il bene 2 oppure vendendo il bene 1 e acquistando il bene 2.

Se l'individuo decide di comprare quantità addizionali del bene 1,  $q_1$  deve essere maggiore di  $e_1$  e  $q_2$  minore di  $e_2$ . Possiamo riscrivere (6.1) nella seguente forma:

$$p_1(q_1 - e_1) = p_2(e_2 - q_2) \quad (6.2)$$

Il membro di sinistra esprime il costo associato all'acquisto della quantità addizionale del bene 1. Tale costo viene finanziato vendendo  $(e_2 - q_2)$  unità del bene 2, ottenendo in cambio ciò che gli necessita per l'acquisto della quantità addizionale del bene 1.

Alternativamente, l'individuo può decidere di vendere parte del bene 1 e comprare una certa quantità del bene 2. In questo caso  $q_1$  è minore di  $e_1$ , e  $q_2$  maggiore di  $e_2$ . Possiamo quindi riscrivere (6.1) come:

$$p_1(e_1 - q_1) = p_2(q_2 - e_2) \quad (6.3)$$

$p_1(e_1 - q_1)$  rappresenta il ricavato della vendita di  $(e_1 - q_1)$  unità del bene 1 al prezzo unitario di  $p_1$ . A sinistra dell'equazione troviamo il costo di acquisto di  $(q_2 - e_2)$  unità aggiuntive del bene 2 al prezzo unitario di  $p_2$ . Le due equazioni (6.2) e (6.3) sono equivalenti.

Ognuna delle equazioni (6.1), (6.2) e (6.3) definisce una relazione lineare in  $q_1$  e  $q_2$  nello spazio  $(q_1, q_2)$ , passante attraverso la dotazione iniziale X (sostituendo i valori  $q_1 = e_1$  e  $q_2 = e_2$  ognuna delle tre equazioni risulta soddisfatta) e con un'inclinazione di  $-p_1/p_2$  (il prezzo del bene 1 in relazione al bene 2). Che il valore dell'inclinazione del vincolo di bilancio sia  $-p_1/p_2$ , risulta chiaro riscrivendo l'equazione (6.1) come  $q_2 = (p_1e_1 + p_2e_2)/p_2 - (p_1/p_2)q_1$ , espressione lineare in  $q_2$  e  $q_1$  con il coefficiente di  $q_1$  uguale a  $-p_1/p_2$ .

E' importante notare che il vincolo di bilancio *deve* passare per la dotazione iniziale: all'individuo deve essere offerta la possibilità di non partecipare a nessuno scambio e di rimanere nella situazione iniziale. Questa circostanza ha importanti implicazioni. Una di queste è che il vincolo di bilancio ruota intorno alla dotazione iniziale al variare di uno dei prezzi dei due beni. In particolare, se

$p_1$  aumenta (o  $p_2$  diminuisce), il valore dell'inclinazione aumenta e il vincolo di bilancio ruota in senso orario intorno ad X. Un tale andamento del prezzo relativo peggiora la condizione dell'individuo se questi è compratore del bene 1 e venditore del bene 2 (in quanto il prezzo del bene che sta acquistando aumenta e quello del bene che sta vendendo diminuisce), e la migliora se l'individuo è venditore del bene 1 e compratore del bene 2 (in quanto il prezzo del bene che sta acquistando diminuisce e quello del bene che sta vendendo aumenta). Entrambi i casi vengono esposti in maggior dettaglio nel prosieguo del capitolo.

La scelta ottima dell'individuo in corrispondenza di determinati valori delle dotazioni iniziali e dei prezzi dei due beni, dipende dalle preferenze individuali. Di seguito prendiamo in considerazione le preferenze Cobb-Douglas, Stone-Geary e i casi di beni perfetti sostituti e perfetti complementi. Il concetto fondamentale da cogliere è la stretta dipendenza della domanda del bene dal tipo di preferenze individuali.

### **6.3: La scelta ottima con Preferenze Cobb-Douglas**

Sebbene la determinazione della combinazione ottima di consumo avviene mediante l'impiego dell'analisi grafica, è utile iniziare la nostra trattazione con alcune espressioni matematiche. Le formule possono essere tralasciate da chi non si senta abbastanza familiare con il calcolo matematico. La dimostrazione dei risultati ottenuti, infatti, utilizzerà anche esempi numerici. L'importante è che il lettore si renda conto del fatto che la forma finale della domanda sia determinata in maniera cruciale dalla forma delle preferenze individuali.

Ricordiamo che le preferenze Cobb-Douglas possono essere rappresentate dalla funzione di utilità:

$$U(q_1, q_2) = q_1^a q_2^{1-a}$$

O, in maniera equivalente da:

$$U(q_1, q_2) = a \ln(q_1) + (1-a) \ln(q_2)$$

(6.4)

Sappiamo che, dato un certo vincolo di bilancio, l'obiettivo dell'individuo è collocarsi su un punto del vincolo che sia sulla più alta curva di indifferenza possibile, in corrispondenza del quale, cioè, la propria utilità sia massimizzata.

Dato il vincolo di bilancio (6.1) e la funzione di utilità (6.4), il problema di scelta dell'individuo è calcolare il punto  $(q_1, q_2)$  tale che l'espressione  $a \ln(q_1) + (1-a) \ln(q_2)$  sia massimizzata sotto il vincolo  $p_1 q_1 + p_2 q_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2$ .

Uno dei possibili modi per trovare una soluzione a questo problema di massimizzazione vincolata è considerare l'equazione di Lagrange:

$$L = a \ln(q_1) + (1-a) \ln(q_2) - \lambda(p_1 q_1 + p_2 q_2 - p_1 e_1 - p_2 e_2)$$

e massimizzare  $L$  rispetto ai parametri  $q_1$ ,  $q_2$  e  $\lambda$ .

Le condizioni di ottimo del primo ordine sono date da:

$$a/q_1 = \lambda p_1$$

$$(1-a)/q_2 = \lambda p_2$$

$$p_1 q_1 + p_2 q_2 = p_1 e_1 + p_2 e_2$$

Dalla prima condizione, risulta che  $p_1q_1 = a/\lambda$ , dalla seconda ricaviamo  $p_2q_2 = (1-a)/\lambda$ . Sostituendo queste espressioni nella terza condizione, otteniamo  $1/\lambda = p_1e_1 + p_2e_2$ . Risolvendo per  $q_1$  e  $q_2$ :

$$q_1 = a(p_1e_1 + p_2e_2)/p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)(p_1e_1 + p_2e_2)/p_2 \quad (6.5)$$

o, in maniera equivalente:

$$p_1q_1 = a(p_1e_1 + p_2e_2) \quad \text{e} \quad p_2q_2 = (1-a)(p_1e_1 + p_2e_2) \quad (6.6)$$

Osserviamo che  $(p_1e_1 + p_2e_2)$  rappresenta il valore della dotazione individuale, ovvero, il *reddito* dell'individuo. In base alla prima delle due equazioni (6.6), osserviamo che il costo di acquisto del bene 1 ( $p_1q_1$ ) è semplicemente pari ad una frazione costante ( $a$ ) del reddito totale. Dalla seconda espressione poi, risulta che l'ammontare di risorse necessario ad acquistare il bene 2 ( $p_2q_2$ ) è uguale alla frazione costante del reddito ( $1-a$ ).

Dunque, in presenza di preferenze individuali Cobb-Douglas, l'individuo destina due frazioni diverse (ad eccezione del caso in cui  $a = 0.5$ ) del proprio reddito totale ( $p_1e_1 + p_2e_2$ ) tra il consumo del bene 1 e quello del bene 2. La frazione  $a$  di reddito totale viene impiegata per l'acquisto del bene 1 e la frazione complementare ( $1-a$ ) nell'acquisto dell'altro bene. La spesa totale in ciascuno dei due beni è sempre pari ad una quota costante del reddito totale. Concludendo, le quantità effettivamente acquistate dei beni 1 e 2, dipende dal livello dei prezzi di ciascuno dei due beni.

Per un valore di  $a$  pari a 0.25, l'individuo spenderà un quarto del proprio reddito per acquistare il bene 1 e i rimanenti tre quarti per acquistare l'altro bene. Se, ad esempio, il reddito totale è di 100 euro, allora 25 euro vengono destinati all'acquisto del bene 1 e 75 all'acquisto del bene 2. Le quantità consumate di ciascuno dei due beni dipendono dal livello dei rispettivi prezzi. Se, ad esempio, il prezzo unitario del bene 1 è 5 euro, l'individuo consuma 5 ( $25/5$ ) unità del bene mentre, in corrispondenza di un prezzo unitario di 2 euro, 12.5 ( $25/2$ ) unità del bene vengono consumate.

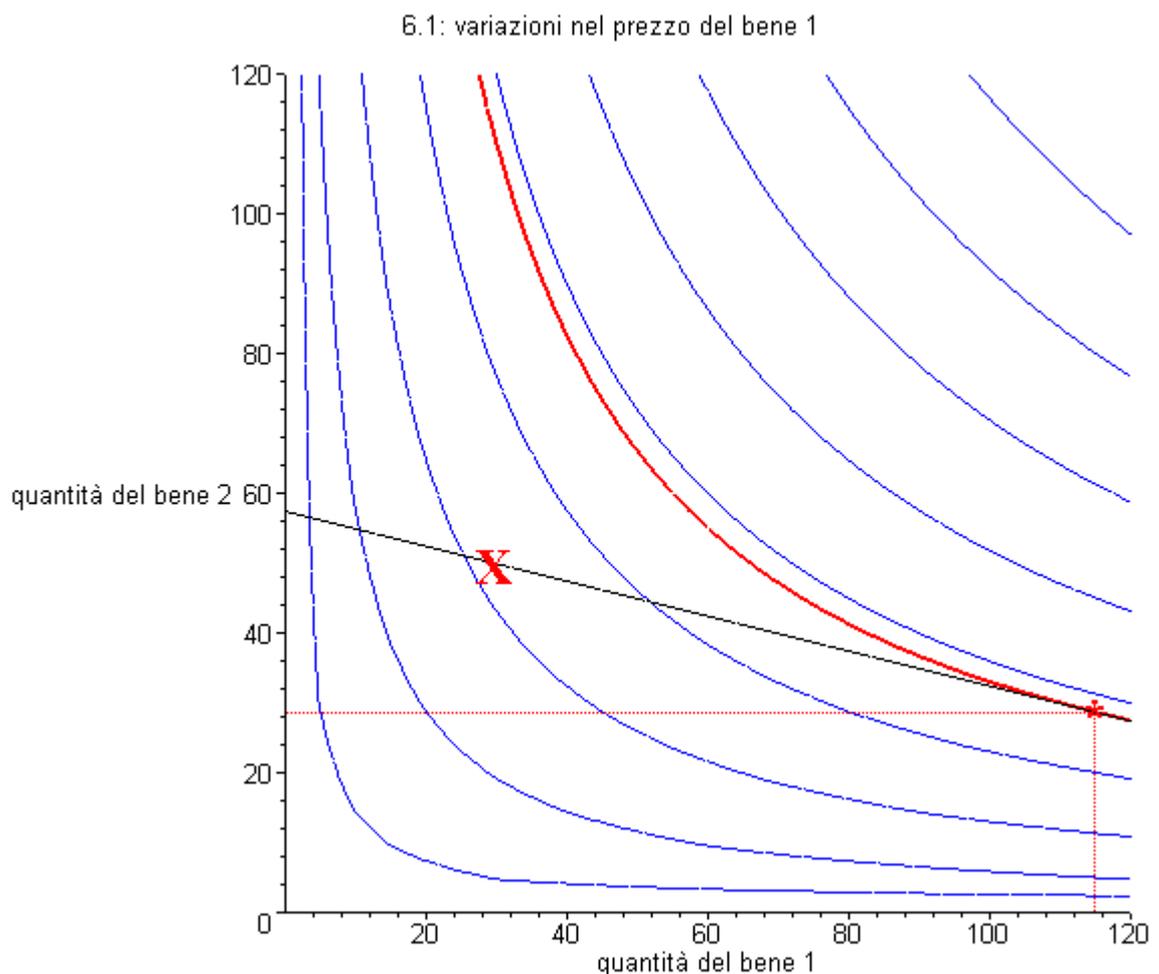
Quando il reddito è espresso in forma di dotazioni, si verifica una circostanza che può generare confusione: variazioni nei livelli di prezzo influenzano il valore del reddito. Se i livelli dei prezzi variano, si genera una variazione sia nel valore del reddito, che nel potere d'acquisto della dotazione iniziale. Ad esempio, per  $e_1 = 15$  e  $e_2 = 25$ , se  $p_1 = p_2 = 1$ , il valore della dotazione iniziale è 40 euro. Per un valore del parametro  $a$  fissato a 0.25, 10 euro (un quarto del reddito totale) vengono destinati all'acquisto del bene 1 e 30 euro (tre quarti del reddito totale) in quello del bene 2. Se  $p_1 = p_2 = 1$ , dunque, vengono consumate 10 unità del bene 1 e 30 unità del bene 2. Supponiamo che il prezzo del bene 2 aumenti a  $p_2 = 2$  e che il prezzo del bene 1 resti invariato. Il valore della dotazione iniziale (=reddito dell'individuo), aumenta a 65 euro (=  $15 \times 1$  euro +  $25 \times 2$  euro) e l'individuo continua a spendere un quarto del proprio reddito nel bene 1 e tre quarti nel bene 2: 16.25 euro vengono destinati all'acquisto del bene 1 e 48.75 euro a quello del bene 2. Le quantità consumate del bene 1 e del bene 2 sono rispettivamente 16.25

e 24.375 unità (non dimentichiamo che il nuovo prezzo per il bene 2 è 2 euro). L'aumento di  $p_1$  da 1 a 2 euro ha per effetto l'aumento della domanda lorda del bene 1 da 10 a 16.25 (perché il valore del reddito individuale è aumentato) e la contrazione della domanda lorda del bene 2 da 30 a 24.375 (in conseguenza dell'effetto congiunto dell'aumento del reddito e della diminuzione del potere d'acquisto della quota di reddito destinata all'acquisto del bene 2).

La determinazione della domanda (lorda) di ciascun bene in presenza di preferenze Cobb-Douglas è relativamente facile. E' sufficiente calcolare il valore del reddito totale a disposizione dell'individuo e destinarne la frazione  $a$  all'acquisto del bene 1 e la frazione complementare  $(1-a)$  all'acquisto dell'altro bene; una volta fatto questo, è possibile calcolare le quantità consumate dei due beni ai rispettivi prezzi.

L'analisi grafica di un caso specifico permette di ottenere una dimostrazione della validità delle espressioni (6.5) e di stabilire un nesso tra le nostre argomentazioni a quelle svolte nel capitolo 4. Altri esempi numerici possono essere elaborati autonomamente dal lettore.

La nostra analisi grafica considera il caso di preferenze Cobb-Douglas simmetriche ( $a = 0.5$ ). L'individuo ha una dotazione iniziale di 30 unità del bene 1 e 50 del bene 2 ( $e_1 = 30$  e  $e_2 = 50$ ). La corrispondente mappa delle curve di indifferenza è disegnata nella figura 6.1, dove la dotazione iniziale è indicata con X.



La scelta delle quantità ottime dei due beni dipende dal livello dei prezzi dei beni stessi. Iniziamo a considerare<sup>34</sup> i seguenti livelli di prezzo:  $p_1 = 1/4$  e  $p_2 = 1$ . Come dovrebbe essere ormai chiaro, la retta che passa attraverso X con inclinazione  $-p_1/p_2 = -1/4/1 = -1/4$ , è il vincolo di bilancio.

In primo luogo, verifichiamo le proprietà del vincolo di bilancio.

In corrispondenza dei prezzi  $p_1 = 1/4$  e  $p_2 = 1$ , il valore della dotazione iniziale ( $e_1 = 30$  e  $e_2 = 50$ ) è pari a  $1/4 \times 30 + 1 \times 50 = 57.5$ . Volendo, l'individuo è nella possibilità di spendere tutto il suo reddito nel consumo del bene 2. In questo caso, egli consuma la dotazione (0, 57.5). In corrispondenza di questo punto, il vincolo di bilancio interseca l'asse delle ordinate. Analogamente, l'individuo può decidere di spendere il proprio reddito di 57.5 per intero nel bene 1 e di collocarsi nel punto (230, 0), in corrispondenza del quale il vincolo di bilancio interseca l'asse delle ascisse.

Una volta definito il vincolo di bilancio, analizziamo la scelta ottima dell'individuo. Ricordiamo che l'obiettivo da perseguire è quello di posizionarsi sulla più alta curva di indifferenza possibile. La soluzione grafica al problema di scelta è indicata in figura da un asterisco. In corrispondenza di tale punto sono soddisfatte la seguente proprietà: il vincolo di bilancio è tangente alla più alta curva di indifferenza raggiungibile.

Finora abbiamo concluso che nel caso di preferenze Cobb-Douglas simmetriche ( $a = 0.5$ ), metà del reddito viene speso nel bene 1 e l'altra metà nel bene 2. Il reddito totale è pari a 57.5 per cui l'individuo spende 28.75 nel bene 1 e 28.75 nel bene 2. Con una spesa di 28.75, al prezzo di  $1/4$  possono essere acquistate 115 unità del bene 1. Con la stessa somma e al prezzo unitario di 1, possono essere acquistate solo 28.75 del bene 2. La combinazione ottima, dunque, è (115, 28.75) ed è indicata in figura dall'asterisco.

Partendo dalla dotazione iniziale (30, 50), è ora possibile verificare quale debba essere il comportamento dell'individuo per raggiungere la combinazione ottima di consumo (115, 28.75). Egli deve vendere  $50 - 28.75 = 21.25$  unità del bene 2, ottenendo in cambio un ammontare di 21.25 (in quanto il prezzo del bene 2 è 1). Tale ammontare poi deve essere speso nell'acquisto di 85 unità aggiuntive del bene 1 (il prezzo del bene 1 è  $1/4$ ) che permettono di accrescere il consumo del bene 1 da 30 a 115. In conclusione, abbiamo determinato un valore di *domanda netta* del bene 1 pari a 85 e un livello di *offerta netta* del bene 2 pari a 21.25. Tutti i valori delle variabili interessate dal processo di scelta dell'individuo sono espressi nella prima colonna della seguente tabella.

| <b>Prezzo del bene 1</b>                                   | <b>1/4</b> | <b>1/3</b> | <b>1/2</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> |
|--|------------|------------|------------|----------|----------|----------|----------|
| $p_1/p_2$ (prezzo relativo)                                | 1/4        | 1/3        | 1/2        | 1        | 2        | 3        | 4        |
| <i>Valore della dotazione iniziale</i>                     | 57.5       | 60         | 65         | 80       | 110      | 140      | 170      |
| Frazione di reddito totale destinata al consumo del bene 1 | 28.75      | 30         | 32.5       | 40       | 55       | 70       | 85       |
| Frazione di reddito totale destinata al consumo del bene 2 | 28.75      | 30         | 32.5       | 40       | 55       | 70       | 85       |

|                                 |        |     |       |     |      |        |       |
|---------------------------------|--------|-----|-------|-----|------|--------|-------|
| <i>Domanda Lorda del bene 1</i> | 115    | 90  | 65    | 40  | 27.5 | 23.333 | 21.25 |
| <i>Domanda Lorda del bene 2</i> | 28.75  | 30  | 32.5  | 40  | 55   | 70     | 85    |
| Domanda Netta del bene 1*       | 85     | 60  | 35    | 10  | -2.5 | -6.67  | -8.75 |
| Domanda Netta del bene 2*       | -21.25 | -20 | -17.5 | -10 | 5    | 20     | 35    |

\*Valori negativi definiscono un'offerta netta del bene. I valori della tabella si riferiscono al caso in cui  $p_2 = 1$ ,  $e_1 = 30$  e  $e_2 = 50$ .

Nel nostro esempio abbiamo studiato la scelta ottima dell'individuo in corrispondenza di specifici valori di prezzo e di dotazioni iniziali. La stessa procedura può essere seguita assegnando valori diversi alle variabili esogene e verificare come l'offerta e la domanda dei due beni ne risultino modificate. Di questo ci occupiamo nel seguito del paragrafo, lasciando variare alternativamente il livello dei prezzi dei beni e/o il valore delle dotazioni iniziali.

Consideriamo in primo luogo gli effetti su domanda e offerta di una variazione del prezzo del bene 1, mantenendo il livello del prezzo del bene 2 e il valore delle dotazioni iniziali ai valori specificati in precedenza ( $p_2 = 1$ ,  $e_1 = 30$  e  $e_2 = 50$ ).

Assumiamo che  $p_1$  possa assumere i seguenti valori:  $1/3$ ,  $1/2$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$  e  $4$ .

Lasciando tutti gli altri casi al lettore, consideriamo a titolo esemplificativo solo la diminuzione di  $p_1$  da  $1$  a  $1/3$ .

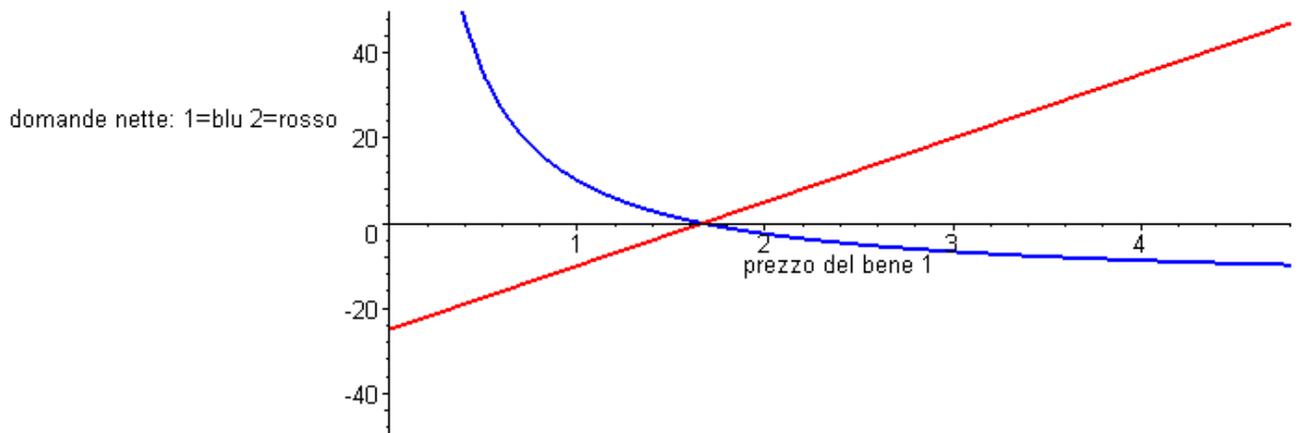
Se  $p_1 = 1/3$ , il nuovo valore della dotazione iniziale è  $1/3 \times 30 + 1 \times 50 = 60$ . Nei due casi estremi, l'individuo spende tutto il proprio reddito in uno dei due beni acquistando 60 unità del bene 2 oppure 180 unità del bene 1. Di conseguenza, il vincolo di bilancio unisce l'intercetta verticale (0, 180) e quella orizzontale (60, 0) e passando per (30, 50). Il nuovo vincolo di bilancio può essere disegnato nel grafico 6.1.

L'individuo spende metà (30) del proprio reddito totale (60) per acquistare il bene 1, ottenendo 90 unità del bene in questione e l'altra metà nel bene 2, ottenendone 30 unità. Per dotazioni iniziali dei due beni pari rispettivamente a 30 e 50, le domande nette corrispondenti sono di 60 unità per il bene 1 e 20 unità per il bene 2.

La determinazione dei livelli di domanda netta per valori di  $p_1$  uguali a  $1/2$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$  e  $4$ , è lasciata al lettore che può verificare l'esattezza dei propri risultati sulla base dei dati contenuti in tabella.

Una volta determinata la scelta ottima dell'individuo per diversi livelli di prezzo del bene 1, è possibile rappresentare graficamente le curve di domanda netta dei due beni. A questo scopo, utilizziamo i dati contenuti nella prima e nelle ultime due righe della tabella precedente. Nel diagramma rappresentato in figura 6.2, il prezzo del bene 1 è rappresentato sull'asse delle ascisse e i corrispondenti livelli di domanda e offerta sull'asse delle ordinate.

6.2: variazioni nel prezzo del bene 1



La curva di domanda netta del bene 1 è la curva decrescente che, da positiva diventa negativa a partire da un livello di  $p_1$  pari a  $5/3$ . La curva di domanda netta del bene 2 è la linea retta che da negativa diventa positiva a partire dallo stesso valore di  $p_1$ . Quindi, quando la domanda netta del bene 1 è positiva, quella dell'altro bene è negativa e viceversa. Per valori sufficientemente bassi di  $p_1$  (compresi tra 0 e  $5/3$ ), l'individuo è compratore netto del bene 1 e venditore netto del bene 2. Viceversa, quando  $p_1$  si attesta su valori sufficientemente alti, diventa venditore netto del bene 1 e compratore netto del bene 2. In corrispondenza di  $p_1 = 5/3$ , l'individuo resta alla posizione iniziale. Questa strategia è ottimale nel caso in cui il vincolo di bilancio si collochi al di sotto della curva di indifferenza iniziale, ad eccezione del punto corrispondente alla dotazione. Questa circostanza si verifica solo se in corrispondenza di tale punto, il vincolo di bilancio è tangente alla curva di indifferenza iniziale. Ne consegue che l'inclinazione della curva di indifferenza iniziale in corrispondenza della dotazione iniziale è pari a  $-5/3^{35}$ . Dalla figura 6.2 emergono due proprietà della domanda: (1) la domanda di un bene decresce al crescere del proprio prezzo; (2) la domanda di un bene cresce all'aumentare del prezzo dell'altro bene. L'individuo tende a ridurre la domanda di un bene quando l'altro bene diventa relativamente più a buon mercato. Queste due proprietà sono valide in generale a meno di alcune eccezioni. Le equazioni (6.5) forniscono la forma generica delle domande lorde dei due beni. Sostituendo in queste due equazioni i valori specifici  $e_1 = 30$ ,  $e_2 = 50$  e  $p_2 = 1$ , possiamo derivare le funzioni di domanda netta del bene 1 e del bene 2 relative al nostro esempio numerico. Per il bene 1, sappiamo che la domanda netta è pari alla domanda lorda ( $q_1 = a(p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_1$ ) meno la dotazione iniziale  $e_1$ . Sostituendo  $e_1 = 30$ ,  $e_2 = 50$  e  $p_2 = 1$ , otteniamo  $0.5(p_1 30 + 50)/p_1 - 30$ . La domanda netta del primo bene è, dunque,  $25/p_1 - 15$ . Questa è l'equazione della curva decrescente in figura 6.2 – per valori  $p_1$  sufficientemente bassi, la domanda netta è positiva, è zero per  $p_1 = 25/15 = 5/3$ , e diventa negativa per valori del prezzo maggiori di  $5/3$ . La domanda netta del secondo bene si ottiene sottraendo la domanda lorda  $q_2 = (1-a)(p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_2$  da  $e_2$ . Per sostituzione, otteniamo  $0.5(p_1 30 + 50) - 50$  e la domanda netta del bene 2 diventa di conseguenza  $15 p_1 - 25$ . Quest'ultima è l'equazione della retta disegnata nella figura 6.2. La domanda netta del bene 2 è negativa per valori bassi di  $p_1$ , è zero per  $p_1 = 25/15 = 5/3$  e diventa positiva per valori di  $p_1$  maggiori di  $5/3$ .

Il nostro primo *esercizio di statica comparata* ha riguardato l'analisi degli effetti di un aumento del prezzo del bene 1 sulla domanda netta del bene stesso. Altri esercizi possono essere condotti seguendo la stessa procedura. Ad esempio, si possono valutare gli effetti conseguenti variazioni nel livello del prezzo del bene 2 o nel valore delle dotazioni iniziali dei due beni.

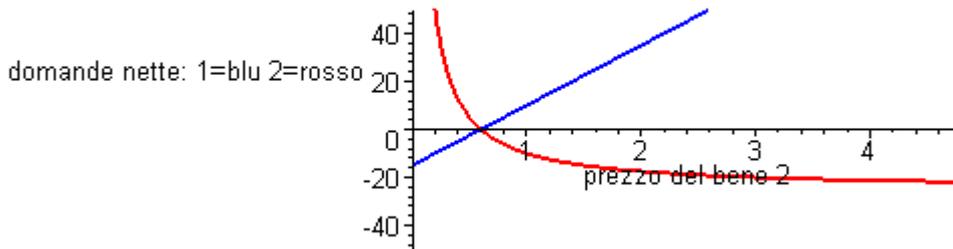
Gli effetti di una variazione di  $p_2$  sono facilmente prevedibili. Infatti, piuttosto che la considerazione dei valori *assoluti* dei prezzi dei due beni, è sempre corretto fare riferimento al valore dell'inclinazione del vincolo di bilancio:  $-p_1/p_2$ . In precedenza il valore di  $p_2$  è stato fissato a 1 e abbiamo lasciato assumere a  $p_1$  i seguenti valori: 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, e 4. I corrispondenti valori del prezzo relativo  $-p_1/p_2$  sono: 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3 e 4. Supponiamo ora di mantenere fisso  $p_1$  a di far assumere a  $p_2$  i seguenti valori: 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3 e 4. In questo caso il prezzo relativo  $-p_1/p_2$  diventa rispettivamente: 4, 3, 2, 1, 1/2, 1/3 e 1/4. Gli effetti delle variazioni di prezzo del bene 2 sono facilmente rintracciabili (per dati valori di  $p_1$ ,  $e_1$  e  $e_2$ ). Dati i risultati riportati alla tabella esposta in precedenza è facile ottenere la tabella che segue.

| <b>Prezzo del bene 2</b>                                   | <b>1/4</b> | <b>1/3</b>                     | <b>1/2</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> |
|--|------------|--------------------------------|------------|----------|----------|----------|----------|
| $p_1/p_2$ (prezzo relativo)                                | 4          | 3                              | 2          | 1        | 1/2      | 1/3      | 1/4      |
| <i>Valore della dotazione iniziale</i>                     | 42.5       | 46 <sup>2</sup> / <sub>3</sub> | 55         | 80       | 130      | 180      | 230      |
| Frazione di reddito totale destinata al consumo del bene 1 | 21.25      | 23 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> | 27.5       | 40       | 65       | 90       | 115      |
| Frazione di reddito totale destinata al consumo del bene 2 | 21.25      | 23 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> | 27.5       | 40       | 65       | 90       | 115      |
| <i>Domanda Lorda del bene 1</i>                            | 21.25      | 23 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> | 27.5       | 40       | 65       | 90       | 115      |
| <i>Domanda Lorda del bene 2</i>                            | 85         | 70                             | 55         | 40       | 32.5     | 30       | 28.75    |
| Domanda Netta del bene 1*                                  | -8.75      | -6 <sup>2</sup> / <sub>3</sub> | -2.5       | 10       | 35       | 60       | 85       |
| Domanda Netta del bene 2*                                  | 35         | 20                             | 5          | -10      | -17.5    | -20      | -21.25   |

\*Valori negativi indicano un'offerta netta. I valori riportanti in questa tabella fanno riferimento al caso in cui  $p_1 = 1$ ,  $e_1 = 30$  and  $e_2 = 50$ .

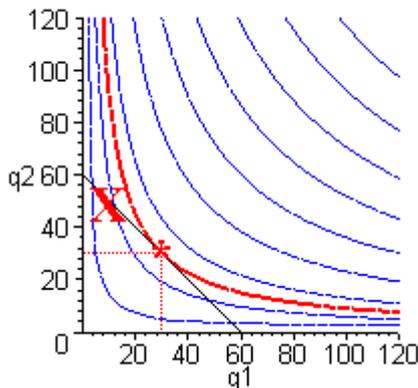
I valori delle domande nette dei due beni riportati nelle due ultime righe sono quelli contenuti nelle ultime due righe della tabella precedente, ma riportati in ordine opposto. Ciò è dovuto al fatto che i valori del prezzo relativo sono gli stessi, ma anche essi in ordine opposto. Utilizzando i valori contenuti nella nuova tabella, possiamo rappresentare le domande nette dei due beni. In questo caso rappresentiamo sull'asse delle ascisse il prezzo del bene 2 anziché  $p_1$ .

#### 6.4: variazioni nel prezzo del bene 2



La domanda netta del bene 2 è rappresentata dalla curva decrescente che, da positiva per valori sufficientemente bassi di  $p_2$ , si annulla in corrispondenza di  $p_2 = 3/5$  (come interpretiamo questo valore?), e assume valori negativi per ogni prezzo maggiore di  $3/5$ . Viceversa, la domanda netta del bene 1 (rappresentata dalla linea retta nella figura 6.4) è prima negativa, poi si annulla in corrispondenza di  $p_2 = 3/5$  e, infine, diventa positiva per ogni  $p_2$  maggiore di  $3/5$ . Nell'ultimo esercizio di statica comparata analizziamo che effetti prodotti da variazioni nell'ammontare delle dotazioni iniziali. Lasciamo variare  $e_1$  e fissiamo i prezzi in maniera tale che l'inclinazione del vincolo di bilancio sia pari a  $-1$ . La dotazione iniziale del bene 2 è fissata a 50. Consideriamo inizialmente una dotazione  $e_1 = 10$ . Il punto  $(10, 50)$  è indicato nella seguente figura con X.

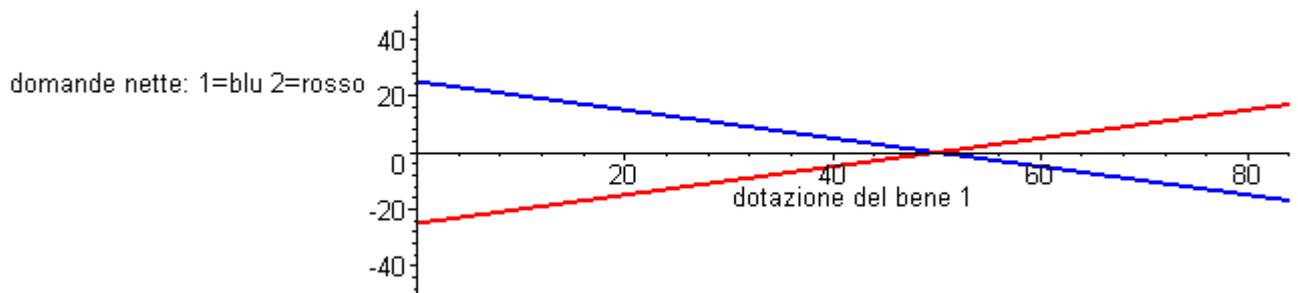
6.5: variazioni nella dotazione del bene 1



La scelta ottima dell'individuo è indicata dall'asterisco in corrispondenza del punto  $(30, 30)$ . Le domande nette del bene 1 e del bene 2 sono pari rispettivamente a 20 e  $-20$ .

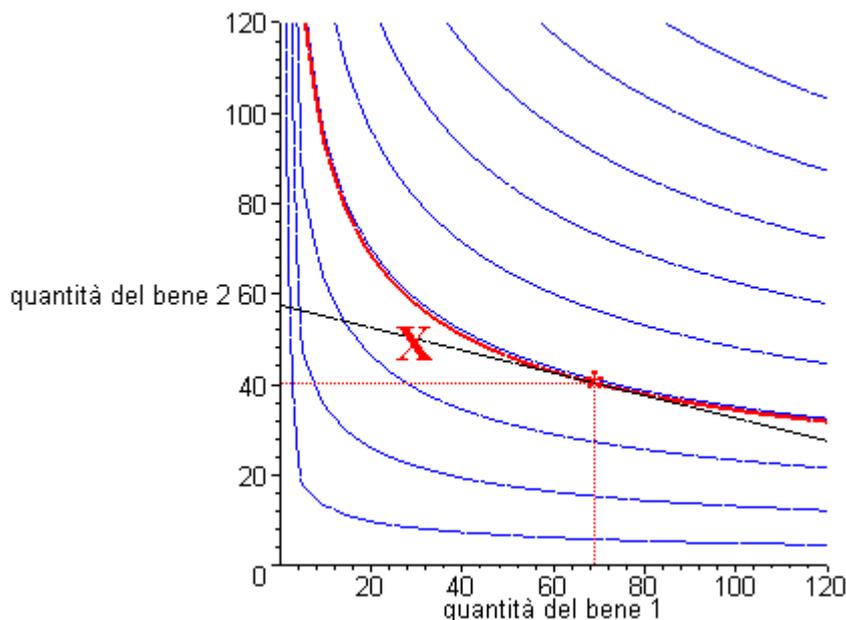
Ammettiamo ora che  $e_1$  sia uguale a 20. In questo caso, il punto di ottimo diventa  $(35, 35)$  e le domande nette dei beni 1 e 2 sono pari rispettivamente a 15 (leggermente inferiore al caso precedente perché la dotazione iniziale del bene 1 è aumentata) e  $-15$ . Per valori di  $e_1$  via via più elevati, la domanda lorda del bene 1 assume valori progressivamente maggiori (in quanto la situazione iniziale dell'individuo migliora progressivamente) e la domanda netta del bene 2 continua a decrescere. Per un valore di  $e_1$  pari a 50 (lo stesso di  $e_2$ ), la domanda netta del bene 1 si annulla, poi diventa negativa. La dinamica appena descritta è esposta graficamente di seguito.

6.6: variazioni nella dotazione del bene 1



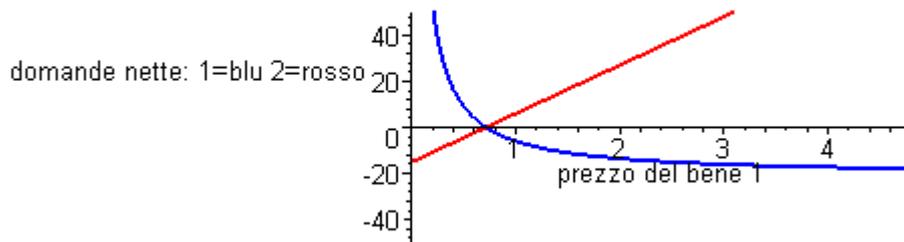
La retta decrescente per valori crescenti di  $e_1$  descrive l'andamento della domanda netta del bene 1, la retta crescente quello della domanda netta del bene 2. Un esercizio ulteriore di statica comparata potrebbe riguardare gli effetti di una variazione della dotazione del bene 2, ma lo lasciamo al lettore. Non vogliamo affrontare in ulteriori dettagli gli argomenti di questo paragrafo. Ricordiamo al lettore, tuttavia, quanto sia importante comprendere i principi generali della determinazione la scelta ottima dell'individuo e come la sua soluzione possa essere influenzata da variazioni nei valori delle variabili esogene. Ancora, è importante che si sappia apprezzare l'importanza dell'assunzione sul tipo di preferenze individuali nel determinare la forma delle "funzioni di domanda" rappresentate nelle figure 6.2, 6.4 e 6.6. Al fine di rendere chiara questa stretta dipendenza, osserviamo come la forma delle funzioni di domanda cambi nel caso di preferenze Cobb-Douglas che non siano simmetriche. Per  $a = 0.3$  e  $(1-a) = 0.7$ , la mappa delle curve di indifferenza appare come nel grafico seguente:

6.9: variazioni nel prezzo del bene 1 con preferenze C-D e pesi 0.3 e 0.7



Dalla formula introdotta in precedenza, deriviamo la seguente relazione grafica tra le domande nette dei due beni e il prezzo del bene 1:

6.10: variazioni nel prezzo del bene 1 con preferenze C-D e pesi 0.3 e 0.7



Dal confronto tra le figure 6.2 e 6.10, emergono le seguenti differenze: (1) le inclinazioni sono diverse; (2) cambia il punto in corrispondenza del quale l'individuo da compratore di un bene diventa venditore del bene stesso. Risulta chiaro, concludendo, che la forma delle preferenze, influenza la forma delle funzioni di domanda.

#### **6.4: La scelta ottima con Preferenze Stone-Geary**

Come per le preferenze Cobb-Douglas, iniziamo la trattazione delle preferenze di tipo Stone-Geary, derivando algebricamente le corrispondenti funzioni di domanda. Tale procedura di determinazione, prima vista complessa, è semplificata dalle proprietà possedute delle Stone-Geary. Sappiamo, infatti, che in presenza di preferenze Stone-Geary, prima che il reddito totale possa essere ripartito tra il consumo dei due beni, si devono assicurare i livelli di consumo di sussistenza degli stessi. Ne risultano curve di indifferenza Cobb-Douglas disegnate *rispetto ai livelli di consumo di sussistenza dei beni 1 e 2*.

Dalle proprietà appena ricordate, è possibile concludere quanto segue: l'individuo che abbia preferenze Stone-Geary compra una quantità  $s_1$  del bene 1 e una quantità del bene 2 pari a  $s_2$ . In seguito, spende la frazione  $a$  e  $(1-a)$  di reddito *residuo* per acquistare rispettivamente il bene 1 e il bene 2. Le conseguenti funzioni di domanda lorda dei due beni sono:

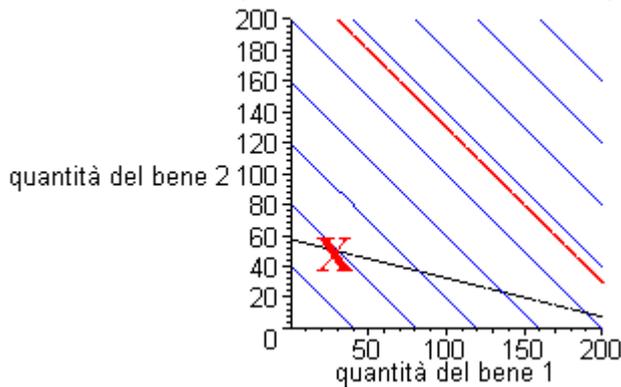
$$q_1 = s_1 + a(p_1e_1 + p_2e_2 - p_1s_1 - p_2s_2)/p_1 \quad e \quad q_2 = s_2 + (1-a)(p_1e_1 + p_2e_2 - p_1s_1 - p_2s_2)/p_2 \quad (6.7)$$

Le funzioni di domanda descritte in (6.7) hanno proprietà diverse da quelle relative a preferenze Cobb-Douglas (6.5). Ciò implica che dalla forma delle funzioni di domanda è possibile inferire la struttura delle preferenze individuali.

#### **6.5: La scelta ottima con beni perfetti sostituti**

Nel caso in cui l'individuo ritenga i due beni perfetti sostituti, il problema della scelta ottima diventa di facile soluzione. La scelta, infatti, ricade sempre sul meno caro dei due beni. Se il rapporto di sostituibilità è di  $1$  a  $1$  e  $p_1 < p_2$ , allora l'individuo compra solo il bene 1; se, invece,  $p_2 < p_1$ , l'individuo spende tutto il proprio reddito nel consumo del bene 2. Più in generale, consideriamo beni che siano ritenuti sostituibili in rapporto  $1$  ad  $a$ . Dato che il consumo di 1 unità del bene 1 è equivalente al consumo di  $a$  unità del bene 2, quando  $p_1 < ap_2$ , l'individuo acquista solo il bene 1; se, viceversa,  $ap_2 < p_1$ , solo il bene 2 viene acquistato.

6.18: variazioni nel prezzo del bene 1 con sostituti perfetti 1:1



Il grafico precedente visualizza il caso di due beni perfetti sostituti in rapporto 1 a 1. Il prezzo unitario del bene 2 è 1 e le dotazioni dei due beni sono pari rispettivamente a 30 e 50. Il prezzo del bene 1 è  $\frac{1}{4}$ . Di conseguenza, il vincolo di bilancio passa per la dotazione iniziale e ha inclinazione pari a  $-\frac{1}{4}$ . La massima quantità acquistabile di bene 2 è 57.5, quella relativa al bene 1 è pari a 230. La scelta ottima consiste nello spendere il reddito totale per intero nel consumo del bene 1. Il punto di ottimo è indicato dall'asterisco. La domanda lorda del bene 1 è 230, mentre quella del bene 2 è 0 e le rispettive domande nette dei due beni sono pari a 200 e  $-50$ . Il punto di ottimo  $(230,0)$  viene raggiunto vendendo 50 unità del bene 2 e utilizzando il ricavato della vendita per acquistare 200 unità aggiuntive del bene 1.

La soluzione ottenuta resta valida per qualsiasi livello di prezzo del bene 1 tale che  $p_1 < p_2$ . Se i prezzi dei due beni coincidano, il vincolo di bilancio si sovrappone alla curva di indifferenza e ogni punto lungo il vincolo diventa un punto di ottimo.

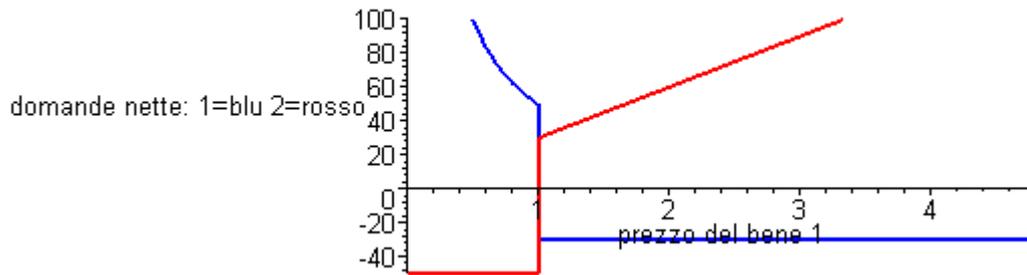
Se  $p_2 < p_1$ , viceversa, diventa ottimale vendere l'intera dotazione iniziale del bene 1 per scambiarla con unità aggiuntive del bene 2. La tabella riportata di seguito contiene i valori di domande lorde e nette dei due beni per diversi valori di prezzo del bene 1.

| Prezzo del bene 1        | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2   | 3   | 4   |
|--------------------------|---------------|---------------|---------------|---|-----|-----|-----|
| Domanda Lorda del bene 1 | 230           | 180           | 130           | * | 0   | 0   | 0   |
| Domanda Lorda del bene 2 | 0             | 0             | 0             | * | 110 | 140 | 170 |
| Domanda Netta del bene 1 | 200           | 150           | 100           | * | -30 | -30 | -30 |
| Domanda Netta del bene 2 | -50           | -50           | -50           | * | 60  | 90  | 120 |

\*Qualsiasi quantità soddisfa il vincolo di bilancio. I dati in tabella si riferiscono al caso in cui  $p_2 = 1$ ,  $e_1 = 30$  e  $e_2 = 50$ .

Dai dati in tabella osserviamo che l'individuo sposta la propria decisione di consumo dal bene 1 al bene 2 non appena il prezzo del bene 1 diventa maggiore di 1. I livelli di domanda netta dei due beni per diversi valori di prezzo del bene 1 sono rappresentati nella figura 6.19.

6.19: variazioni nel prezzo del bene 1 con sostituti perfetti 1:1



Per ogni prezzo compreso tra 0 e 1, l'individuo scambia per intero le 50 unità di dotazione iniziale del bene 2 con la maggiore quantità possibile del bene 1; per ogni livello di prezzo maggiore di 1, 30 unità del bene 1 vengono scambiate con la maggiore quantità possibile del bene 2. Le espressioni algebriche delle due domande lorde sono:

se  $p_1 < p_2$ , allora  $q_1 = (p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_1$  e  $q_2 = 0$

se  $p_2 < p_1$ , allora  $q_2 = (p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_2$  e  $q_1 = 0$  (6.8)

Le domande nette vengono calcolate sottraendo dalle domande lorde le rispettive dotazioni iniziali:

se  $p_1 < p_2$ , allora per il bene 1  $(p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_1 - e_1$  e per il bene 2  $-e_2$

se  $p_2 < p_1$ , allora per il bene 2  $(p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_2 - e_2$  e per il bene 1  $-e_1$   
(6.9)

Più in generale, per perfetti sostituti in rapporto  $1 ad a$ , abbiamo le seguenti domande lorde:

se  $p_1 < a p_2$  allora  $q_1 = (p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_1$  e  $q_2 = 0$

se  $a p_2 < p_1$  allora  $q_2 = (p_1 e_1 + p_2 e_2)/p_2$  e  $q_1 = 0$  (6.10)

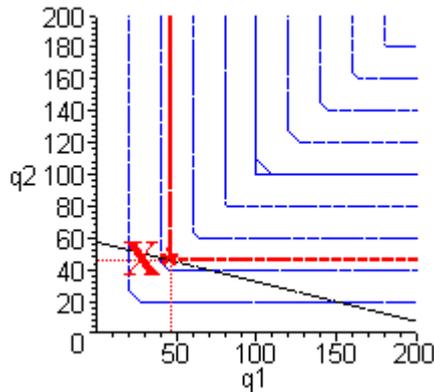
La derivazione delle rispettive domande nette è lasciata al lettore.

In conclusione, notiamo la notevole differenza tra le funzioni di domanda relative al caso di perfetti sostituti e quello di preferenze Cobb-Douglas, così come risulta evidente confrontando le figure 6.2 e 6.19.

### **6.6: La scelta ottima con beni perfetti complementi**

Anche la soluzione del problema della scelta ottima in presenza di due beni perfetti complementi è relativamente semplice. L'individuo, infatti, consuma sempre i due beni in proporzioni fisse. Consideriamo il caso di perfetti complementi in rapporto di 1 a 1.

6.22: variazioni nel prezzo del bene 1 con comple



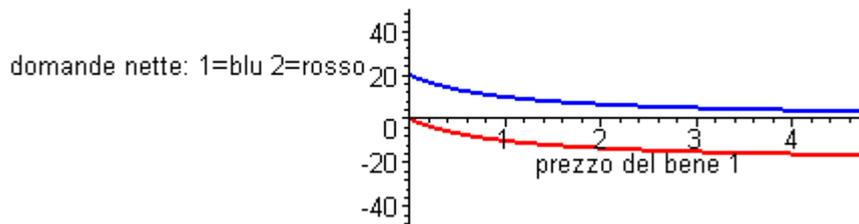
Il punto di ottimo è sempre una soluzione d'angolo: il punto in corrispondenza del quale il vincolo di bilancio interseca la linea che unisce i punti d'angolo delle curve di indifferenza. Nel caso di beni perfetti complementi in rapporto di 1 a 1, l'equazione di questa retta è  $q_1 = q_2$  e l'equazione del vincolo di bilancio è  $p_1q_1 + p_2q_2 = p_1e_1 + p_2e_2$ .

Risolviendo le due equazioni per sostituzione, deriviamo le seguenti funzioni di domanda lorda:

$$q_1 = q_2 = (p_1e_1 + p_2e_2)/(p_1 + p_2) \quad (6.11)$$

Le domande nette corrispondenti vengono ricavate sottraendo  $e_1$  da  $q_1$  e  $e_2$  da  $q_2$ . Le domande nette dei due beni in funzione del prezzo del bene 1 e per valori dei parametri  $e_1 = 30$ ,  $e_2 = 50$ ,  $p_2 = 1$ , sono disegnate nel grafico 6.23.

6.23: variazioni nel prezzo del bene 1 con complementi perfetti 1 con 1



L'individuo è sempre compratore netto del bene 1 e venditore netto del bene 2.

Perché?

Nel caso di beni perfetti complementi in rapporto di  $1 ad a$ , l'equazione della retta che unisce tutti i punti d'angolo delle curve di indifferenza della mappa diventa  $q_1 = aq_2$ , e le domande lorde sono rappresentate algebricamente da:

$$q_1 = (p_1e_1 + p_2e_2)/(p_1 + ap_2) \quad e \quad q_2 = a(p_1e_1 + p_2e_2)/(p_1 + ap_2) \quad (6.12)$$

La determinazione delle domande nette è lasciata al lettore.

### 6.7: Considerazioni Conclusive

Ci siamo già soffermati sul concetto fondamentale in base al quale le funzioni di domanda dipendono dalla forma delle preferenze. Ciò risulta evidente dal

confronto delle figure 6.2, 6.10, 6.19 e 6.23. L'importanza di questa dipendenza emerge nel momento in cui si disponga di informazioni relative alla domanda e si voglia utilizzarle a fini di previsione. In tal caso, è possibile in primo luogo inferire la forma delle preferenze dalle funzioni di domanda. Poi, dalla forma delle preferenze si può prevedere l'andamento futuro della domanda stessa.

### **6.8: Riassunto**

Anche se forse finora il lettore non se ne è reso conto, è possibile distinguere in maniera molto netta le preferenze che abbiamo considerato finora. Infatti,

*Per beni perfetti sostituti in rapporto 1 ad  $a$ , l'individuo compra solo uno dei due beni spostando la propria decisione di consumo da un bene all'altro non appena il prezzo diventa maggiore di  $a$ .*

*Per beni perfetti complementi in rapporto 1 ad  $a$ , il rapporto tra la domanda lorda del bene 1 e la domanda lorda del bene 2 è sempre costante e pari ad  $a$ .*

*In presenza di preferenze Cobb-Douglas, il rapporto tra la domanda lorda del bene 1 e la domanda lorda del bene 2 è sempre costante e pari ad  $a/(1-a)$ .*

Al lettore il compito di estendere queste definizioni al caso di preferenze Stone-Geary.

## Capitolo 7: Domanda con il reddito in forma di moneta

### 7.1: Introduzione

L'unica differenza tra questo capitolo e il precedente consiste nella definizione del reddito individuale. Assumiamo, infatti, che esso sia espresso in forma di moneta, laddove in precedenza lo abbiamo definito in termini di dotazioni iniziali. La diversa definizione del reddito non produce differenze sostanziali nelle conclusioni e le similarità tra i due capitoli sono molte. La loro considerazione disgiunta, tuttavia, è stata giudicata utile ai fini dell'apprendimento. Nel seguito del testo, inoltre, faremo ampio riferimento ad entrambi.

### 7.2: Il vincolo di Bilancio con il reddito in forma di moneta.

Lo scenario che consideriamo vede l'individuo decidere, in base alle proprie preferenze, come ripartire il proprio consumo tra i beni 1 e 2. Le quantità consumate dei bene 1 e 2 ( $q_1$  e  $q_2$ ) vengono rappresentate rispettivamente sull'asse delle ascisse e delle ordinate. I prezzi unitari dei due beni sono  $p_1$  e  $p_2$ .

La nuova ipotesi di lavoro è che l'individuo detenga il proprio reddito in forma di moneta. La quantità di moneta detenuta dall'individuo è indicata con  $m$  e non dipende dai prezzi (viceversa, il potere d'acquisto dipende dai prezzi). Il vincolo di bilancio è definito dalla seguente equazione:

$$p_1q_1 + p_2q_2 = m \quad (7.1)$$

Dall'espressione (7.1) risulta che il costo totale degli acquisti dell'individuo deve essere uguale al proprio reddito totale.

L'espressione (7.1) definisce la retta nello spazio dei punti ( $q_1, q_2$ ) con inclinazione pari a  $-p_1/p_2$ . Quando l'individuo non acquista nessuna unità del bene 2, egli consuma  $m/p_1$  unità del bene 1. Viceversa, nel caso nessuna unità del bene 1 venga consumata,  $m/p_2$  unità del bene 2 vengono acquistate. Il vincolo di bilancio, dunque, ha per estremi i punti  $(0, m/p_1)$  e  $(m/p_2, 0)$ . Per un dato vincolo di bilancio e specifiche preferenze individuali, la combinazione ottima di consumo si trova in corrispondenza del punto sul vincolo di bilancio che si colloca sulla più alta curva di indifferenza possibile. Nei paragrafi che seguono viene illustrato il procedimento di derivazione della scelta ottima per alcuni tipi particolari di preferenze.

### 7.3: La scelta ottima con Preferenze Cobb-Douglas

Come sappiamo, in presenza di preferenze Cobb-Douglas, l'individuo destina le frazioni del proprio reddito totale  $a$  e  $(1-a)$  rispettivamente al consumo dei bene 1 e 2. Questa informazione è da sola sufficiente a definire le seguenti funzioni di domanda (sia domande *nette* che domande *lorde*, in quanto l'individuo inizialmente non possiede alcuna dotazione dei due beni):

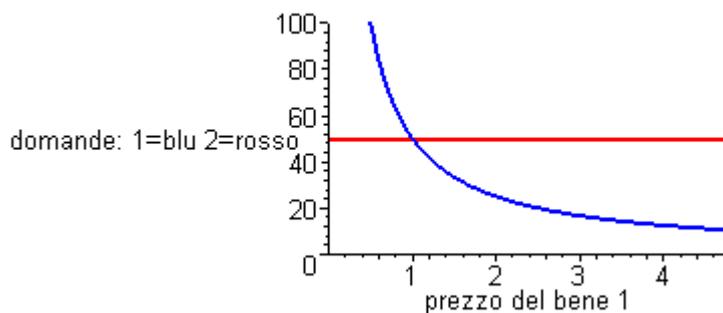
$$q_1 = am/p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)m/p_2 \quad (7.2)$$

Questo risultato è molto importante ed è molto utile ricordarlo. Le funzioni di domanda (7.2) implicano che: (1) l'effetto del prezzo sulla domanda è facilmente

rintracciabile – in seguito a variazioni di prezzo, la domanda si aggiusta in modo da non far variare la frazione di reddito destinata al consumo di ciascun bene; (2) la domanda di un bene non è influenzata da variazioni del prezzo dell'altro bene; (3) la funzione di domanda è lineare nel reddito ( $q_i$  è lineare rispetto a  $m$ ) per cui la domanda varia proporzionalmente rispetto al reddito.

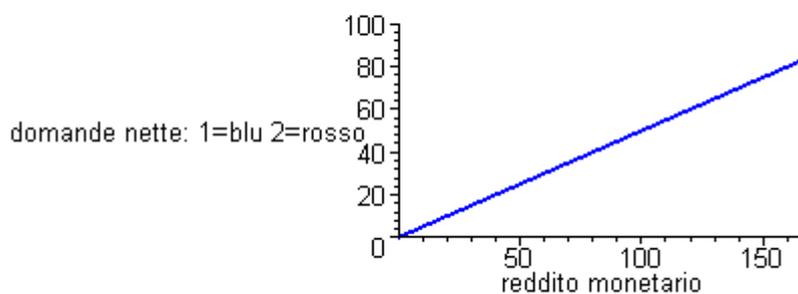
Il grafico 7.2 illustra la relazione tra  $p_1$  e la domanda dei due beni. Assumiamo preferenze Cobb-Douglas simmetriche, un reddito totale di 100 e  $p_2 = 1$ . Sull'asse delle ascisse rappresentiamo  $p_1$  e su quello delle ordinate i livelli di domanda dei due beni. La retta orizzontale rappresentata in figura definisce la domanda del bene 2, sempre uguale a 50 per ogni livello di  $p_1$ . La curva decrescente, invece, descrive l'andamento della domanda del bene 1 al variare di  $p_1$ :  $q_1$  decresce per valori crescenti di  $p_1$ . Per un prezzo unitario pari a 1, la domanda è uguale a 50 (per cui l'ammontare di reddito destinato al bene 1 è uguale a 50 – la metà del reddito totale); quando  $p_1 = 2$ ,  $q_1 = 25$  (l'ammontare di reddito destinato al bene 1 è ancora 50 – la metà del reddito totale); quando  $p_1 = 5$ ,  $q_1 = 10$  (l'ammontare di reddito destinato al bene 1 è ancora 50 – la metà del reddito totale); e così via per valori crescenti di  $p_1$ .

7.2: variazioni nel prezzo del bene 1



Ancora più semplice è l'analisi dell'effetto di una variazione del reddito sulla domanda:

7.6: variazioni nel reddito monetario

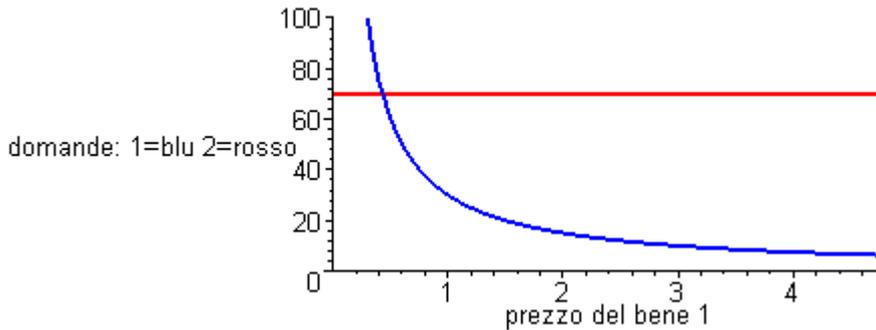


Il diagramma in figura 7.6 descrive la relazione esistente tra la domanda del primo bene e il reddito. Ricordiamo che, per preferenze Cobb-Douglas simmetriche ( $a=(1-a)=0.5$ ), le domande dei due beni coincidono.

In presenza di preferenze Cobb-Douglas non simmetriche, naturalmente, le domande dei due beni non coincidono come avviene nella figura 7.6. Un utile

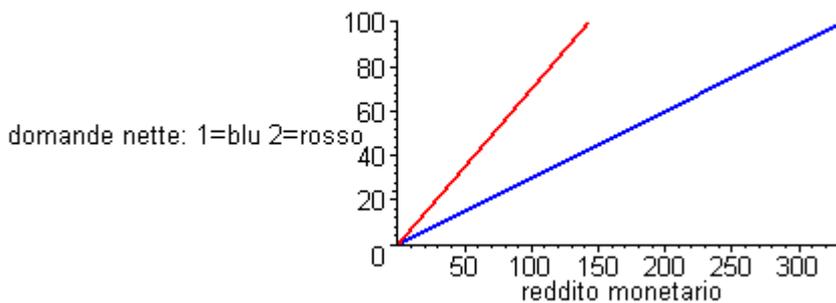
esercizio può consistere nell'analisi grafica delle funzioni di domanda per diversi valori di  $a$  (mantenendo le ipotesi di un reddito di 100 e un prezzo del bene 2 pari a 1). Ad esempio, quale valore di  $a$  presuppone il seguente grafico?

7.08: variazioni nel prezzo del bene 1 con preferenze C-D e pesi 0.3 e 0.7



Nella figura 7.8, la retta orizzontale è la funzione di domanda del bene 2 e la curva decrescente rappresenta la funzione di domanda del bene 1. Dovrebbe essere chiaro che il grafico si riferisce al caso in cui  $a=0.3$ : l'individuo spende sempre 30 nel consumo del bene 1 e 70 nel consumo del bene 2. Il grafico successivo si riferisce, invece, al caso in cui  $p_1 = p_2 = 1$

7.10: variazioni nel reddito monetario con preferenze C-D e pesi 0.3 e 0.7



La linea retta più inclinata rappresenta la domanda del bene 2, la meno inclinata quella dell'altro bene. Il parametro  $a$  è pari a 0.3. Che ammontare di reddito è destinato all'acquisto del primo bene? E quanta parte del reddito totale viene impiegata per acquistare il secondo bene?

#### 7.4: La scelta ottima con Preferenze Stone-Geary

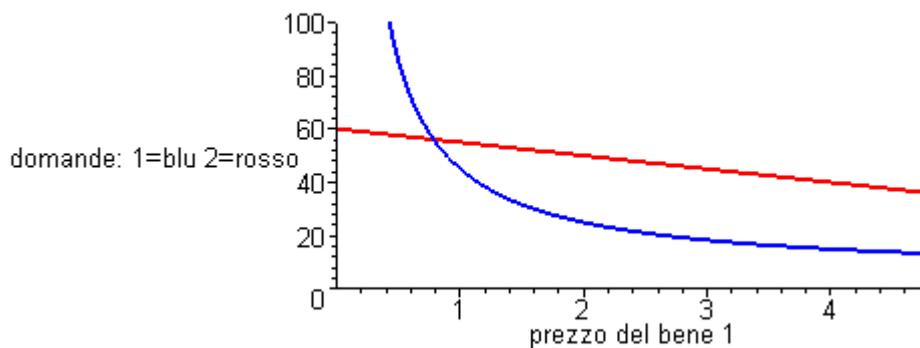
Sappiamo che le preferenze Ston-Geary equivalgono a preferenze Cobb-Douglas disegnate rispetto ai livelli di consumo di sussistenza dei due beni. Come detto in precedenza, l'individuo dapprima acquista i livelli di sussistenza dei due beni e poi destina le frazioni fisse  $a$  e  $(1-a)$  del reddito residuo all'acquisto dei beni 1 e 2. Il reddito residuo dopo l'acquisto di  $s_1$  e  $s_2$  è dato da  $m - p_1s_1 - p_2s_2$  e le funzioni di domanda dei due beni sono:

$$q_1 = s_1 + a(m - p_1s_1 - p_2s_2)/p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = s_2 + (1-a)(m - p_1s_1 - p_2s_2)/p_2 \quad (7.3)$$

Da notare le differenze con le funzioni di domanda (7.2) ricavate a partire da preferenze di tipo Cobb-Douglas: (1) in seguito a variazioni di prezzo, la quantità

di bene acquistata non si aggiusta in maniera tale da mantenere costante la quota di reddito totale destinata all'acquisto del bene stesso; (2) la domanda di ciascun bene è influenzata dal livello del prezzo dell'altro bene; (3) la domanda è una funzione lineare del prezzo, ma non è definita a partire dall'origine degli assi. Consideriamo, come nel paragrafo precedente, i seguenti valori:  $a = 0.5$ ,  $m = 100$ ,  $p_2 = 1$ . In presenza di preferenze Cobb-Douglas, la relazione tra  $p_1$  e la domanda dei due beni è descritta nella figura 7.2. Dati gli stessi valori dei parametri e assumendo preferenze Stone-Geary con  $s_1 = 10$  e  $s_2 = 20$ , la stessa relazione è ora descritta dal seguente grafico:

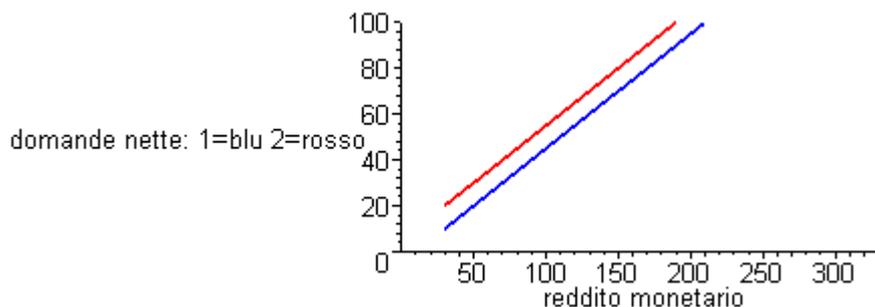
7.12: variazioni nel prezzo del bene 1 con preferenze S-G e pesi 0.5 e 0.5



Notiamo del differenze tra le due rappresentazioni grafiche.

Inoltre, lasciando variare il livello del reddito (e mantenendo fissi i due prezzi ai livelli precedenti), otteniamo il seguente grafico:

7.13: variazioni nel reddito monetario con preferenze S-G e pesi 0.5 e 0.5



E' da notare che le due curve di domanda netta rappresentate nella figura 7.13 non sono definite per valori di reddito tali da non permettere l'acquisto dei livelli di sussistenza dei due beni (infatti, le curve di indifferenza sono definite solo per livelli di consumo dei due beni maggiori dei rispettivi livelli di sussistenza). Per un reddito di 30, vengono acquistare le quantità di sussistenza  $s_1 = 10$  e  $s_2 = 20$ . Per valori di reddito crescenti, la domanda cresce proporzionalmente rispetto al reddito.

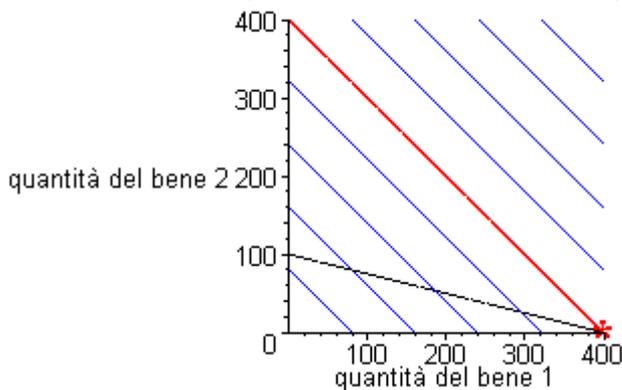
### 7.5: La scelta ottima con beni perfetti sostituti

Se nel caso di preferenze Cobb-Douglas e Stone-Geary si è ritenuto conveniente introdurre alcune definizioni matematiche, per i beni perfetti sostituti è forse preferibile ricordare alcuni principi generali a cui si è già fatto cenno in precedenza.

Lo scenario è il seguente: i beni sono ritenuti perfettamente sostituibili in rapporto di 1 a 1; il reddito totale è pari a 100; il prezzo del bene 2 è uguale a 1; inizialmente il prezzo del bene 1 è pari a 1/4. Analizziamo il comportamento dell'individuo.

Il vincolo di bilancio ha per intercetta orizzontale e verticale rispettivamente i valori 400 e 100. Essendo i due beni perfetti sostituti e dato che il bene 1 ha un prezzo unitario inferiore a quello del bene 2, risulta ottimale concentrare il consumo nel bene 1. Dunque, l'individuo domanda 400 unità quantità del bene 1, e nessuna dell'altro bene.

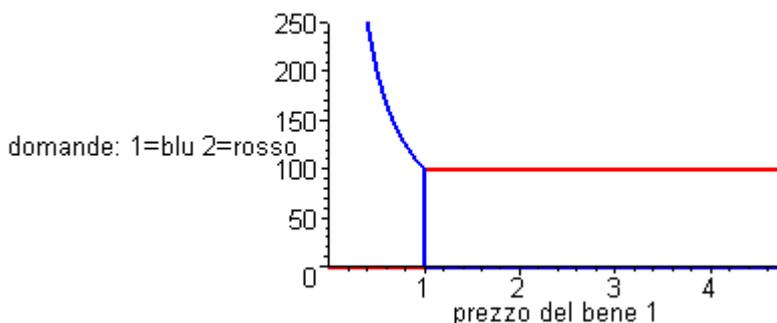
7.17: variazioni nel prezzo del bene 1 con sostituti perfetti 1:1



La soluzione di ottimo non cambia per  $p_1=1/3$  (quando cioè il vincolo di bilancio unisce i punti (300, 0) e (0, 100)) o per  $p_1=1/2$  (quando il vincolo di bilancio unisce le due intercette (200, 0) e (0, 100)). Per  $p_1=1$ , il vincolo di bilancio unisce le combinazioni (100, 0) e (0, 100), sovrapponendosi ad una delle curve di indifferenza della mappa: tutti i punti sul vincolo procurano lo stesso livello di utilità. Se  $p_1=2$ , il vincolo di bilancio unisce i punti (50, 0) e (100, 0) e il bene 2 diventa relativamente meno caro del bene 1. Lo stesso è vero per ogni  $p_1 > 2$ .

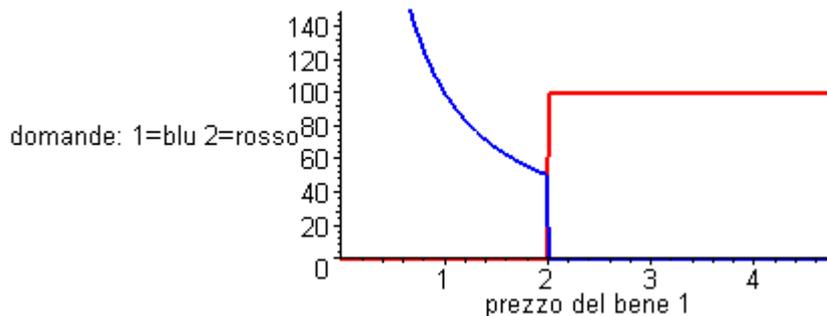
Nella figura 7.18 sono rappresentate le funzioni di domanda per i due beni rispetto a  $p_1$ . La funzione di domanda del bene 1 è la curva decrescente che decresce progressivamente a 100 per  $p_1$  che tende a 1 e poi si annulla per  $p_1 > 1$ . Per  $p_1 < 1$ , la domanda del bene 1 è semplicemente pari alla quantità di bene che può essere acquistata con un reddito totale di 100: 100 diviso il prezzo. L'altra curva descrive la domanda del bene 2. La quantità domandata del bene 2 è zero finché  $p_1$  non diventa 1. A partire da  $p_1 = 1$ , la domanda del bene 2 è sempre uguale a 100 (la quantità acquistabile di bene dato un reddito totale di 100 e un prezzo unitario di 1).

7.18: variazioni nel prezzo del bene 1 con sostituti perfetti 1:1



Per beni che siano perfetti sostituiti in rapporto di 1 a 2, la rappresentazione grafica delle due curve di domanda è simile a quella in figura 7.18. L'unica differenza è che la decisione di spostare il consumo da un bene all'altro avviene per  $p_1$  uguale a 2 anziché 1. Vedete grafico 7.20.

7.20: variazioni nel prezzo del bene 1 con sostituti perfetti 1:2



Le domande ottime nel caso generale di perfetti sostituiti in rapporto di  $1$  ad  $a$  sono:

$$\begin{aligned} \text{se } p_1 < ap_2, \text{ allora } q_1 &= m/p_1 \text{ e } q_2 = 0 \\ \text{se } ap_2 < p_1, \text{ allora } q_2 &= m/p_2 \text{ e } q_1 = 0 \end{aligned} \quad (7.4)$$

### 7.6: La scelta ottima con beni perfetti complementi

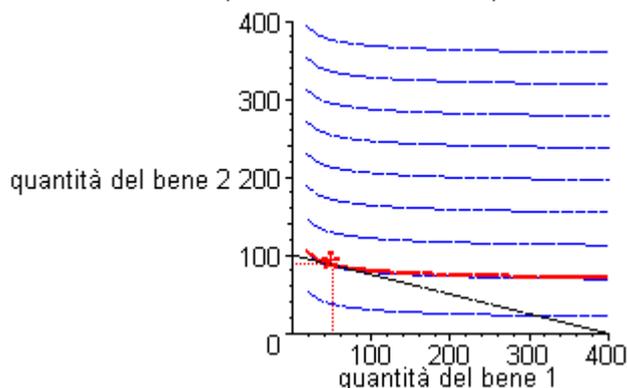
Come abbiamo già visto nel capitolo precedente, le domande ottime per beni perfetti complementi sono tali che il rapporto tra le quantità consumate dei due beni è sempre costante. Il punto di ottimo è sempre una soluzione d'angolo. Le domande ottime per diversi livelli di prezzo si trovano lungo la retta che congiunge i punti di intersezione tra il vincolo di bilancio e i punti d'angolo delle curve di indifferenza. Nel caso generico di un rapporto di complementarietà di  $1$  ad  $a$ , la retta in questione ha per equazione  $q_2 = aq_1$ , mentre il vincolo di bilancio è  $p_1q_1 + p_2q_2 = m$ . Di conseguenza, le domande ottime per i due beni sono:

$$q_1 = m/(p_1 + ap_2) \quad \text{e} \quad q_2 = am/(p_1 + ap_2) \quad (7.5)$$

### 7.7: La scelta ottima con Preferenze Quasi Lineari

Le preferenze quasi lineari sono rappresentate graficamente da curve di indifferenza parallele<sup>36</sup>.

7.27: variazioni nel prezzo del bene 1 con preferenze quasi-lineari

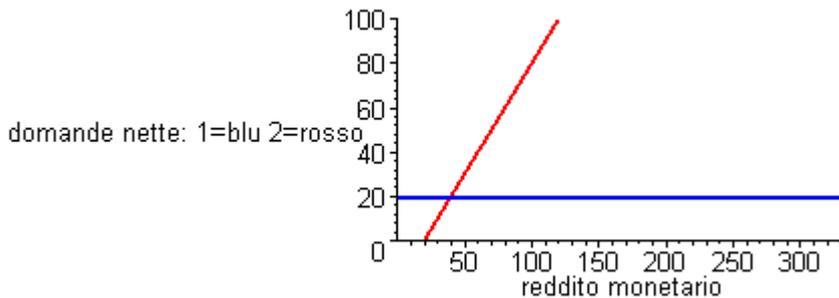


Domandiamoci come siano influenzate le domande ottime dei due beni dal reddito (per dati valori dei prezzi). In seguito ad un aumento del reddito, il vincolo di bilancio si sposta verso l'alto di un ammontare pari all'incremento del reddito stesso. L'inclinazione del vincolo resta invariata (perché il prezzo relativo non

cambia). Dalla figura 7.27 notiamo che la nuova soluzione d'ottimo è spostata verso l'alto rispetto a quella iniziale in corrispondenza dello stesso valore sull'asse orizzontale. La domanda del bene 1, dunque, è indipendente dal reddito dell'individuo.

Nella figura 7.29 il reddito è rappresentato sull'asse delle ascisse e la domanda dei due beni sull'asse delle ordinate. La retta orizzontale è la domanda del bene 1, la retta crescente quella del bene 2.

7.29: variazioni nel reddito monetario con preferenze quasi-lineari



### 7.8: Considerazioni Conclusive

In questo capitolo abbiamo esteso i concetti esposti nel capitolo 6 al caso in cui il reddito individuale venga espresso in forma di moneta anziché di dotazioni iniziali. Abbiamo mostrato che in seguito a variazioni nel livello dei prezzi dei due beni, il vincolo di bilancio ruota intorno alla propria intercetta orizzontale (al variare di  $p_2$ ) o verticale (al variare di  $p_1$ ), invece che intorno alla dotazione iniziale. Un'altra differenza rispetto all'analisi del capitolo 6 è data dal fatto che le funzioni di domanda sono nette e lorde al tempo stesso. L'individuo, infatti, non possiede alcuna dotazione iniziale dei due beni.

### 7.9: Riassunto

Il concetto chiave di questo capitolo è quello già richiamato al termine del capitolo 6: diversi tipi di preferenze individuali implicano differenti funzioni di domanda.

*Per beni perfetti sostituti in rapporto di 1 ad  $a$ , l'individuo compra solo uno dei due beni spostando la propria decisione di consumo da un bene all'altro non appena il prezzo diventa maggiore di  $a$ .*

*Per beni perfetti complementi in rapporto di 1 ad  $a$ , il rapporto tra la domanda del bene 1 e la domanda del bene 2 è sempre costante e pari ad  $a$ .*

*In presenza di preferenze Cobb-Douglas, il rapporto tra le spese totali nei due beni è sempre costante e pari ad  $a/(1-a)$ .*

Al lettore il compito di estendere queste definizioni al caso di preferenze Stone-Geary e quasi lineari.

## Capitolo 8: Lo scambio

### **8.1: Introduzione**

Il capitolo 8 è forse il più importante dell'intero libro. Il lettore che volesse studiare solo alcuni degli argomenti trattati nel testo dovrebbe sicuramente includere questo capitolo nella sua scelta. In questo capitolo, infatti, otteniamo risultati molto importanti e discutiamo dei concetti che verranno ampiamente richiamati nel prosieguo del testo.

I guadagni derivanti dalla partecipazione allo scambio vengono descritti in modo molto semplice e intuitivo grazie all'impiego dello strumento di analisi della scatola di Edgeworth. Le condizioni che assicurano (quando è possibile) l'esistenza dello scambio vengono illustrate insieme alle proprietà che lo scambio deve possedere per poter essere definito efficiente e alle caratteristiche degli scambi che possono aver luogo in diverse forme di mercato. I vantaggi del mercato concorrenziale, infine, vengono messi in relazione alle proprietà meno desiderabili dei mercati di monopolio e monopsonio.

### **8.2: Lo scambio**

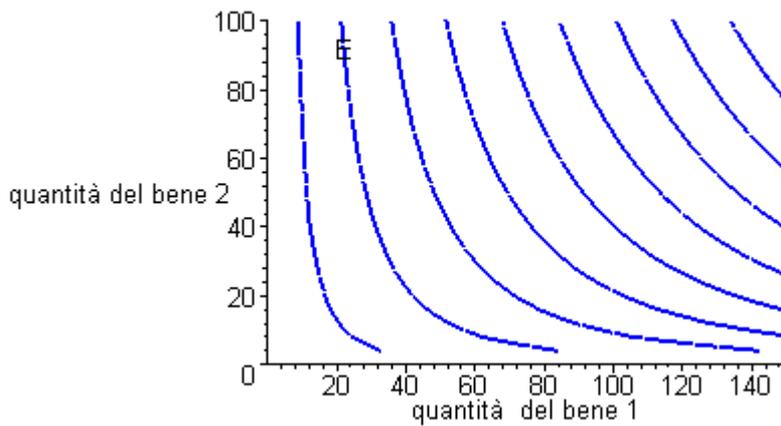
Consideriamo un'economia di puro scambio con due soli individui, A e B, e due soli beni, il bene 1 e il bene 2. A e B posseggono determinate dotazioni iniziali dei beni 1 e 2 e decidono se consumare semplicemente tali dotazioni oppure se sia più conveniente intraprendere scambi reciprocamente vantaggiosi. In questo capitolo ci occupiamo di verificare a che condizioni l'attività di scambio può produrre vantaggi per entrambe le parti e in che modo scambi di questo tipo possono essere incentivati. Cruciale è la considerazione della forma delle preferenze individuali e delle dotazioni iniziali. Nel seguito, introduciamo una serie di esempi numerici, raggiungendo dei primi risultati che vengono poi di volta in volta generalizzati.

### **8.3: Preferenze e dotazioni dell'individuo A**

Sebbene il nostro strumento di lavoro sia un esempio numerico, è bene ricordare che siamo principalmente interessati ai principi generali che applichiamo. Prima di introdurre le ipotesi sulle preferenze e le dotazioni iniziali dell'individuo A, ricordiamo che lo spazio dei punti considerato nei nostri grafici è lo stesso di quello degli ultimi 3 capitoli, con la quantità del bene 1 ( $q_1$ ) rappresentata sull'asse delle ascisse e la quantità del bene 2 ( $q_2$ ) su quello delle ordinate.

Assumiamo che A abbia preferenze di tipo Cobb-Douglas con il parametro  $a = 0.7$  e una dotazione iniziale di 22 unità del bene 1 e 92 unità del bene 2. Ciò implica delle curve di indifferenza della forma rappresentata nella figura 8.1, dove la dotazione iniziale (22, 92) è indicata con la lettera E.

8.1: curve di indifferenza di A



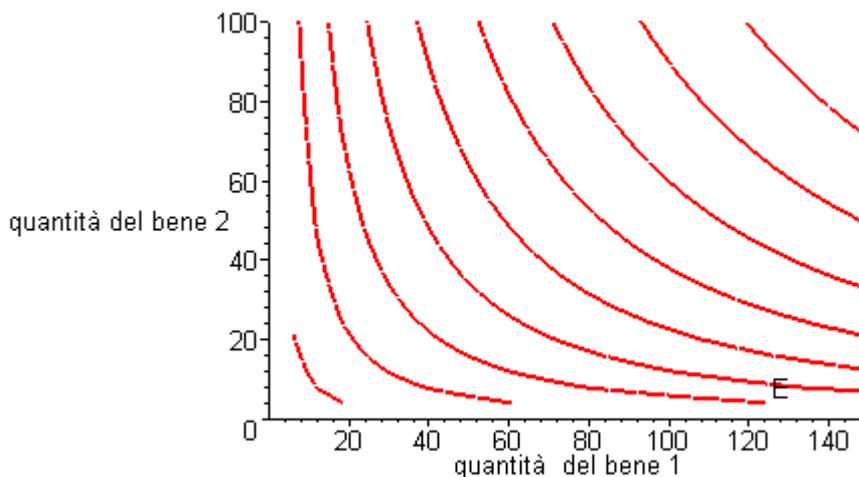
Dalla semplice lettura del grafico 8.1, è possibile determinare quali siano i punti verso i quali A ritiene vantaggioso spostarsi partendo dalla dotazione iniziale E. Si tratta di tutti i punti alla destra della curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale E.

#### 8.4: *Preferenze e dotazioni dell'individuo B*

B ha una dotazione iniziale di 128 unità del bene 1 e 8 unità del bene 2. Come A, l'individuo B ha preferenze di tipo Cobb-Douglas, ma assegna un peso minore al consumo del bene 1 ( $a = 0.6$ ). Dunque, B preferisce in termini assoluti il bene 1, ma attribuisce maggior peso al consumo dell'altro bene *rispetto all'individuo A*.

Disegniamo le curve di indifferenza di B:

8.2: curve di indifferenza di B

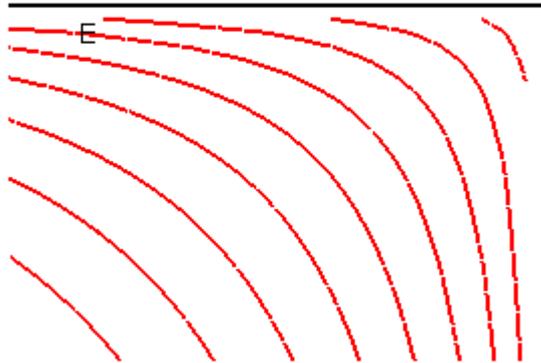


B ha per punto di partenza (128, 8) e trova conveniente spostarsi su qualsiasi punto alla destra della curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale.

#### 8.5: *La scatola di Edgeworth*

Ora utilizziamo l'espedito ideato da Edgeworth per ottenere una rappresentazione grafica congiunta delle preferenze dei due individui. Capovolgiamo il diagramma nel quale sono rappresentate le curve di indifferenza di B in maniera tale da ottenere il seguente grafico:

### 8.3: curve di indifferenza di B rovesciate

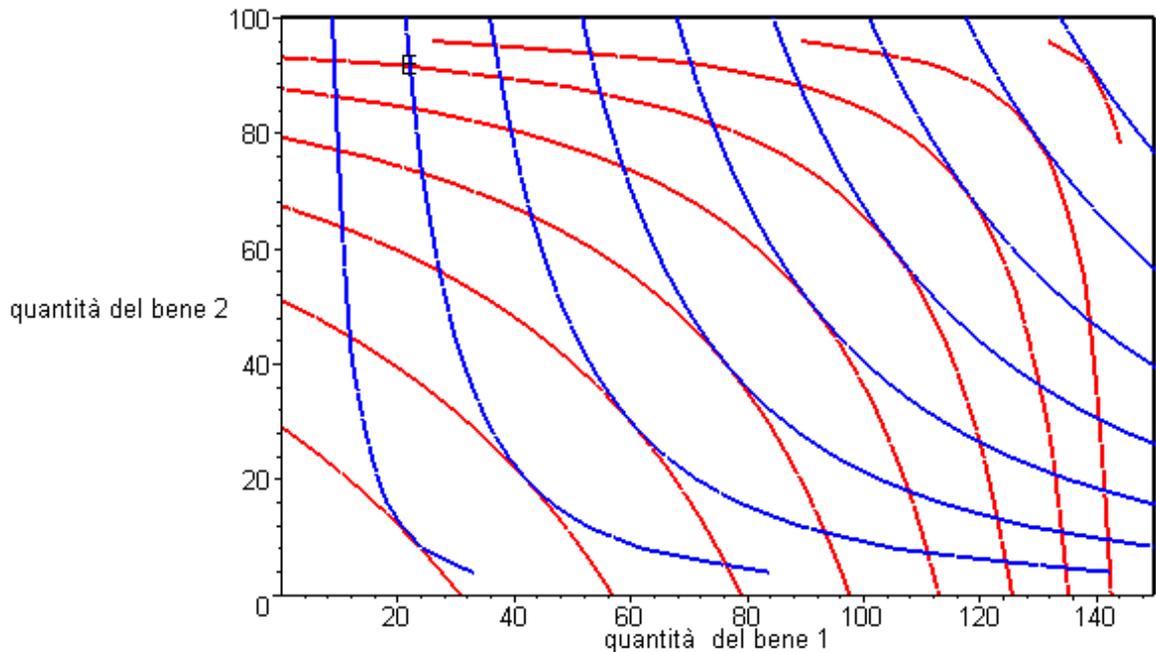


In questa nuova rappresentazione grafica delle preferenze di B, l'origine degli assi si colloca in alto a destra. Ora il consumo del bene 1 dell'individuo B viene misurato sull'asse delle ordinate a partire dalla nuova origine degli assi verso sinistra (la dotazione iniziale del bene 1 si colloca ad una distanza orizzontale di 128 dalla nuova origine). Il consumo del bene 2 invece si misura a partire dalla nuova origine verso il basso lungo l'asse delle ordinate (e la dotazione iniziale del bene 2 si colloca ad una distanza verticale dalla nuova origine pari a 8).

La soddisfazione di B aumenta man mano che si sposta verso punti che si collocano sempre più a sinistra e in basso nel diagramma, per cui curve di indifferenza sempre più basse sono caratterizzate da livelli maggiori di utilità. Ne consegue che l'individuo B è disposto a spostarsi su qualsiasi punto che si trovi su una curva di indifferenza a sinistra della curva passante per la dotazione iniziale E.

Notiamo che A inizia con 22 unità di bene 1 e 92 unità di bene 2, mentre B ne possiede rispettivamente 128 e 8 unità. Le quantità totali dei due beni inizialmente disponibili ai due individui sono rispettivamente 150 e 100. Il problema al quale vogliamo fornire una soluzione è stabilire come il consumo delle 150 unità di bene 1 e 100 unità di bene 2 si distribuisce tra A e B a conclusione dello scambio. Lo strumento che utilizziamo per analizzare questo problema di allocazione è la scatola di Edgeworth. Al fine di costruire questo diagramma a scatola, sovrapponiamo i due grafici 8.1 e 8.3, *in maniera tale che le dotazioni iniziali di A e B coincidano*.

#### 8.4: la scatola di Edgeworth



La lunghezza dell'asse orizzontale della scatola di Edgeworth è pari alla somma della distanza orizzontale tra l'origine e il punto della dotazione iniziale di bene 1 di A (22 unità) e la distanza orizzontale tra l'origine e il punto che indica la dotazione iniziale di bene 1 di B (128 unità). In altri termini, la lunghezza dell'asse orizzontale è pari esattamente alla dotazione complessiva del bene 1 disponibile ai due individui (150 unità). L'altezza della scatola di Edgeworth è uguale alla distanza tra l'origine degli assi e il punto che indica la dotazione iniziale di bene 2 disponibile ad A (92 unità) più la distanza verticale tra l'origine e la dotazione iniziale del bene 2 di B (8 unità). L'altezza della scatola dunque è pari alla quantità totale di bene 2 disponibile ad A e B (100 unità). In sintesi, le dimensioni della scatola Edgeworth sono determinate dalla quantità totale dei beni disponibile alla società (vale a dire ai due individui). La larghezza della scatola misura la quantità totale del bene 1; l'altezza, la quantità totale del bene 2.

Ogni punto del diagramma indica una particolare *allocazione* dei due beni tra i due individui. Ad esempio, il punto E indica l'allocazione iniziale. L'origine in basso a sinistra (0, 0) rappresenta la situazione nella quale B si appropria della quantità totale di entrambi i beni, mentre A non ottiene nulla. Viceversa, in corrispondenza dell'origine degli assi in alto a destra (150, 100), A si appropria di tutte le risorse dell'economia, e B non consuma nulla. In corrispondenza dell'allocazione (75, 50), le quantità totali dei due beni vengono ripartite in parti uguali tra A e B: entrambi consumano 75 unità del bene 1 e 50 del bene 2. Gli altri punti del diagramma rappresentano tutte le altre possibili allocazioni di consumo date le quantità totali dei due beni.

A questo punto dobbiamo domandarci a che condizioni i due individui, partendo dall'allocazione iniziale E, reputano conveniente raggiungere un'altra allocazione delle risorse disponibili attraverso lo scambio.

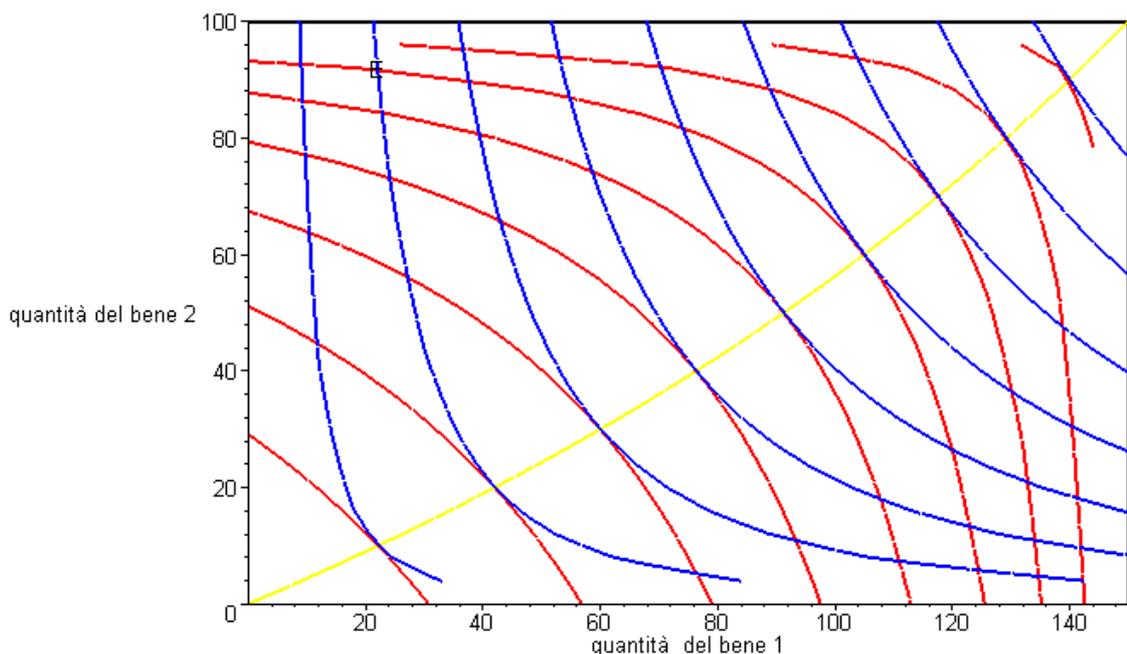
A desidera spostarsi verso allocazioni alla destra della curva di indifferenza passante per la dotazione iniziale; viceversa, B ottiene un miglioramento del proprio benessere spostandosi verso allocazioni che si trovano a sinistra della curva di indifferenza passante per E. Osservando la figura 8.4, notiamo che esiste un'area del diagramma dove entrambi gli individui trovano conveniente spostarsi a partire da E. Domandiamoci se il luogo dei punti nei quali A e B trovano entrambi conveniente spostarsi possa essere individuata in maniera più precisa.

### 8.6: La curva dei Contratti

Osservando ancora la scatola di Edgeworth, notiamo che esistono dei punti di tangenza tra le curve di indifferenza di A e B. Congiungendo tutti questi punti, otteniamo la cosiddetta **curva dei contratti**: il luogo dei punti in cui non è possibile migliorare la situazione di uno dei due individui senza peggiorare quella dell'altro. Perché? Quali sono le proprietà della curva dei contratti?

Consideriamo una *qualsiasi* delle curve di indifferenza di A e chiediamoci: "Quale dei punti appartenenti a questa curva viene preferito da B?".

8.5: la curva dei contratti



Come rispondiamo? Tale punto è quello in corrispondenza del quale la curva di indifferenza di A è *tangente* alla curva di indifferenza di B e che, per definizione, appartiene alla curva dei contratti. Consideriamo ora una *qualsiasi* delle curve di indifferenza dell'individuo B e chiediamoci quale sia, lungo questa curva, l'allocazione preferita da A. La risposta è il punto in corrispondenza del quale la curva di indifferenza di B è *tangente* alla curva di indifferenza di A. Anche questo punto appartiene per definizione alla curva dei contratti<sup>37</sup>. La curva dei contratti, dunque, è il luogo dei punti *Pareto efficienti*, nel senso che tutte le allocazioni ad essa appartenenti sono tali da massimizzare l'utilità di ciascuno dei due individui per ogni livello di utilità dell'altro.

Di contro, tutte le allocazioni al di fuori della curva dei contratti sono *inefficienti*. A partire da uno qualsiasi dei punti che non si trovano lungo la curva dei contratti, infatti, è *sempre* possibile raggiungere un'altra allocazione e *aumentare il benessere di uno dei due individui senza peggiorare il benessere dell'altro*<sup>38</sup>. Per dimostrare questa proposizione, ammettiamo di spostarci da uno qualsiasi dei punti della scatola di Edgeworth ad un'allocazione efficiente, limitando la nostra attenzione all'area compresa *tra* una curva di indifferenza di A e una di B. Ad esempio, cosa avviene se il punto di partenza è la dotazione iniziale E e i due individui mediante lo scambio raggiungono un'allocazione che appartiene alla curva dei contratti? Un tale spostamento implica l'*incremento* dell'utilità sia di A e che di B. Se l'allocazione risultante dallo scambio appartiene alla curva dei contratti, questa conclusione è valida qualsiasi sia il punto di partenza.

Una volta raggiunta la curva dei contratti, non è più possibile accrescere l'utilità di uno dei due individui senza diminuire quella dell'altro. Il lettore può verificare l'esattezza di questa proposizione dall'analisi della scatola di Edgeworth.

Concludendo, la curva dei contratti è il luogo di allocazioni efficienti nel senso di Pareto. Le allocazioni che non appartengono alla curva dei contratti sono inefficienti: entrambi gli individui sono in grado di ottenere un miglioramento del proprio benessere raggiungendo altre allocazioni appartenenti alla curva dei contratti. E' ragionevole concludere, dunque, che qualsiasi scambio tra A e B avrà per risultato un'allocazione appartenente alla curva dei contratti.

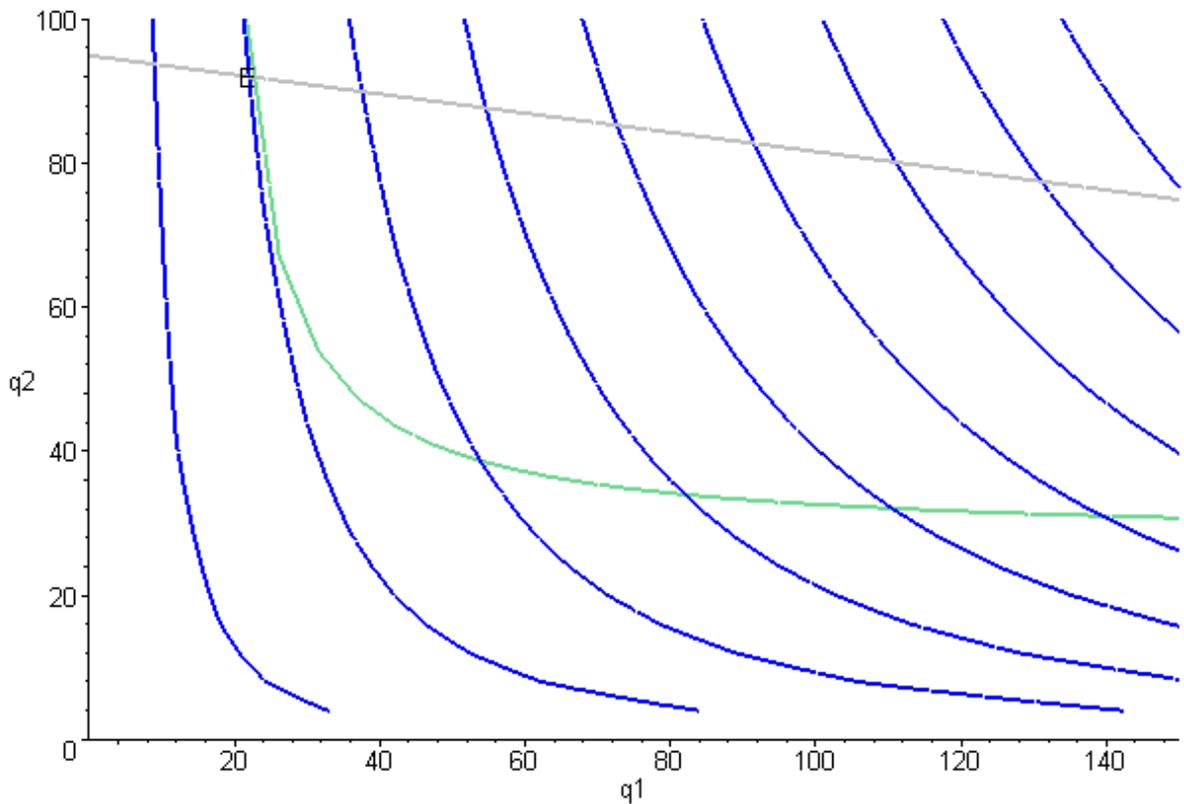
Come ci eravamo proposti di fare, abbiamo definito in maniera più precisa l'insieme delle possibili allocazioni finali risultanti dallo scambio tra A e B. Lo scambio avrà per risultato un'allocazione appartenente al tratto della curva dei contratti compreso tra i punti di intersezione della curva stessa e le rispettive curve di indifferenza iniziali di A e B. Nessuno dei due individui, infatti, accetterà una transazione che ne peggiori il benessere rispetto alla propria dotazione iniziale. E' possibile definire in maniera ancora più precisa il luogo dei punti in corrispondenza dei quali si conclude lo scambio?

Uno dei modi per delimitare ancora di più il luogo dei punti delle possibili allocazioni efficienti è considerare un tipo particolare di mercato. Ad esempio, nell'ottica dell'analisi svolta al capitolo 2, possiamo considerare le implicazioni per lo scambio che derivano dall'assunzione di *perfetta concorrenza*. Ricordiamo che in un mercato di perfetta concorrenza il prezzo viene assunto come dato dagli agenti e in equilibrio domanda e offerta aggregata si eguagliano. Nello scenario di puro scambio senza produzione che stiamo considerando, l'equilibrio concorrenziale implica l'esistenza di un prezzo al quale entrambi gli individui sono disposti a collocarsi nello stesso punto nella scatola di Edgeworth. Se tale prezzo esiste, il punto in corrispondenza del quale sia A che B desiderano collocarsi sarà l'allocazione finale dello scambio. Esiste un tale livello di prezzo?

### **8.7: Le Curve Prezzo-Offerta**

Consideriamo in primo luogo l'effetto dei prezzi sulla scelta ottima dei due individui. Una certa coppia di prezzi dei due beni determina un *vincolo di bilancio* per l'individuo A (e quindi anche per B) passante per la dotazione iniziale E e con un valore dell'inclinazione pari al prezzo relativo  $-p_1/p_2$ :

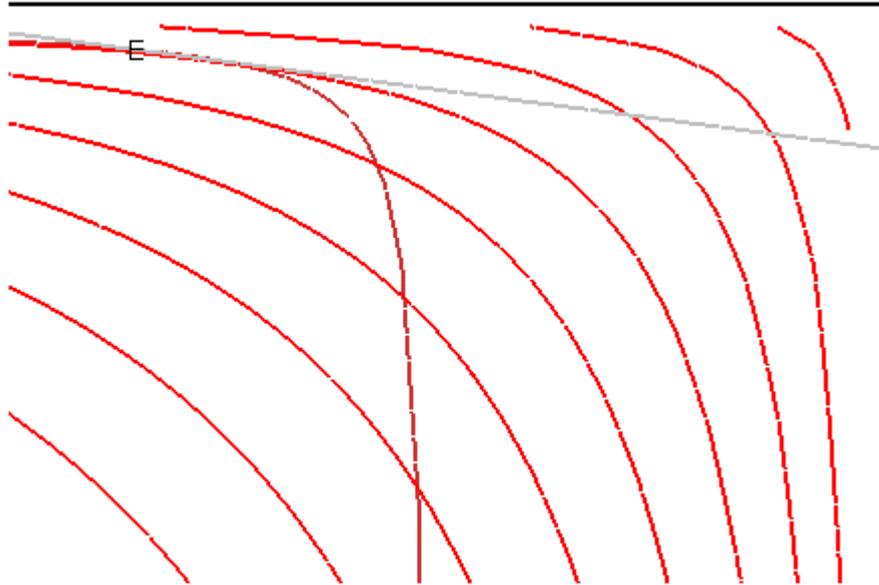
8.6: la curva prezzo-offerta di A



Dato il vincolo di bilancio rappresentato nella figura 8.6, la scelta ottima di A si trova al di fuori della scatola di Edgeworth. Tuttavia, per un dato valore di  $p_2$ , valori crescenti di  $p_1$  provocano un incremento del prezzo relativo  $p_1/p_2$  e, di conseguenza, il vincolo di bilancio ruota intorno ad E diventando sempre più ripido. Ne consegue che maggiore è  $p_1/p_2$ , più è probabile che la scelta ottima di A si collochi in un punto appartenente alla scatola di Edgeworth. Il luogo dei punti di ottimo corrispondenti ad ogni possibile valore del prezzo relativo  $p_1/p_2$  prende il nome di *curva prezzo-offerta* (la curva passante per la dotazione iniziale E nella figura 8.6). La curva prezzo-offerta deve passare sempre per il punto E, in quanto l'individuo A potrebbe desiderare non spostarsi dalla dotazione iniziale (ciò avviene se nel punto E il prezzo relativo  $p_1/p_2$  è uguale in valore assoluto all'inclinazione della curva di indifferenza iniziale).

Lo stesso ragionamento può essere esteso al comportamento dell'individuo B. Nel seguente diagramma il vincolo di bilancio è rappresentato dalla retta passante per l'allocatione iniziale. E' evidente che la scelta ottima appartiene alla curva *prezzo-offerta* di B. Come per l'individuo A, la curva prezzo-offerta passa attraverso la dotazione iniziale.

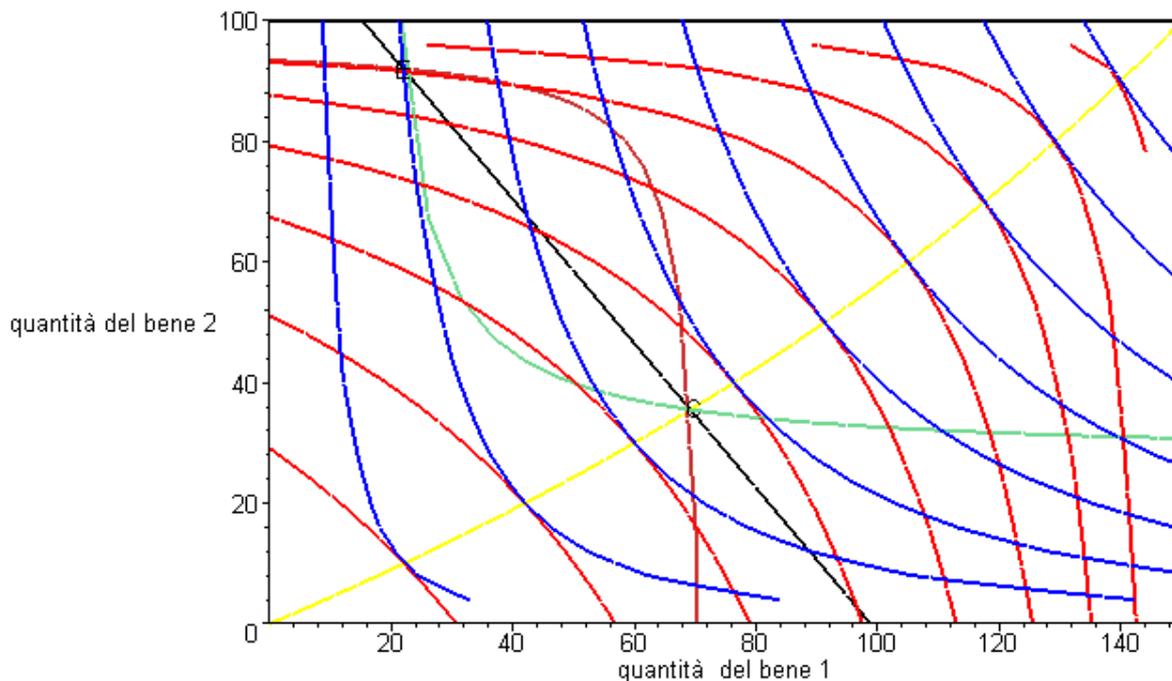
### 8.7: la curva prezzo-offerta di B



### ***8.8: L'equilibrio di concorrenza perfetta***

Il passo successivo nella nostra analisi consiste nel rappresentare graficamente le curve prezzo- offerta dei due individui A e B insieme. Le due curve si intersecano? Se ciò avviene, il punto di intersezione tra le due curve rappresenta *l'equilibrio concorrenziale*.

8.9: l'equilibrio di concorrenza perfetta



Dal grafico 8.9 notiamo che il punto in corrispondenza del quale le due curve prezzo-offerta si intersecano appartiene alla curva dei contratti. Questa conclusione vi sembra sorprendente? In effetti non lo è. Verifichiamo perché. Indichiamo l'equilibrio concorrenziale con la lettera C. C appartiene alla curva prezzo-offerta di A: il vincolo di bilancio deve essere tangente alla curva di indifferenza di A in C. Il punto C appartiene anche alla curva prezzo-offerta di B e dunque il vincolo di bilancio deve essere *tangente* alla curva di indifferenza di B in corrispondenza di questo punto. Di conseguenza, le curve di indifferenza di A e B hanno un punto di tangenza in C e, per definizione, C appartiene alla curva dei contratti.

Il risultato che abbiamo ottenuto è il seguente: l'equilibrio concorrenziale appartiene alla curva dei contratti ed è pertanto un'allocatione Pareto efficiente. Quali sono le implicazioni di questa conclusione?

Inizialmente A possiede 22 unità del bene 1 e 92 del bene 2, B ne possiede rispettivamente 128 e 8. L'equilibrio concorrenziale è dato dall'allocatione (70, 36) (rispetto all'origine degli assi in basso a sinistra) e dal punto (80, 64) (rispetto all'origine degli assi in alto a destra). In equilibrio, A consuma 70 unità del bene 1 e 36 del bene 2, mentre B ne consuma rispettivamente 80 e 64. La seguente tabella espone i dati relativi al consumo di A e B in corrispondenza dell'allocatione iniziale e dell'equilibrio concorrenziale.

|                             | Agente A | Agente B | Società |
|-----------------------------|----------|----------|---------|
| <b>Allocazione iniziale</b> |          |          |         |

|               |    |     |     |
|---------------|----|-----|-----|
| <b>Bene 1</b> | 22 | 128 | 150 |
| <b>Bene 2</b> | 92 | 8   | 100 |

| <i>Allocazione Equilibrio Concorrenziale</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|--|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>                                | 70              | 80              | 150            |
| <b>Bene 2</b>                                | 36              | 64              | 100            |

| <i>Variazione tra le due allocazioni</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|--|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>                            | +48             | -48             | 0              |
| <b>Bene 2</b>                            | -56             | +56             | 0              |

Dal confronto tra le due situazioni, risulta che B cede 48 unità del bene 1 ad A in cambio di 56 unità del bene 2. Quindi, il rapporto di scambio tra i due beni è  $56/48$ : lo stesso valore dell'inclinazione della retta che unisce i punti E e C,  $(- )p_1/p_2 = 56/48 = 1.16666$ . Il bene 1 è più caro relativamente al bene 2: ogni unità del bene 1 viene scambiata per una quantità maggiore di 1 unità dell'altro bene.

Perché l'agente A decide di scambiare il bene 2 con unità aggiuntive del bene 1? E perché l'agente B desidera fare il contrario? Per rispondere a queste domande è sufficiente osservare che inizialmente A possiede il bene 2 in quantità molto maggiore rispetto a B, il quale a sua volta ha una disponibilità iniziale di bene 1 di molto superiore a quella di A. Più importante poi è la posizione dell'allocazione iniziale rispetto alla curva dei contratti. La curva dei contratti, infatti, si trova al di sotto e a destra della linea che congiunge le due origini della scatola di Edgeworth. Questo è dovuto alle diverse preferenze individuali di A e B: B preferisce il bene 2 *relativamente* ad A. Entrambi gli individui preferiscono il bene 1 in termini assoluti: entrambi assegnano al consumo del bene 1 un peso maggiore di 0.5. Le preferenze dell'agente A, tuttavia, sono caratterizzate da un valore del parametro  $a$  pari di 0.7, mentre B ha preferenze Cobb-Douglas con peso 0.6 per il bene 1. Dunque, B preferisce il bene 2 *relativamente* ad A. Il diverso peso assegnato al consumo dei due beni è all'origine della posizione della curva dei contratti nella scatola di Edgeworth.

### **8.9: Equilibri con individui che scelgono il prezzo**

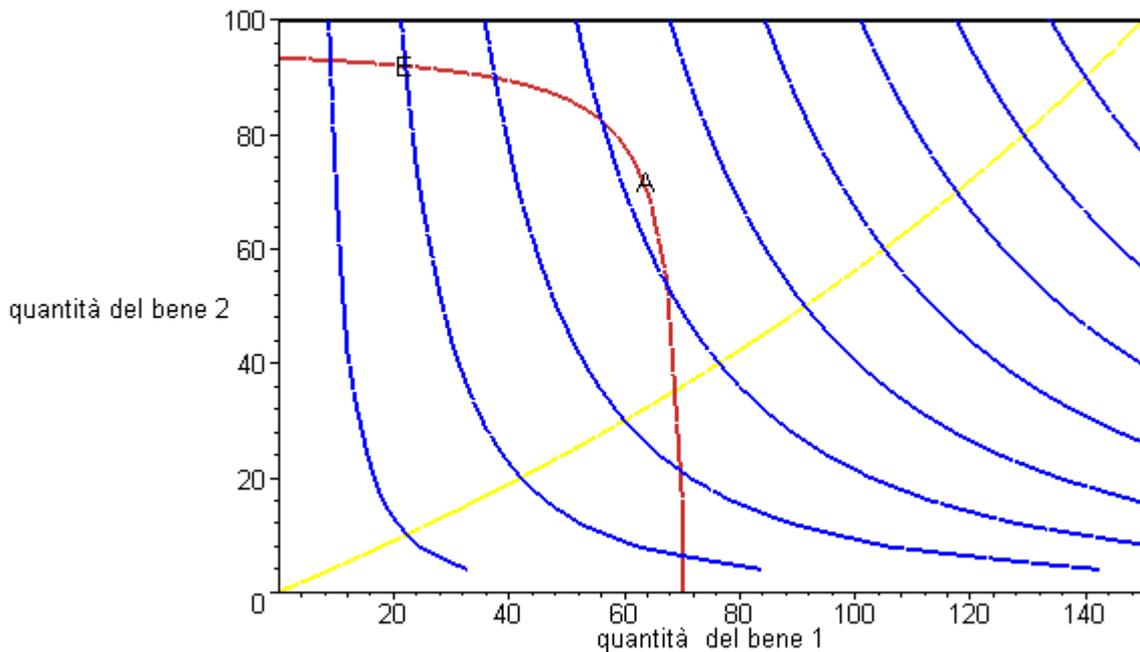
Abbiamo analizzato l'equilibrio concorrenziale in un'economia di puro scambio. Si è detto che ogni agente assume il prezzo come dato esogenamente. Abbiamo verificato che se esiste un prezzo tale che gli agenti desiderano spostarsi nello stesso punto nella scatola di Edgeworth, l'equilibrio concorrenziale esiste.

Ora consideriamo altre possibili forme di mercato. In particolare, assumiamo che uno dei due agenti ("price setter") possa scegliere il prezzo (il rapporto di scambio) e fissarlo ad un certo livello. L'altro agente, invece, non ha alcuna influenza sul prezzo e, dato il prezzo scelto dal "price setter", sceglie il punto sul quale posizionarsi nella scatola di Edgeworth. L'agente che ha scelto il prezzo è poi costretto a collocarsi nello stesso punto.

Supponiamo che A abbia il diritto di scegliere il prezzo. Come si comporta A sapendo che dopo aver fissato il prezzo dovrà accettare di collocarsi nel punto scelto da B? Quale prezzo sceglie?

Per ogni livello di prezzo scelto da A, B si collocherà su un punto sulla propria curva prezzo-offerta. Di conseguenza, il problema di A si riduce a scegliere il punto su tale curva che massimizza la propria utilità.

8.10: prezzo fissato da A



La curva che passa per il punto E nella figura 8.10 è la curva prezzo-offerta dell'agente B. Il punto appartenente a questa curva sul quale A preferisce posizionarsi è quello che gli consente di raggiungere la più alta delle sue curve di indifferenza. Questo punto è indicato nella figura con la lettera A.

Quindi, il prezzo scelto da A sarà tale che il vincolo di bilancio unisca i punti E ed A. Dato questo vincolo di bilancio, infatti, la migliore strategia per B è collocarsi nel punto A, in corrispondenza del quale l'utilità dell'agente A è massima. Questo punto rappresenta l'allocazione (64, 72) (rispetto all'origine degli assi in basso a sinistra) e (86, 28) (rispetto all'origine degli assi in alto a destra).

Vediamo dalla seguente tabella quante unità dei due beni vengono scambiate tra A e B e determiniamo il corrispondente rapporto di scambio.

| <i>Allocazione Iniziale</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>               | 22              | 128             | 150            |
| <b>Bene 2</b>               | 92              | 8               | 100            |

| <i>Allocazione</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|--------------------|-----------------|-----------------|----------------|
|--------------------|-----------------|-----------------|----------------|

|  |    |    |     |
|--|----|----|-----|
| <i>determinata dalla scelta di prezzo di A</i> |    |    |     |
| <b>Bene 1</b>                                  | 64 | 86 | 150 |
| <b>Bene 2</b>                                  | 72 | 28 | 100 |

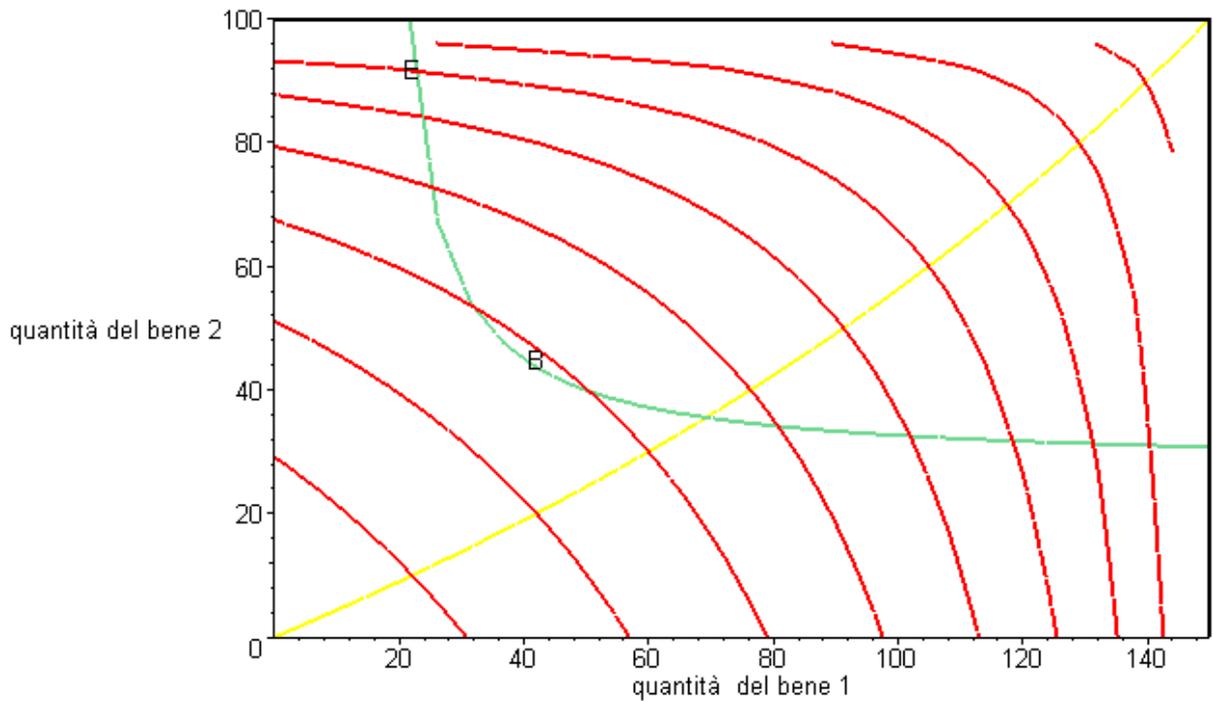
|  |                 |                 |                |
|--|-----------------|-----------------|----------------|
| <i>Variazioni tra le due allocazioni</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
| <b>Bene 1</b>                            | +42             | -42             | 0              |
| <b>Bene 2</b>                            | -20             | +20             | 0              |

A cede 20 unità di bene 2 a B in cambio di 42 unità di bene 1. Lo scambio, dunque, produce un netto miglioramento di benessere per l'agente A rispetto alla situazione di equilibrio concorrenziale. Questo risultato non deve sorprenderci: l'allocazione finale si determina in seguito alla decisione di prezzo dall'agente A.

Il nuovo equilibrio è vantaggioso per A ma non per B. Inoltre, l'allocazione scelta da A non si trova sulla curva dei contratti, ed è perciò *inefficiente*! Ciò vuol dire che è possibile spostarsi da tale allocazione in maniera tale da migliorare il benessere di entrambi gli agenti. Perché allora i due agenti non si spostano su un'altra allocazione? Perché A ha il diritto di scegliere il prezzo, non il punto nel quale posizionarsi. Di fatti, se A potesse decidere su quale punto posizionarsi, sceglierebbe un punto sulla curva dei contratti appena al di sotto della sua intersezione con la curva di indifferenza iniziale di B. Ma l'agente A sceglie il prezzo, non l'allocazione. Scegliere il livello del prezzo equivale a decidere in che direzione muoversi per raggiungere l'allocazione finale a partire dalla dotazione iniziale E.

Per ragioni di completezza presentiamo anche il caso in cui B sceglie il prezzo e A reagisce al livello di prezzo scelto da B collocandosi in un punto appartenente alla propria curva prezzo-offerta. Analogamente al caso precedente, il problema decisionale di B si riduce a scegliere un'allocazione sulla curva prezzo-offerta di A. Quale sarà il punto scelto da B?

8.11: prezzo fissato da B



La curva prezzo-offerta di B è rappresentata dalla curva passante per la dotazione iniziale E nella figura 8.11. Il punto scelto da B è indicato con la lettera B e implica il vincolo di bilancio che congiunge i punti E e B. La scelta del punto B, implica le seguenti transazioni:

| <i>Allocazione Iniziale</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|-----------------------------|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>               | 22              | 128             | 150            |
| <b>Bene 2</b>               | 92              | 8               | 100            |

| <i>Allocazione determinata dalla scelta di prezzo di B</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|--|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>  | 42              | 108             | 150            |
| <b>Bene 2</b>  | 45              | 55              | 100            |

| <i>Variazioni tra le due allocazioni</i> | <b>Agente A</b> | <b>Agente B</b> | <b>Società</b> |
|--|-----------------|-----------------|----------------|
| <b>Bene 1</b>                            | +20             | -47             | 0              |
| <b>Bene 2</b>                            | -47             | +20             | 0              |

A cede a B 47 unità di bene 2 in cambio di 20 unità di bene 1. L'agente B ottiene in questo modo un netto miglioramento di benessere rispetto all'allocazione corrispondente all'equilibrio concorrenziale. Ancora una volta questo risultato

non deve sorprenderci: l'allocazione finale si determina in seguito alla scelta del prezzo da parte di B.

Anche in questo caso l'allocazione finale è inefficiente, per le stesse motivazioni apportate in precedenza ma relative all'agente B.

In conclusione, il comportamento di "price-setting" caratteristico di alcune forme di mercato (monopolio o monopsonio) genera un'allocazione inefficiente delle risorse disponibili alla società. Viceversa, l'equilibrio concorrenziale è efficiente. Questa proprietà rende la concorrenza perfetta preferibile ad altre forme di mercato.

### **8.10: I due teoremi fondamentali dell'economia del benessere**

A questo punto dell'analisi dell'economia di puro scambio, la maggior parte dei manuali di microeconomia introducono i due teoremi fondamentali dell'economia del benessere. L'enunciazione di questi due teoremi non aggiunge molto alle conoscenze che abbiamo acquisito finora. Tuttavia, per ragioni di completezza, è bene considerarli. La validità dei due teoremi fondamentali dell'economia del benessere è soggetta all'ipotesi di preferenze individuali convesse. Il caso di preferenze concave non è discusso nel testo, ma il lettore può rifletterci su in ogni caso pensando a qualche esempio.

I due teoremi fondamentali del benessere possono essere visti come una diretta conseguenza dell'appartenenza dell'equilibrio concorrenziale alla curva dei contratti. Infatti, secondo il Primo Teorema dell'Economia del Benessere, "Qualsiasi sia l'allocazione iniziale delle risorse, l'equilibrio concorrenziale si colloca sulla curva dei contratti ed è perciò un'allocazione Pareto efficiente". Il Secondo Teorema afferma che "Ogni punto appartenente alla curva dei contratti può essere raggiunto attraverso uno scambio concorrenziale partendo da una qualsiasi delle allocazioni iniziali".

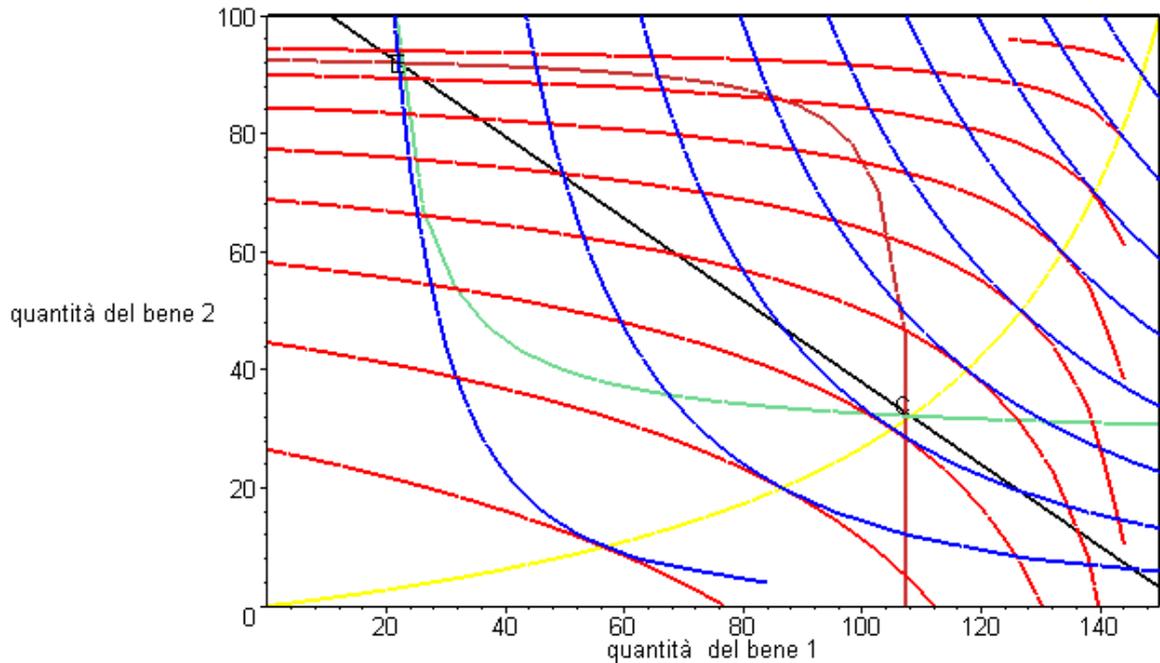
### **8.11: Alcuni scenari alternativi**

Sebbene lo strumento di lavoro utilizzato finora sia stato l'esempio numerico, è auspicabile che il lettore sia convinto della validità generale dei risultati ottenuti. Un concetto forse poco intuitivo è che l'equilibrio concorrenziale dipende dalle dotazioni iniziali dei due individui e dalle loro preferenze. La riprova di questa dipendenza può basarsi sull'uso dell'algebra oppure considerando altri esempi numerici per valori diversi delle dotazioni iniziali e/o con tipi alternativi di preferenze individuali. Coerentemente alla nostra filosofia di fondo, scegliamo la seconda possibilità. Non è difficile comprendere intuitivamente che quando un bene diventa abbondante, il suo prezzo tende a diminuire e che quando le preferenze individuali sono tali da assegnare un peso maggiore al consumo di un bene, il prezzo del bene stesso tende ad aumentare.

Il secondo scenario che prendiamo in considerazione differisce dal precedente per un peso diverso attribuito da B al consumo dei due beni. Il nuovo valore di  $a$  è 0.3: l'agente B ora preferisce in termini assoluti il bene 2 al bene 1, e preferisce il bene 2 al bene 1 anche *rispetto all'agente A*. Di conseguenza, la curva dei contratti è più convessa che in precedenza e più distante dalla retta che unisce le origini della scatola di Edgeworth. Nella figura 8.15, il nuovo equilibrio concorrenziale è indicato con la lettera C e come nel primo scenario si colloca in

corrispondenza dell'intersezione tra la curva dei contratti e le due curve prezzo-offerta.

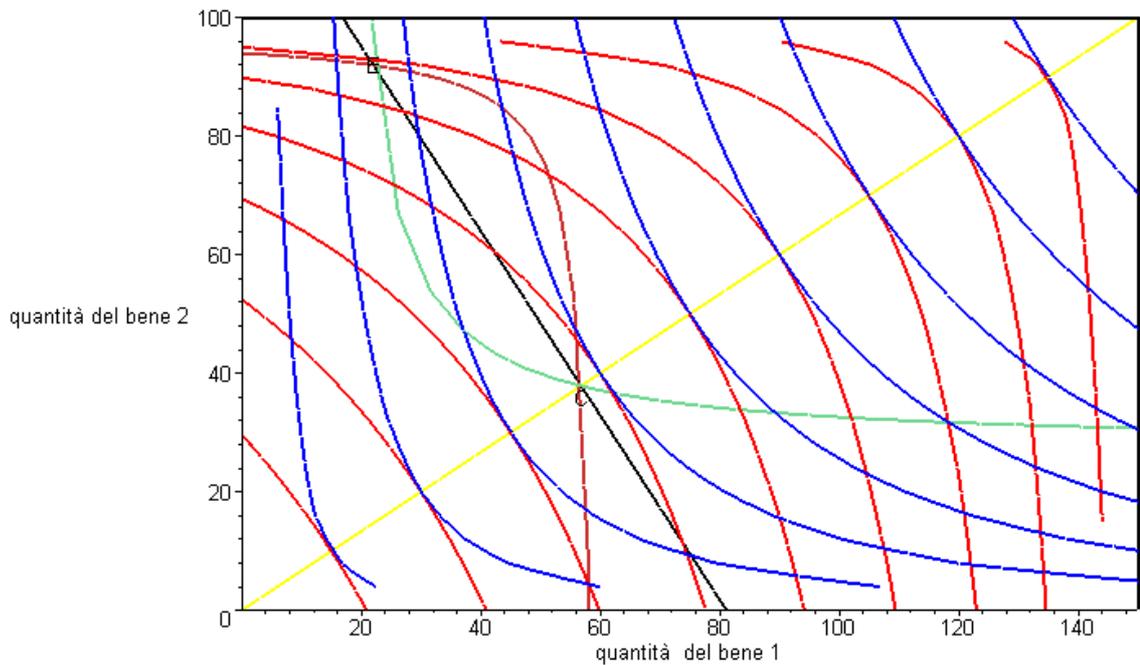
8.15: scenario 2



Confrontando i due equilibri concorrenziali, notiamo che nel secondo scenario, l'agente A ottiene una quantità maggiore di bene 1 rispetto allo scenario 1 al termine della transazione. Il vincolo di bilancio è più piatto, il che implica un prezzo di equilibrio del bene 1 inferiore. Ciò si deve al fatto che ora B attribuisce al consumo del bene 1 un peso minore.

Un ulteriore scenario, che chiameremo "scenario 3", contempla la possibilità che A e B abbiano le stesse preferenze per i due beni e le stesse dotazioni iniziali dello scenario 1. In questo caso la curva dei contratti è rappresentata dalla linea retta che unisce le due origini.

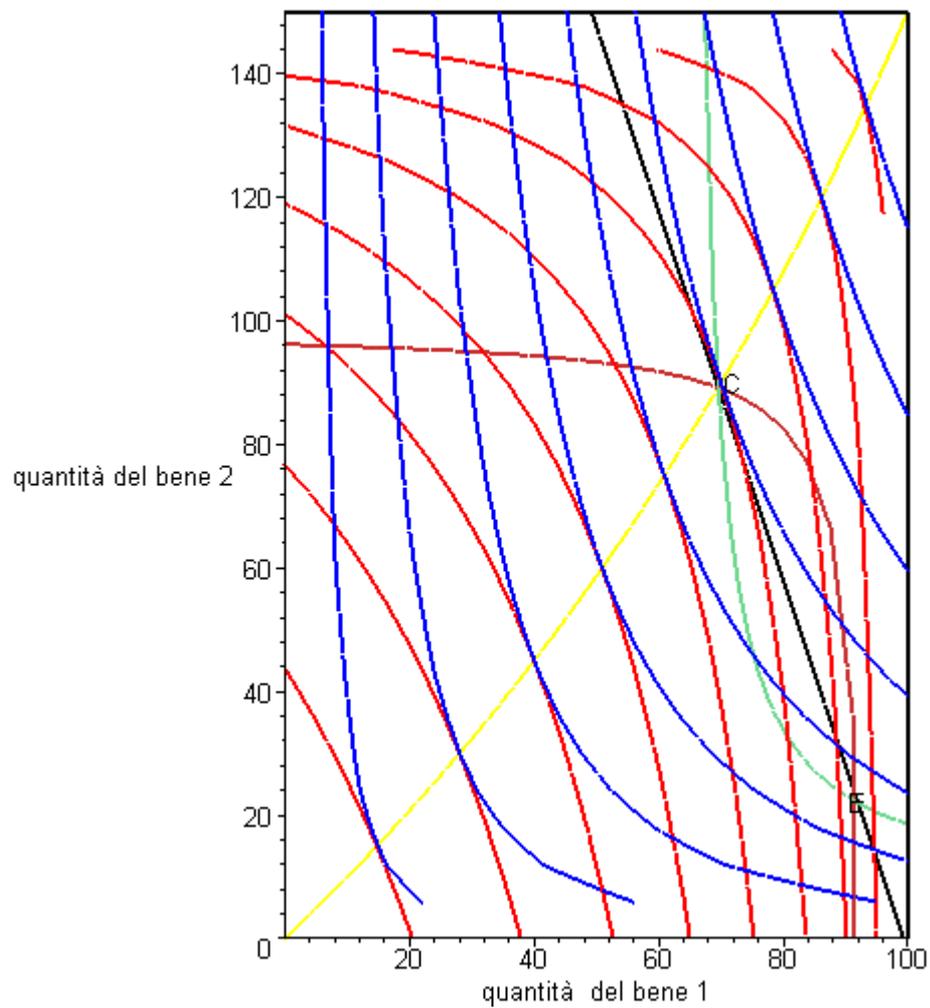
8.16: scenario 3



Come si vede dalla figura 8.16, l'equilibrio concorrenziale si trova lungo la linea che unisce le due origini della scatola di Edgeworth: A ottiene il 40% della quantità disponibile di entrambi i beni e B ne consuma il rimanente 60%. Nello scenario 3, A ottiene un risultato peggiore rispetto allo scenario 1. Egli, infatti, consuma una quantità minore di bene 1, che è preferito da entrambi gli agenti.

Lo scenario 4 ha stesse caratteristiche dello scenario 1 quanto alle preferenze individuali, ma diversi valori delle dotazioni iniziali dei beni. Assumiamo infatti che la dotazione iniziale di A sia composta in prevalenza dal bene 1 e quella di B in prevalenza dal bene 2.

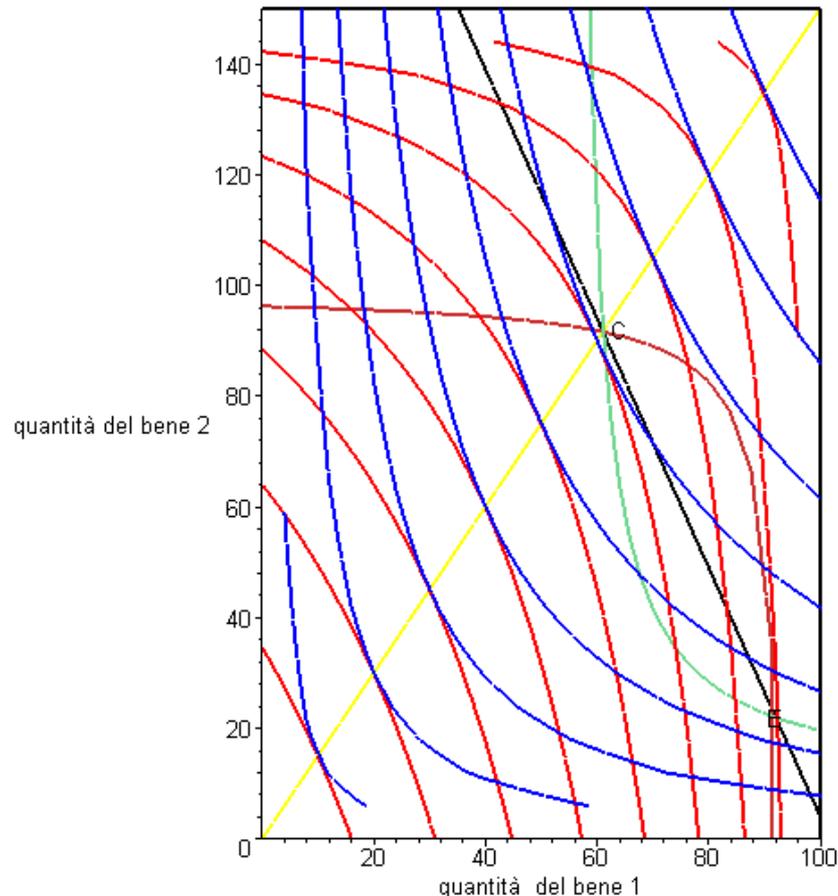
8.17: scenario 4



L'equilibrio nello scenario 4 è rappresentato nella figura 8.17.

Nello scenario 5 le dotazioni iniziali sono fissate agli stessi valori dello scenario 4 e i due individui hanno preferenze identiche. Pertanto, la curva dei contratti è rappresentata dalla retta che unisce le due origini.

8.18: scenario 5



Ancora una volta l'equilibrio concorrenziale si colloca sulla retta che unisce le due origini.

I prossimi tre scenari sono interessanti perché considerano l'eventualità che, date le dotazioni iniziali dello scenario 1, A possieda inizialmente *tutte* le 100 unità del bene 2 e B *tutte* le 150 unità del bene 1. In questo caso particolare, le curve prezzo-offerta di A e B diventano rispettivamente una retta orizzontale e una retta verticale. Perché?

Consideriamo dapprima il comportamento dall'agente A. Supponiamo che egli abbia dotazioni iniziali dei due beni rispettivamente pari a *zero* e  $e_2$ . Il reddito di A è pertanto  $p_2 e_2$  e, date preferenze di tipo Cobb-Douglas, sappiamo che egli spenderà le due frazioni di reddito totale  $a$  e  $(1-a)$  nel consumo dei due beni 1 e 2. Le funzioni di domanda di A sono date da:

$$q_1 = ap_2 e_2 / p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)p_2 e_2 / p_2$$

da cui otteniamo,

$$q_1 = ap_2 e_2 / p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)e_2$$

Dalla seconda di queste equazioni risulta che la domanda di bene 2 è *costante*: non dipende dal livello dei prezzi, ed è sempre uguale ad una frazione costante della dotazione iniziale del bene stesso. Nello scenario 6 assumiamo che il valore del parametro  $a$  per l'agente A di 0.7. A spende il 30% del proprio reddito totale nel consumo del bene 2 (30 unità del bene) e cede le rimanenti 70 unità in cambio

della maggior quantità possibile del bene 1. Di conseguenza, la curva prezzo-offerta dell'agente A è orizzontale.

Un ragionamento simile si applica all'analisi del comportamento di B. Quanto B possiede inizialmente  $e_1$  unità del bene 1 e *zero* unità del bene 2, il suo reddito totale è pari a  $p_1e_1$  e le sue funzioni di domanda sono date da:

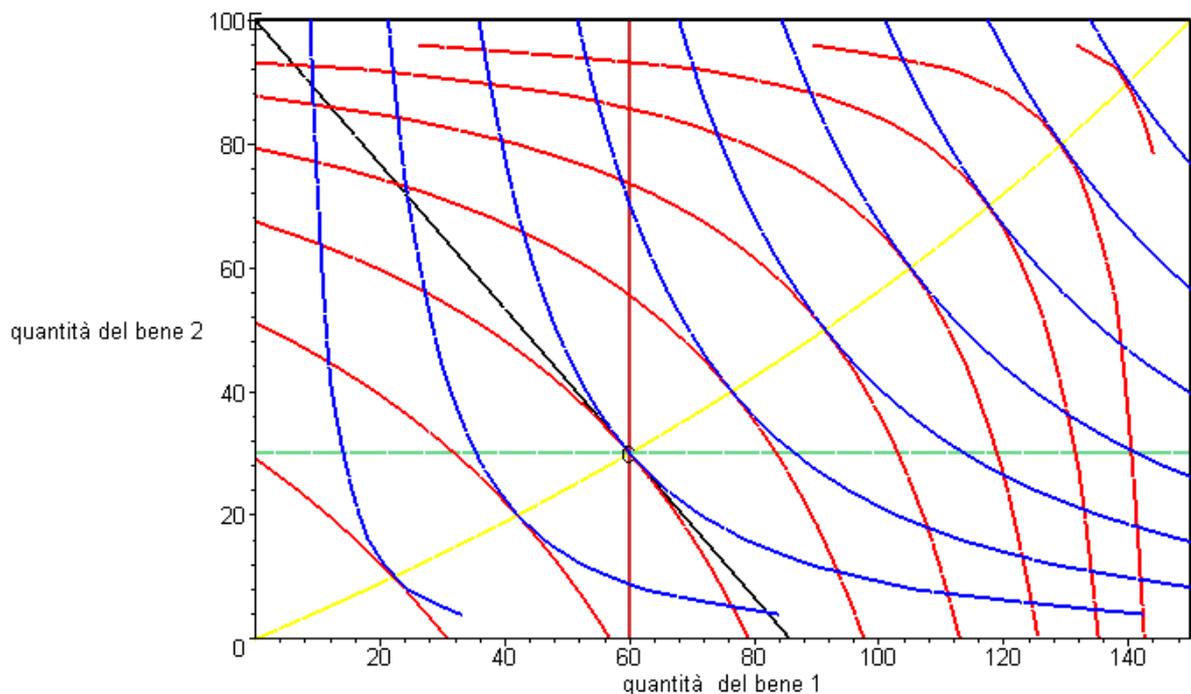
$$q_1 = ap_1e_1/p_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)p_1e_1/p_2$$

da cui otteniamo:

$$q_1 = ae_1 \quad \text{e} \quad q_2 = (1-a)p_1e_1/p_2$$

La domanda del bene 1 è costante e indipendente dal livello dei prezzi. Nello scenario 6, il valore di  $a$  è 0.6 per B. Egli spende il 60% del proprio reddito totale nel consumo del bene 1. La dotazione iniziale è pari a 150 unità del bene 1, per cui la domanda del bene 1 stesso è pari a 90 unità. Le rimanenti 60 unità vengono cedute in cambio della maggior quantità ottenibile dell'altro bene. La curva di prezzo-offerta di B, dunque, è una retta verticale in corrispondenza del valore 60 (= 150 – 90). La seguente figura descrive lo scambio nello scenario 6:

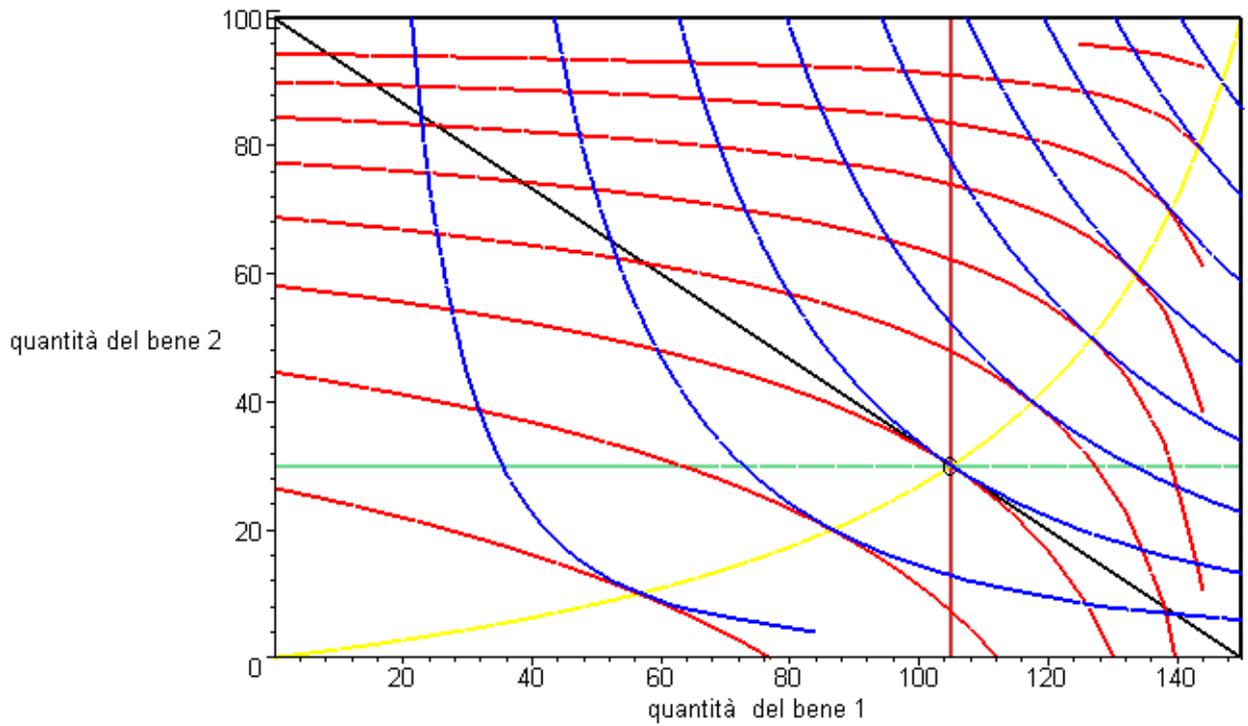
8.19: scenario 6



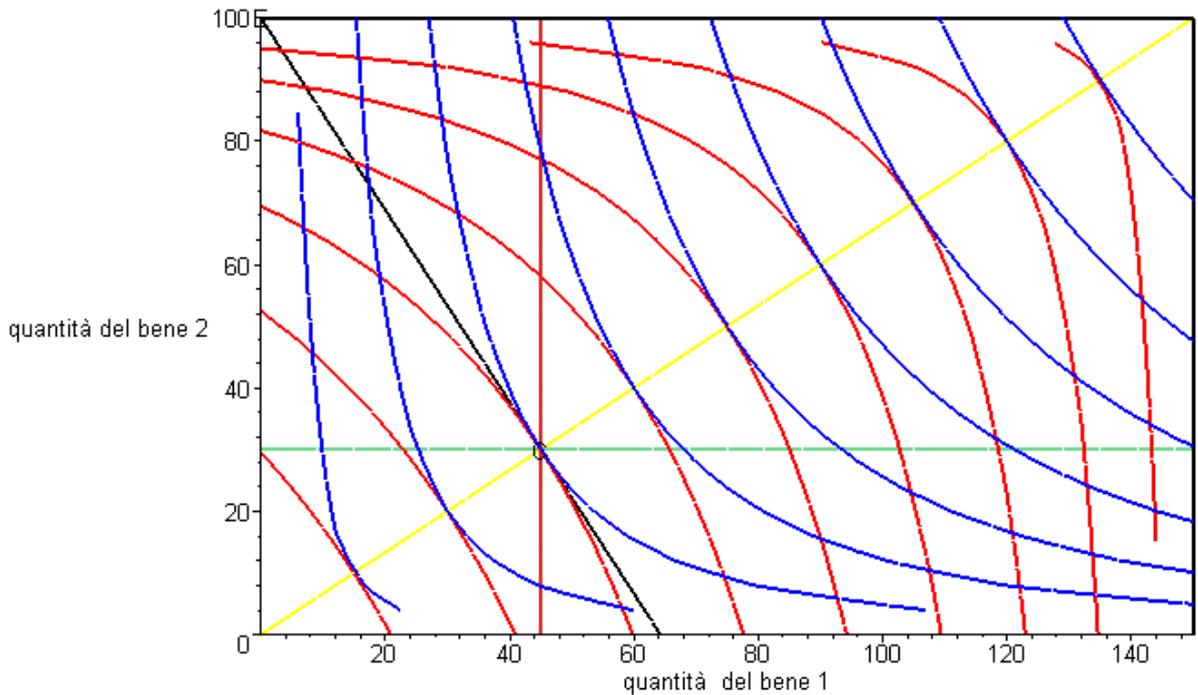
Ricordiamo che le preferenze – e di conseguenza, la curva dei contratti – e le dotazioni totali dei due beni sono identiche al primo scenario. La differenza consiste nella diversa allocazione delle risorse. La diversa posizione dell'allocazione iniziale implica un equilibrio concorrenziale diverso da quello raggiunto nello scenario 1.

Gli scenari 7 e 6 differiscono rispettivamente dagli scenari 2 e 1 solo per la diversa allocazione iniziale delle risorse. Lo scenario 7 è descritto dalla seguente figura:

8.20: scenario 7



Anche gli scenari 8 e 6 differiscono dagli scenari 3 e 1 solo per valori diversi delle allocazioni iniziali dei due beni (figura 8.21).



Notiamo che A e B hanno gli stessi gusti, per cui la curva dei contratti è una linea retta.

### 8.12: Considerazioni conclusive

A conclusione di questo capitolo dovrebbe essere chiaro che le possibilità di scambio sono pressoché illimitate. L'eventualità che nessuno scambio abbia luogo si verifica solo quando l'allocazione iniziale appartiene alla curva dei contratti. I due individui decidono di intraprendere lo scambio anche quando hanno preferenze identiche (per cui la curva dei contratti diventa una linea retta), a meno che l'allocazione di partenza non appartiene alla curva dei contratti (come avviene ad esempio se A e B hanno identiche dotazioni iniziali dei due beni e l'allocazione iniziale si trova esattamente al centro della scatola di Edgeworth). Lo scambio avrà luogo anche quando A e B hanno le stesse dotazioni iniziali, a meno che la curva dei contratti non passa per il centro della scatola di Edgeworth (quando A e B hanno le stesse preferenze). In conclusione, a patto che esistano delle eterogeneità tra individui in termini di preferenze e/o di dotazioni di risorse – se è vero che *la gente è differente* – esisterà sempre la possibilità di intraprendere uno scambio reciprocamente vantaggioso.

Nel corso di questo capitolo abbiamo dedicato particolare attenzione al mercato di concorrenza perfetta. Abbiamo illustrato le proprietà di efficienza dell'equilibrio concorrenziale e l'incapacità di monopolio e monopsonio di condurre ad un'allocazione appartenente alla curva dei contratti. Naturalmente, esistono altre forme di mercato delle quali il lettore dovrebbe essere in grado di derivare le proprietà di efficienza.

### 8.13: Riassunto

In questo capitolo abbiamo discusso le proprietà dello scambio in un'economia di puro scambio in cui operano due soli individui, facendo ricorso all'analisi grafica della scatola di Edgeworth.

Abbiamo derivato la curva dei contratti che è stata poi definita come:

*La curva dei contratti è il luogo delle allocazioni Pareto-efficienti. Una volta che lo scambio conduce ad un'allocazione appartenente alla curva dei contratti, non è possibile spostarsi su un'allocazione diversa migliorando il benessere di un individuo senza peggiorare quello dell'altro.*

*Le allocazioni che non appartengono alla curva dei contratti sono efficienti. E' sempre possibile spostarsi da tali allocazioni e raggiungerne altre migliorando il benessere di uno dei due agenti senza peggiorare il benessere dell'altro.*

Abbiamo dimostrato l'appartenenza dell'equilibrio concorrenziale alla curva dei contratti.

*Le curve prezzo-offerta dei due agenti devono intersecarsi in corrispondenza di un punto appartenente alla curva dei contratti.*

*L'equilibrio concorrenziale si trova sulla curva dei contratti ed è per questo Pareto efficiente.*

*Equilibri di tipo "price-setting" (quando uno degli agenti sceglie il prezzo e l'altro sceglie l'allocazione) sono inefficienti.*

Infine:

*L'equilibrio concorrenziale dipende dalle preferenze individuali e dalle dotazioni iniziali.*

## Capitolo 9: Economia del benessere

### 9.1: Introduzione

Gli argomenti che ci accingiamo a trattare in questo capitolo sono forse più vicini alla scienza politica che a quella economica e andrebbe messa in discussione l'opportunità stessa di discutere queste tematiche in un testo di microeconomia. Tuttavia, molti altri testi di microeconomia includono un capitolo sulle scelte sociali ed è soprattutto questa tradizione ormai consolidata alla base della nostra scelta di fare lo stesso.

### 9.2: L'aggregazione delle preferenze

Nel capitolo 8 abbiamo definito la curva dei contratti come il luogo delle allocazioni Pareto efficienti. Ogni allocazione che non appartiene alla curva dei contratti è inefficiente, nel senso che è sempre possibile migliorare la situazione di tutti gli individui che partecipano allo scambio spostandosi su un punto qualsiasi della curva dei contratti. Ma se tutti i punti appartenenti alla curva dei contratti sono efficienti, quale sarà l'allocazione scelta dalla società? Come avviene la scelta di una sola tra tutte le allocazioni efficienti?

Il problema della scelta sociale non è di facile soluzione, a meno che non si renda disponibile un criterio per stabilire i meriti relativi dei due individui che partecipano allo scambio. La scelta di una particolare allocazione lungo la curva dei contratti, infatti, implica sempre una diversa distribuzione dei guadagni derivanti dallo scambio. L'individuazione del criterio di merito, tuttavia, non rientra nei compiti della scienza economica, quanto piuttosto di quella politica. Cerchiamo di capire perché.

Esiste un conflitto di interessi tra i due agenti perché ogni allocazione efficiente implica una diversa distribuzione dei guadagni dello scambio (uno ottiene più dell'altro o viceversa). Il problema del conflitto di interessi può essere risolto solo fornendo una soluzione ad un problema ancor più grande: risalire alle preferenze della società a partire dalle preferenze individuali. In altri termini, il problema principale è il seguente: è possibile ottenere le preferenze della società aggregando le preferenze individuali?

Il problema della scelta sociale è da sempre al centro del dibattito della filosofia e della scienza politica ed economica. L'aggregazione delle preferenze individuali con il fine di ottenere quelle sociali porta ad un risultato univoco solo se tutti gli individui hanno *esattamente le stesse preferenze*. Solo in questo caso, infatti, le preferenze della società sono in grado di riflettere le proprietà di quelle di ciascun individuo.

Se invece si ammette che le preferenze individuali sono eterogenee, non si avrà difficoltà a convenire che non può esistere una modalità di aggregazione universalmente riconosciuta come quella corretta. Il teorema dell'impossibilità di Arrow, vincitore del Premio Nobel per l'economia nel 1972, fornisce la dimostrazione di questo risultato. Vediamo come.

Dati i seguenti assiomi:

- (1) Se esistono le preferenze individuali, esistono anche le preferenze della società;
- (2) Se ogni individuo preferisce  $x$  a  $y$ , così dovrebbe essere anche per la società;
- (3) Le preferenze sociali tra  $x$  e  $y$  devono dipendere solo dalle preferenze individuali tra  $x$  e  $y$ .

L'ordinamento sociale delle preferenze rifletterà le preferenze di uno solo degli individui appartenenti alla società. L'aggregazione delle preferenze individuali, dunque, implica la dittatura.

Questo risultato è molto importante e ha influenzato molta dell'analisi economica recente.

Naturalmente, nel mondo reale le società adottano delle procedure di aggregazione delle preferenze individuali e ciascuna di esse identifica un modo diverso di stabilire come una collettività debba prendere una decisione. Ad esempio, alcune società adottano il principio della maggioranza.

Il principio del voto di maggioranza, tuttavia, non è perfetto. Vediamo perché. Assumiamo che la società sia composta da tre individui (A, B e C) e che debba essere scelta a maggioranza solo una delle tre le possibili allocazioni  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Supponiamo inoltre che le preferenze dei tre individui siano le seguenti:

A preferisce  $x$  a  $y$  e  $y$  a  $z$   
 B preferisce  $y$  a  $z$  e  $z$  a  $x$   
 C preferisce  $z$  a  $x$  e  $x$  a  $y$

Quale allocazione sarà scelta?

Notiamo che una maggioranza (A e C) preferisce  $x$  a  $y$ , un'altra (A e B) preferisce  $y$  a  $z$ , e un'altra ancora (B e C) preferisce  $z$  a  $x$ .

Quale delle tre maggioranze prevarrà? Non è possibile stabilirlo se prima non si definisce un criterio in base al quale aggregare le preferenze dei tre individui.

### ***9.3: Funzioni di Benessere Sociale***

Non esiste nessuna regola generale da applicare per ottenere dall'aggregazione delle preferenze individuali un ordinamento delle preferenze sociali che descriva compiutamente quelle di tutti individui che appartengono alla società. Le preferenze individuali, infatti, sono eterogenee il che implica inevitabilmente l'esistenza di un conflitto di interessi tra tutti gli individui della società. Una conferma di questa circostanza si ritrova nel mondo reale: se una funzione di benessere sociale condivisa da tutti esistesse davvero, allora essa sarebbe compresa nella costituzione di ogni società e non ci sarebbe nemmeno bisogno di nessuna classe politica<sup>39</sup>!

I politici, invece, esistono e non sono per nulla d'accordo sulla procedura da utilizzare nell'aggregazione delle preferenze individuali. Si può affermare anzi che proprio in questo consiste il ruolo dei politici: definire le proprietà della funzione di benessere sociale da adottare.

Una *funzione di benessere sociale* definisce una modalità di aggregazione delle funzioni di utilità di tutti gli individui che fanno parte della società al fine di ottenere un'unica funzione di utilità sociale. Per una società formata da  $N$  individui  $n = 1, 2, \dots, N$ , ognuno dei quali ha utilità  $u_n$ , il benessere sociale  $W$  è definito da:

$$W = f(u_1, u_2, \dots, u_N) \quad (9.1)$$

dove  $f$  è una funzione crescente in tutti i suoi argomenti.

I partiti politici non sono d'accordo su come esplicitare (9.1). Una possibilità è che il benessere sociale debba basarsi sul benessere delle classi meno abbienti. La funzione di benessere sociale "Rawlsiana" rispecchia questo principio ed assume la seguente forma:

$$W = \min(u_1, u_2, \dots, u_N) \quad (9.2)$$

Una forma funzionale alternativa è conosciuta con il nome di funzione di benessere sociale "utilitaristica":

$$W = u_1 + u_2 + \dots + u_N \quad (9.3)$$

In questo caso viene attribuita la stessa importanza al benessere di tutti gli individui della società. Altri partiti politici, invece, potrebbero considerare più opportuno attribuire maggior peso al benessere di alcune categorie particolari di individui:

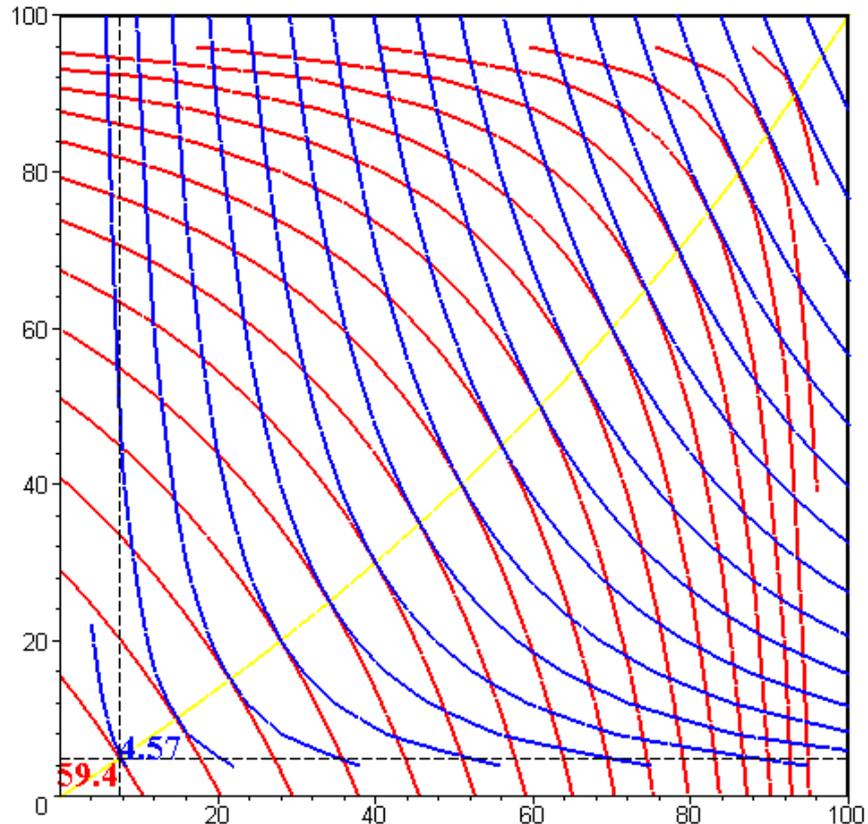
$$W = a_1 u_1 + a_2 u_2 + \dots + a_N u_N \quad (9.4)$$

dove  $a_n$  sono pesi di segno positivo che riflettono l'importanza attribuita al benessere di alcune particolari categorie sociali.

Una volta esplicitata la funzione di benessere sociale, può aver luogo la scelta dell'allocazione ottima. Questa scelta dipende dall'insieme delle possibili scelte a disposizione della società che, a sua volta, dipende dall'analisi svolta al capitolo precedente. Sappiamo, infatti, che l'allocazione sulla quale ricade la scelta della società deve appartenere alla curva dei contratti e che, ad ogni punto appartenente a questa curva corrispondono dei valori dell'utilità dei due individui. Se le funzioni di utilità individuali sono note, lo sono anche i valori delle utilità di individui in corrispondenza di una particolare allocazione sulla curva dei contratti. Calcolando questi valori per ogni punto dell'insieme delle allocazioni efficienti si costruisce *la frontiera delle utilità possibili*.

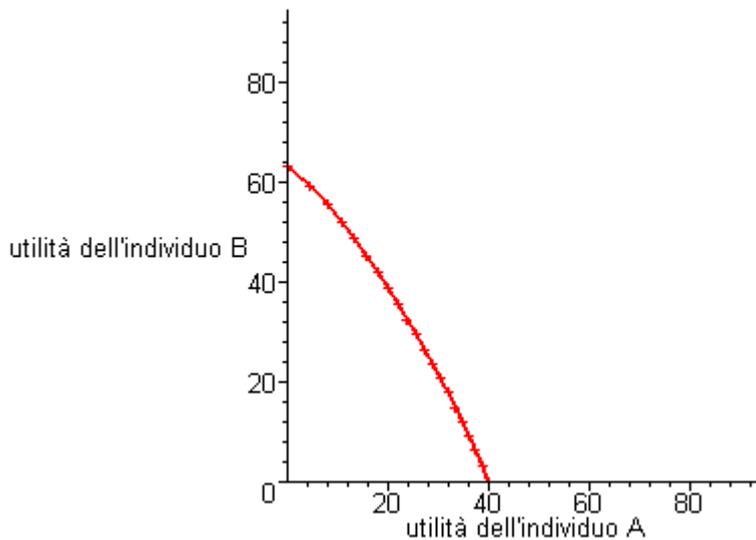
Nell'esempio della figura 9.2, la funzione di utilità di A è  $U(q_1, q_2) = q_1^{0.56} q_2^{0.24}$  e quella di B  $U(q_1, q_2) = q_1^{0.54} q_2^{0.36}$ .

9.2: lungo la curva dei contratti



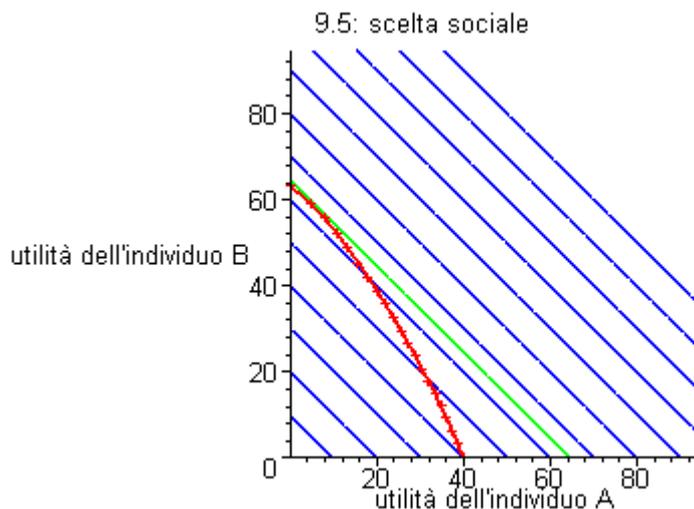
La società ha una dotazione totale di 100 unità di bene 1 e 100 unità di bene 2. In corrispondenza dell'origine degli assi in basso a sinistra, l'utilità di A è 0 e l'utilità di B è data da  $100^{0.54}100^{0.36} = 100^{0.9} = 63.01$ ; nell'origine degli assi in alto a destra l'utilità di A è  $100^{0.56}100^{0.24} = 100^{0.8} = 39.81$  e quella di B è 0. La frontiera delle utilità possibili è disegnata nella figura 9.3, dove l'utilità di A è rappresentata sull'asse delle ascisse e quella di B sull'asse delle ordinate. I punti estremi della curva sono  $(39.81, 0)$  e  $(0, 63.01)$  e ne rappresentano rispettivamente l'intercetta orizzontale e quella verticale. Come si ottengono il resto dei punti della frontiera? In primo luogo, si calcolano i valori delle utilità dei due individui in ogni punto della curva dei contratti (ad esempio, in uno di questi punti A ottiene un'utilità di 4.57 e B di 59.4). I valori delle utilità di A e B, così calcolati per ciascuna delle allocazioni efficienti, vengono poi rappresentati nel grafico 9.3.

9.3: la frontiera delle utilità possibili



Quale sia il punto di ottimo per la società sulla frontiera dipende dalla forma della funzione di benessere sociale. Se le curve di indifferenza della società hanno le stesse proprietà di quelle individuali (definite da *utilità = costante*), possiamo disegnarle e verificare graficamente a quale di esse si associa il livello di utilità maggiore.

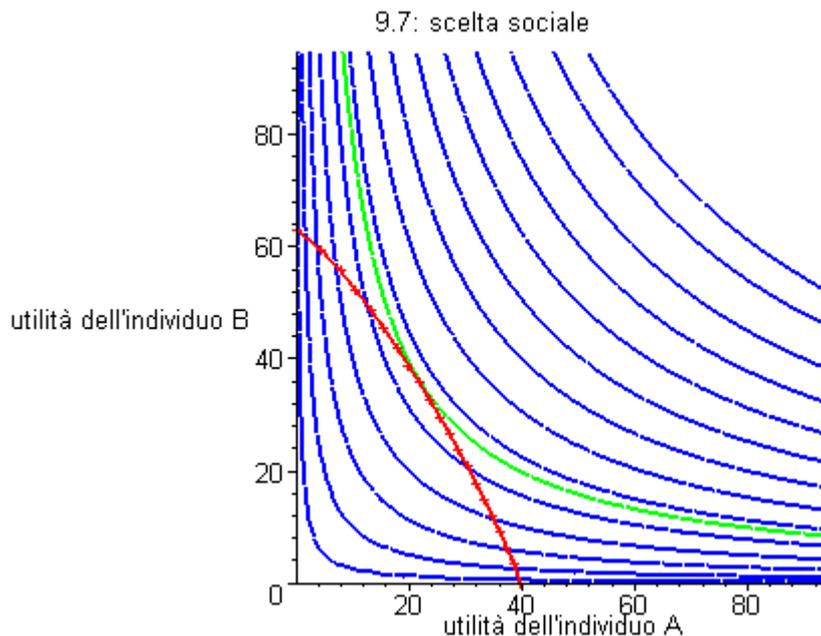
Supponiamo ad esempio di adottare la funzione di benessere sociale utilitaristica (9.3). Se la società è formata da due soli individui,  $N = 2$ , le curve di indifferenza sono definite da  $u_1 + u_2 = \text{costante}$ , ovvero la mappa delle rette con inclinazione<sup>40</sup> -1. La curva di indifferenza più alta è disegnata nella figura seguente e il punto di ottimo è prossimo all'allocazione (5, 60). Sembra che l'agente B stia molto bene in questa società!



In generale, per ogni diversa specificazione della funzione di benessere sociale si ottiene un nuovo punto di ottimo per la società. Consideriamo ad esempio la funzione di benessere sociale alla Nash che, per  $N = 2$ , è espressa da:

$$W = u_1 u_2 \quad (9.3)$$

e analizziamo il seguente grafico:



Risolvendo il problema di ottimo otteniamo l'allocazione (21,36): A migliora la propria condizione rispetto allo scenario utilitaristico. Dovrebbe essere chiaro a questo punto che la scelta sociale dipende in maniera cruciale dalla specificazione della funzione di benessere sociale.

#### **9.4: La Misurabilità dell'utilità**

L'analisi del paragrafo precedente presuppone la misurabilità dell'utilità. Tuttavia, come abbiamo concluso nel capitolo 5, la funzione di utilità non fornisce una rappresentazione algebrica unica delle preferenze individuali. Qualsiasi trasformazione monotona crescente di una funzione di utilità riflette correttamente le proprietà delle stesse preferenze.

Di conseguenza, prima di definire una funzione del benessere sociale si deve in primo luogo rendere *misurabili* e *confrontabili* le preferenze individuali oppure, più semplicemente, esprimere la funzione di benessere sociale direttamente come una funzione di consumo. In ultima analisi, si deve essere in grado di confrontare le utilità individuali ma questo è compito dei politici non degli economisti.

#### **9.5: Riassunto**

In questo breve capitolo non abbiamo ottenuto molto risultati, ma abbiamo concluso che qualcosa non è possibile:

*Il Teorema dell'Impossibilità di Arrow dimostra che in generale non è possibile aggregare le preferenze individuali per ottenere quelle della società.*

Comunque,

*L'adozione di una funzione di benessere sociale può essere utile al fine di scegliere un'allocazione ma.....*

*... Solo se le utilità individuali sono misurabili e confrontabili tra di loro.*

## Parte 2: Economie con Produzione

### Riassunto

I risultati ottenuti nella prima parte del testo vengono estesi ad un'economia con *produzione*. Discutiamo le proprietà di diverse tipologie di *tecnologia* (ovvero delle diverse forme funzionali con le quali è possibile esplicitare la relazione tra gli *input* e l'*output*). La definizione di *funzione di costo* rende possibile l'individuazione del costo minimo associato ad ogni livello di output in presenza di una data tecnologia e dati alcuni vincoli ai quali è sottoposta l'attività di impresa. Dopo aver definito le funzioni di domanda dei fattori produttivi, viene discussa la relazione esistente tra la funzione di costo e il tipo di tecnologia. Tale relazione si dimostra utile a dedurre la struttura dei costi a partire dalle informazioni relative alla tecnologia e ad inferire da queste la forma della funzione di costo (e anche la curva di offerta). Le informazioni così dedotte possono essere utilizzate a fini normativi e previsionali. Dopo la descrizione delle proprietà della funzione di costo totale (e di altre funzioni di costo da questa derivate), calcoliamo il livello ottimo di output e, di conseguenza, la curva di offerta dell'impresa. La nostra analisi porta alla conclusione che il profitto (o surplus) dell'impresa è pari all'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta. Infine, analizziamo la frontiera delle possibilità di produzione della società in un'economia con due beni e due fattori produttivi.

### Dettagli

*L'economia di puro scambio analizzata nella parte I viene resa più complessa dall'introduzione della produzione. All'attività di scambio dei due beni di consumo, infatti, viene aggiunta l'attività di trasformazione degli input in output. Sebbene sia possibile immaginare che un singolo agente possa occuparsi di entrambe le attività, assumiamo che le imprese trasformano gli input in input e i consumatori/famiglie consumano i beni portati sul mercato dalle imprese. I consumatori, inoltre, offrono alle imprese il proprio lavoro. In questo modo siamo in grado di descrivere ciò che avviene tipicamente nelle economie capitalistiche avanzate: le imprese domandano fattori produttivi e offrono l'output mentre le famiglie offrono lavoro e domandano l'output. In questa parte del testo viene dimostrato come siano ancora valide le proprietà dell'offerta in termini di surplus. Un problema aggiuntivo emerge dalla considerazione dell'attività di produzione: oltre alla determinazione dell'allocazione ottima dei beni, diventa necessario definire l'efficienza dell'allocazione degli input tra imprese e l'ottima combinazione di beni da produrre. La soluzione a queste nuove problematiche viene fornita dall'analisi della scatola di Edgeworth e della frontiera delle possibilità di produzione della società.*

### Capitolo 10 L'Impresa e la tecnologia:

Il concetto di impresa (cosa è e cosa fa) viene identificato con la sua funzione fondamentale: la trasformazione dei fattori produttivi in output, contribuendo ad aumentare la quantità totale di beni disponibili per lo scambio. Le caratteristiche del processo di trasformazione vengono sintetizzate dalla nozione di *tecnologia*. In analogia con l'analisi grafica delle preferenze individuali, la tecnologia viene rappresentata graficamente con gli isoquanti. I diversi tipi di tecnologia analizzati e distinti in base al grado di sostituibilità tra gli input sono: (1) perfetti sostituti;

(2) perfetti complementi; (3) Cobb-Douglas; (4) con Elasticità di Sostituzione Costante. Infine, viene discusso il concetto di rendimenti di scala.

**Capitolo 11** *Minimizzazione dei costi e domanda dei fattori produttivi*: Il capitolo inizia enunciando i due fondamentali problemi di scelta dell'impresa: la definizione del livello ottimo di output (e, in un'economia non concorrenziale, l'individuazione del relativo prezzo ottimo) e la determinazione della combinazione ottima di input per ogni livello di output. La soluzione al secondo di questi problemi decisionali è dato dalla combinazione di input che permette di ottenere un dato livello di output al minimo costo possibile dati i prezzi dei fattori. La considerazione di tecnologie alternative porta a concludere che la tecnologia adottata dall'impresa influenza la forma delle funzioni di domanda dei fattori produttivi. Di conseguenza, dalle domande dei fattori produttivi è possibile risalire al tipo di tecnologia (e viceversa) e questa relazione permette di ottenere informazioni utili a fini sia normativi che previsionali.

**Capitolo 12** *Curve di costo*: L'analisi condotta al capitolo 12 permette di definire la funzione di costo totale che dipende dalla tecnologia dell'impresa. In questo capitolo introduciamo i concetti di *costo marginale* e *costo medio* nei due scenari di *lungo* e *breve periodo*. Le relazioni tra le diverse tipologie di curve di costo prese in considerazione sono: la relazione tra curva di costo totale di breve e lungo periodo, la relazione tra le curve di costo marginale di breve e lungo periodo, la relazione tra le curve di costo medio di breve e lungo periodo, e la relazione tra le curve di costo marginale e totale sia nel breve che nel lungo periodo. Concludiamo che l'area sottostante la curva di costo marginale (di lungo/breve periodo) misura il costo (totale/totale variabile). Questo risultato viene utilizzato nel capitolo 13 nella definizione del profitto (o surplus) dell'impresa.

**Capitolo 13** *L'offerta dell'impresa e il surplus del produttore*: In continuità con l'analisi svolta nei due capitoli precedenti, in questo capitolo siamo in grado di dimostrare che la curva di offerta dell'impresa concorrenziale coincide con la curva di costo marginale e che l'area compresa tra il prezzo e la curva di offerta misura il surplus o profitto dell'impresa stessa. Le condizioni soddisfatte le quali questa conclusione è valida sono infine prese in considerazione sia per il breve che per il lungo periodo.

**Capitolo 14** *La frontiera delle possibilità di produzione*: Le proprietà di efficienza della produzione sono discusse in un'economia nella quale vengono prodotti due beni, date determinate risorse di input disponibili all'economia nel suo complesso. Il primo scenario preso in considerazione vede due input (due individui) produrre entrambi i beni utilizzando una tecnologia lineare. La conclusione è che la *frontiera delle possibilità di produzione della società* (composta da due individui con tecnologie lineari) è strettamente quasi-concava. Nel secondo scenario la produzione è affidata a due imprese, ciascuna delle quali è specializzata nella produzione di uno dei due beni (con tecnologie convesse). In questo scenario la *frontiera delle possibilità di produzione della società* è concava.

**Capitolo 15** *Produzione e scambio*: In questo capitolo l'analisi della scatola di Edgeworth viene combinata alla nozione di *frontiera delle possibilità di*

*produzione della società* con l'obiettivo di determinare la condizione di ottimo globale in un'economia con produzione.

## Capitolo 10: L'Impresa e la tecnologia

### 10.1: Introduzione

Finora abbiamo considerato un'economia di puro scambio in cui operano individui con determinate dotazioni iniziali di risorse. Ora introduciamo l'attività di produzione: alcuni individui si accorgono della possibilità di ricavare dei profitti dalla produzione di beni non disponibili sul mercato ma che altri individui desiderano consumare.

L'ipotesi convenzionale è che la produzione avvenga ad opera delle imprese. L'impresa è un'istituzione con la funzione di acquisire beni sul mercato (fattori produttivi o input) e utilizzarli in un processo produttivo al fine di trasformarli in un prodotto finito (output) da mettere a disposizione del mercato. Pertanto, le attività primarie dell'impresa sono: l'acquisizione degli input, la trasformazione degli input in output e la vendita dell'output ai consumatori.

Anche se nel mondo reale ciascuna impresa impiega molti input nel proprio processo produttivo e porta sul mercato più di un output, la teoria economica della produzione analizza il comportamento di un'impresa tipica che trasforma due soli input in un unico output. E' questa un'ipotesi che rende più agevole l'analisi ma i risultati ottenuti sono facilmente generalizzabili.

In questo capitolo ci occupiamo delle possibili relazioni che intercorrono tra gli input e l'output dell'impresa. I capitoli successivi verteranno sulle implicazioni che derivano da tali relazioni.

### 10.2: La funzione di produzione

L'impresa tipica trasforma due fattori di produzione in un unico output. Assumiamo che i due fattori di produzione siano gli input 1 e 2, impiegati dall'impresa in quantità pari a  $q_1$  e  $q_2$  per produrre l'output  $y$ . Assumiamo inoltre che entrambi gli input siano fattori di produzione in senso stretto: l'impresa ottiene un output crescente all'aumentare dell'impiego di ciascuno dei due input.

Determinante è la considerazione del processo produttivo che consente all'impresa di trasformare i due input in output. In generale, tale processo produttivo viene descritto da una *funzione di produzione* definita da:

$$y = f(q_1, q_2) \quad (10.1)$$

dove  $f(\cdot)$  è una funzione crescente in entrambi i suoi argomenti. Come sarà chiaro tra breve, è conveniente analizzare il processo produttivo lungo le due dimensioni che lo caratterizzano e, quindi, esprimere la funzione di produzione in due forme diverse. La prima descrive la relazione esistente tra i due input per ogni livello di output; la seconda riflette la relazione tra il livello di impiego dei due input e il volume della produzione.

Al fine di studiare la relazione esistente tra i due input per un dato livello di output, consideriamo il concetto di *isoquanto*. Un isoquanto è la una curva disegnata nello spazio dei punti  $(q_1, q_2)$  che rappresenta il luogo delle combinazioni di input che producono lo stesso livello di output:

$$f(q_1, q_2) = \text{costante}$$

Per analizzare invece la relazione tra il livello di impiego dei fattori di produzione e il volume dell'output, dobbiamo chiederci cosa avviene quando variano le quantità dei due input impiegati nel processo produttivo. Ad esempio, che effetto ha sulla produzione un incremento delle quantità dei due input da  $(q_1, q_2)$  a  $(sq_1, sq_2)$ , dove  $s$  è una costante positiva?

Naturalmente, l'output aumenta da  $f(q_1, q_2)$  a  $f(sq_1, sq_2)$ . Il problema però è verificare se l'incremento dell'output sia proporzionale a quello che ha interessato gli input. In altri termini, è necessario verificare se:

$f(sq_1, sq_2)$  è maggiore, uguale o minore  $sf(q_1, q_2)$

Formuliamo il problema utilizzando una terminologia più appropriata. Se  $f(sq_1, sq_2)$  è uguale a  $sf(q_1, q_2)$ , il processo produttivo è caratterizzato da *rendimenti di scala costanti*. Moltiplicando l'impiego di entrambi i fattori produttivi per il fattore  $s$ , si ottiene un incremento della produzione della stessa proporzione  $s$ . Se invece  $f(sq_1, sq_2)$  è minore di  $sf(q_1, q_2)$  il processo produttivo esibisce *rendimenti di scala decrescenti*: la produzione aumenta meno che proporzionalmente rispetto agli input. Infine, se  $f(sq_1, sq_2)$  è maggiore di  $sf(q_1, q_2)$ , il processo produttivo ha *rendimenti di scala crescenti*: la produzione aumenta più che proporzionalmente rispetto agli input.

E' importante sottolineare che le due dimensioni in base alle quali una funzione di produzione può essere analizzata (la forma degli isoquanti e i rendimenti di scala) sono indipendenti l'una dall'altra. Infatti, un isoquanto può essere associato a diversi tipi di rendimenti di scala e un tipo particolare di rendimenti di scala può essere associato ad isoquanti di forma diversa.

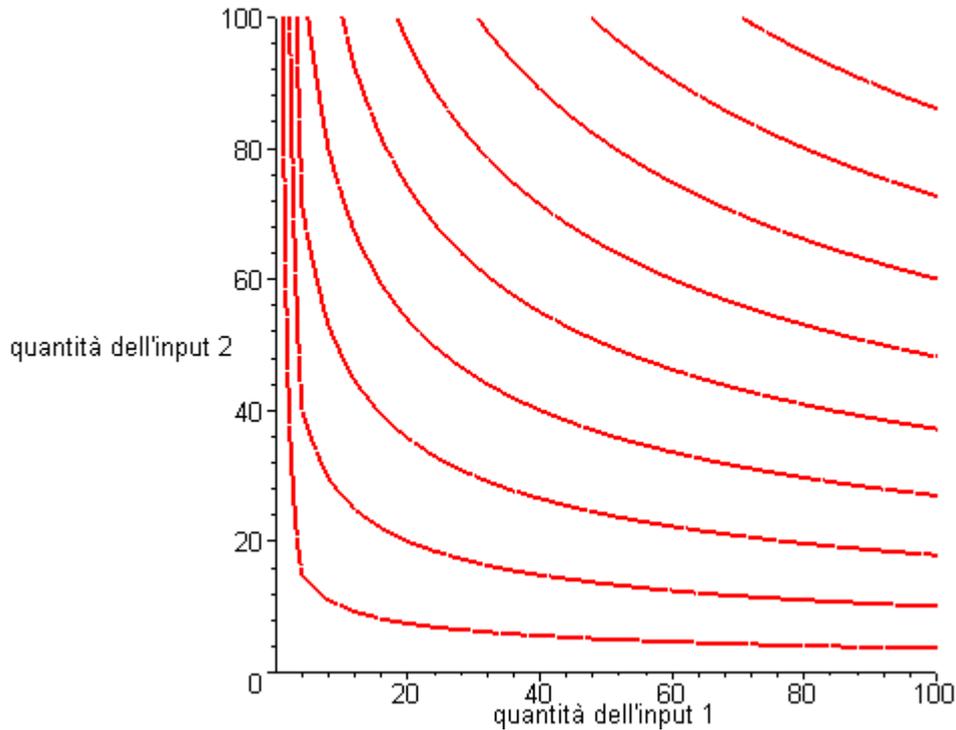
### **10.3 Gli Isoquanti**

Un isoquanto è il luogo dei punti nello spazio  $(q_1, q_2)$  in corrispondenza dei quali la produzione è costante. La definizione di isoquanto è la seguente:

$f(q_1, q_2) = \text{costante}$

La forma di un isoquanto dipende dalla relazione che lega i due fattori di produzione impiegati nel processo produttivo. Gli isoquanti sono tipicamente convessi, riflettendo l'evidenza empirica in base alla quale è efficiente utilizzare congiuntamente i due input nel processo produttivo. E' possibile disegnare un isoquanto passante per ciascuno dei punti dello spazio  $(q_1, q_2)$ . Il caso più comune è la famiglia di isoquanti rappresentata in figura:

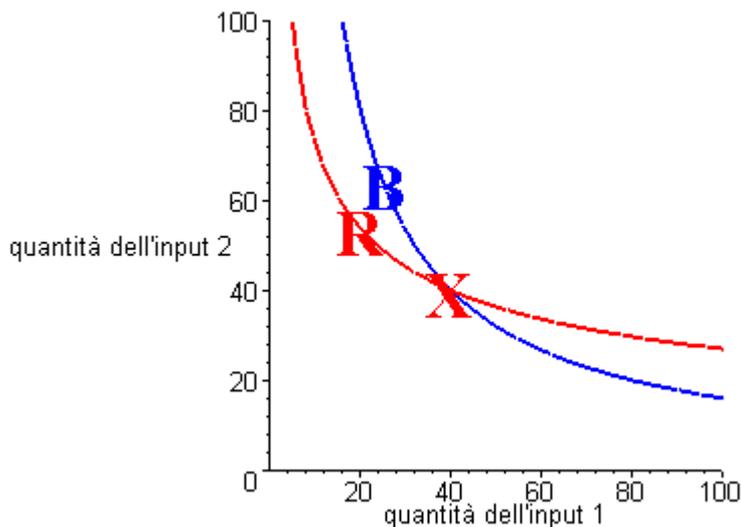
10.2: una possibile famiglia di isoquanti



Questa rappresentazione grafica è simile alla mappa delle curve di indifferenza con la quale esistono molte analogie. L'analogia tra il comportamento del consumatore e quello dell'impresa è intuitiva. Il consumatore compra beni sul mercato e li trasforma in utilità allo stesso modo in cui l'impresa compra fattori di produzione e li trasforma in prodotto finito. L'unica differenza consiste nel fatto che l'output è misurabile, mentre l'utilità non lo è (Quali sono le implicazioni di questa differenza?).

L'analisi svolta nel capitolo 5 ha tralasciato la dimostrazione di un'importante caratteristica delle curve di indifferenza: le curve di indifferenza non possono incrociarsi. La stessa proprietà vale per gli isoquanti, per i quali ora forniamo una dimostrazione formale. Il ragionamento può essere esteso per analogia alle curve di indifferenza. Consideriamo la seguente figura:

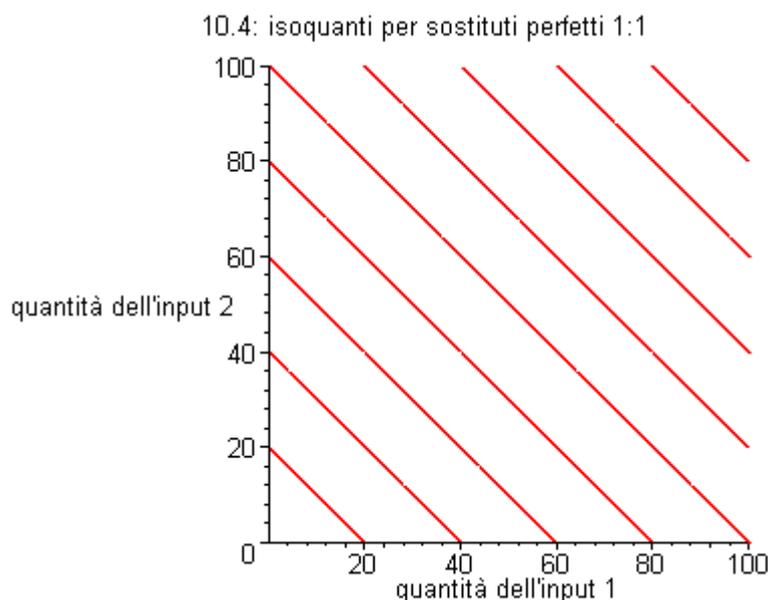
10.3: gli isoquanti possono intersecarsi?



e dimostriamo per assurdo che i due isoquanti non possono avere un punto di intersezione in X. B e X appartengono allo stesso isoquante: le combinazioni di input X e B producono lo stesso livello di output. Anche R e X appartengono allo stesso isoquante e, dunque, anche le combinazioni R e X permettono di ottenere lo stesso livello di produzione. Di conseguenza, l'impresa dovrebbe produrre lo stesso livello di output anche utilizzando le combinazioni R e B, ma R e B appartengono a due isoquanti diversi. Concludendo, due isoquanti non possono intersecarsi perché altrimenti la funzione di produzione non sarebbe crescente in entrambi i suoi argomenti (la combinazione B è caratterizzata da una quantità maggiore di entrambi i fattori produttivi rispetto al punto R).

La forma della famiglia degli isoquanti dipende dalla relazione che lega gli input nel processo produttivo. La relazione che prevale in un'impresa specifica dipende dalla natura dei fattori di produzione e dalla tipologia dell'output.

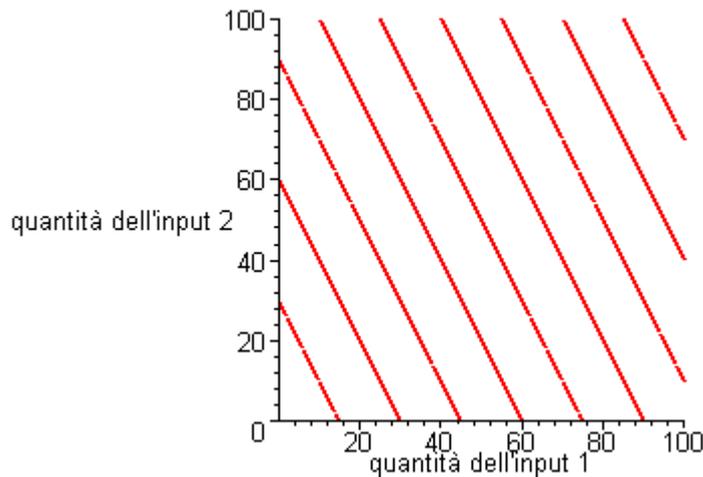
Una prima possibilità è che i due fattori di produzione siano *perfetti sostituti in rapporto di 1 a 1*. In questo caso, l'impresa considera i due input perfettamente intercambiabili nel processo produttivo<sup>41</sup>. La mappa di isoquanti associata a fattori di produzione perfetti sostituti in rapporto di 1 a 1 è tracciata nella seguente figura.



Ogni combinazione dei due input appartenente all'isoquante che unisce i punti (60,0) e (0,60) permette di ottenere lo stesso livello di output. L'impresa produce sempre lo stesso livello di output impiegando 60 unità dell'input 1 e 0 dell'input 2, 59 unità di input 1 e 1 di input 2, o 58 unità di input 1 e 2 unità of input 2, e così via, fino ad arrivare a 1 unità di input 1 e 59 di input 2 o, ancora, 0 unità di input 1 e 60 unità di input 2. In altri termini, ogni unità in meno di uno dei due input deve essere sostituita da un'unità addizionale dell'altro se si desidera mantenere invariato il livello di produzione. L'inclinazione degli isoquanti è, infatti, sempre costante e uguale a  $-1$ . Il tasso al quale l'impresa desidera scambiare l'impiego dei due input nel proprio processo produttivo è pari a 1. Questo concetto è alla base della definizione del *Tasso Marginale di Sostituzione* che, nel caso di input perfetti sostituti, è costante e pari a 1. Naturalmente due fattori di produzione possono essere ritenuti sostituibili in un rapporto diverso da 1 a 1. Ad esempio, se il rapporto di sostituibilità è 1 a 2 (1

unità dell'input 1 è scambiata con 2 unità dell'input 2 e viceversa) la relativa famiglia di isoquanti si presenta come nella figura 10.5:

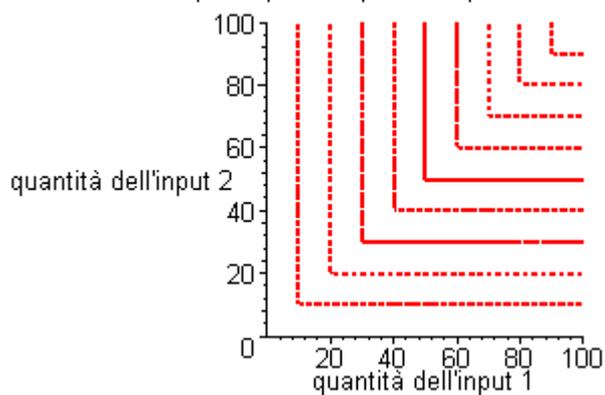
10.5: isoquanti per sostituti perfetti 1:2



Il Tasso Marginale di Sostituzione è costante e pari a 2. Più in generale, per fattori di produzione perfetti sostituti in rapporto  $1 ad a$ , il Tasso Marginale di Sostituzione è  $-a$ .

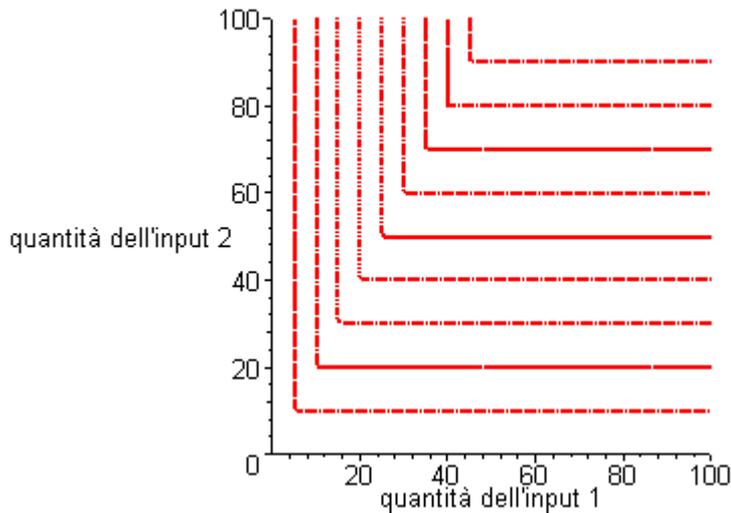
Il caso opposto a quello di input perfetti sostituti si verifica quando gli input sono ritenuti perfetti complementi. Nel caso più semplice, un rapporto di complementarità di 1 a 1 (1 unità del primo input viene sempre impiegata insieme ad 1 unità dell'altro), implica la mappa di isoquanti disegnata nella figura 10.6:

10.6: isoquanti per complementi perfetti 1 con 1



La mappa degli isoquanti nel caso di due input perfetti complementi in rapporto di  $1 a 2$  è la seguente:

10.7: isoquanti per complementi perfetti 1 con 2



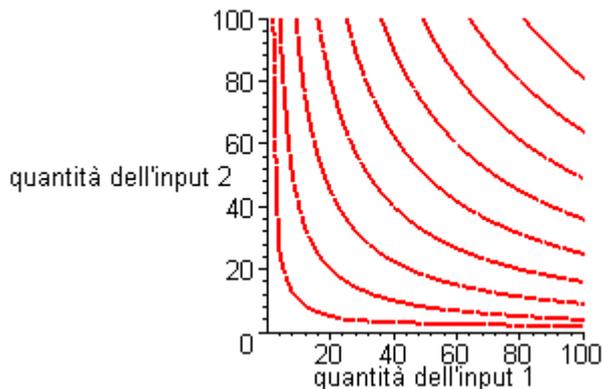
Più in generale, i due input possono essere considerati perfetti complementi in un rapporto di  $1$  ad  $a$ , per cui ogni unità di un input deve essere sempre impiegata insieme ad  $a$  unità dell'altro. In questo caso, le combinazioni ottimali di input appartengono alla retta definita dall'equazione  $q_2 = aq_1$ .

La tecnologia Cobb-Douglas rappresenta un caso intermedio tra i due estremi di input perfetti sostituti e perfetti complementi:

$$q_1^a q_2^{(1-a)} = \text{costante} \quad (10.2)$$

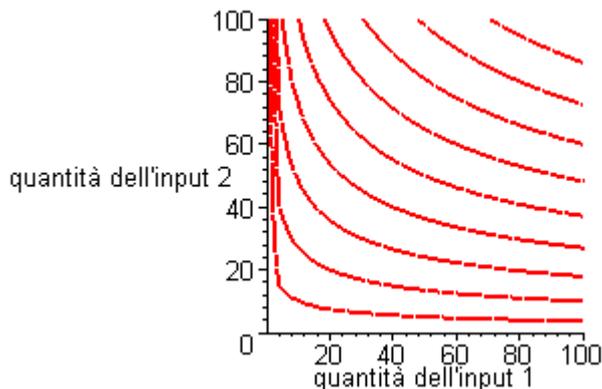
La forma di ogni isoquante dipende dal valore assunto dal parametro  $a$ . Per esempio se  $a = 0.5$ , otteniamo la seguente mappa di isoquanti:

10.9: isoquanti per tecnologia Cobb-Douglas  $a=0.5$



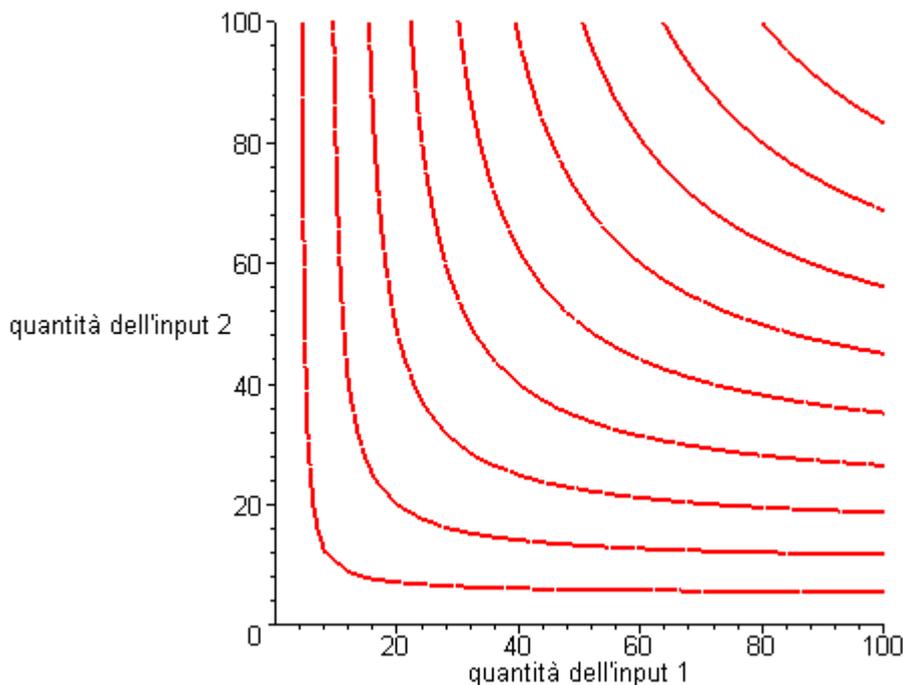
Notiamo la simmetria degli isoquanti rispetto all'origine e il modo in cui il  $TMS$  varia nel diagramma. Un caso di tecnologia Cobb-Douglas non simmetrica si verifica per  $a$  uguale a  $0.3$ :

10.10: isoquanti per tecnologia Cobb-Douglas  $a=0.3$



La capacità dei tre tipi di tecnologia esposti finora di rappresentare compiutamente il processo produttivo di un'impresa va verificata empiricamente. L'appropriata specificazione del parametro  $a$  è determinante per ottenere una rappresentazione verosimile della tecnologia effettiva di un'impresa. E' possibile poi utilizzare altre espressioni algebriche per esplicitare la funzione di produzione nel tentativo di avvicinarla alla tecnologia effettiva di un'impresa. Tra tutte, menzioniamo la tecnologia con *Elasticità di sostituzione costante* che ha buone credenziali empiriche. Il seguente grafico rappresenta un esempio di questa classe di funzioni di produzione (l'interpretazione da dare ai parametri menzionati nel titolo del grafico verrà chiarita più avanti nel capitolo).

10.13: isoquanti con tecnologia CES e parametri  $c_1=0.4$ ,  $c_2=0.5$ ,  $\rho=0.9$  e  $s=1.0$



#### 10.4 I rendimenti di scala

La mappa degli isoquanti contiene informazioni relative alla relazione che lega i due input nel processo produttivo, ma non ai rendimenti di scala degli input stessi. Come già osservato, il processo produttivo dell'impresa può essere analizzato in due dimensioni diverse. In questo paragrafo consideriamo la seconda.

La mappa degli isoquanti relativa al caso di input perfetti sostituiti in rapporto di 1 a 1 è rappresentata in figura 10.4. L'espressione generica per ognuno di questi isoquanti è:

$$q_1 + q_2 = \text{costante} \quad (10.3)$$

Questa definizione è coerente con diversi rendimenti di scala. La mappa di isoquanti (10.3) è attribuibile alla seguente funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = q_1 + q_2 \quad (10.4)$$

che esibisce *rendimenti di scala costanti*. Perché? Perché l'output aumenta nella stessa proporzione degli input.

Consideriamo ora la seguente funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = (q_1 + q_2)^{0.8} \quad (10.5)$$

La funzione di produzione (10.5) è associata ad una mappa di isoquanti definita da  $(q_1 + q_2)^{0.8} = \text{costante}$  ed equivalente all'espressione (10.3). La funzione di

produzione (10.5), tuttavia, esibisce rendimenti di scala decrescenti: l'output aumenta meno che proporzionalmente degli input ( $s^{0.8} < s$ ).

Più in generale, la funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = (q_1 + q_2)^s \quad (10.6)$$

definisce una tecnologia per input perfetti sostituiti in rapporto 1 a 1 ed esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti, a seconda che il parametro  $s$  assuma valori maggiori, uguali o minori di 1.

La tecnologia definisce la forma degli isoquanti e i rendimenti di scala influenzano il livello di output associato ad ogni isoquanto. Data la funzione di produzione (10.3), i livelli di output associati con i 9 isoquanti rappresentati nella figura 10.4 sono rispettivamente 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160 e 180. Ogni qual volta si raddoppia l'impiego di entrambi gli input, l'impresa ottiene un output doppio. La funzione di produzione (10.5) invece esibisce rendimenti di scala decrescenti: i livelli di produzione associati con i 9 isoquanti della figura 10.4 diventano 10.99, 19.13, 26.46, 33.30, 39.81, 46.06, 52.11, 57.98 e 63.71. Il raddoppiamento dell'impiego degli input provoca un aumento del livello dell'output *meno che doppio*. Infine, considerando la forma generica definita da (10.6) e assumendo che  $s$  sia pari a 2, otteniamo il caso di input perfetti sostituiti in rapporto di 1 a 1 con *rendimenti di scala crescenti*. I livelli di produzione associati con gli isoquanti della figura 10.4 diventano 400, 1600, 3600, 6400, 10000, 14400, 19600, 25600 e 32400.

Il caso *quasi generale*<sup>42</sup> di input perfetti sostituiti in rapporto *1 ad a* è definito dalla seguente funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = (q_1 + q_2/a)^s \quad (10.7)$$

dove il valore assunto dal parametro  $a$  determina il tasso di sostituibilità e quello attribuito al parametro  $s$  definisce i rendimenti di scala ( $s$  è maggiore, uguale o inferiore a 1 per rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti). La scelta dei valori  $a$  ed  $s$  può avvenire in maniera del tutto indipendente una dall'altra.

La forma generica degli isoquanti per input *perfetti complementi in rapporto di 1 ad a* è definita da:

$$\min(q_1, q_2) = \text{costante} \quad (10.8)$$

e può essere associata con la seguente funzione di produzione con rendimenti di scala costanti:

$$y = f(q_1, q_2) = \min(q_1, q_2) \quad (10.9)$$

ma anche con la più generica funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = [\min(q_1, q_2)]^s \quad (10.10)$$

che esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti per  $s$  maggiore, uguale o inferiore a 1.

Il caso *quasi generale*<sup>43</sup> di input perfetti complementi in rapporto di *1 ad a*, è dato dalla seguente funzione di produzione:

$$y = f(q_1, q_2) = [\min(q_1, q_2/a)]^s \quad (10.11)$$

Il valore assunto dal parametro  $a$  determina il tasso di complementarietà e quello assegnato al parametro  $s$  definisce i rendimenti di scala ( $s$  maggiore, uguale o minore di 1 definisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti). La scelta dei valori  $a$  ed  $s$  può avvenire in maniera del tutto indipendente.

Consideriamo ora una tecnologia di tipo Cobb-Douglas. Abbiamo già definito la mappa degli isoquanti con:

$$q_1^a q_2^{(1-a)} = \text{costante}$$

e la funzione di produzione con:

$$y = f(q_1, q_2) = A q_1^a q_2^b \quad (10.12)$$

I pesi relativi assegnati agli input 1 e 2 sono rispettivamente  $a/(a+b)$  e  $b/(a+b)$  e la somma  $(a+b)$  determina i rendimenti di scala. Cerchiamo di essere più precisi:

*La tecnologia Cobb-Douglas (10.12) esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti se  $(a+b)$  è maggiore, uguale o minore di 1.*

Il lettore può verificare l'esattezza di questa proposizione.

L'espressione generica di una tecnologia con *elasticità di sostituzione costante* è:

$$y = (c_1 q_1^{-\rho} + c_2 q_2^{-\rho})^{-s/\rho} \quad (10.13)$$

I rendimenti di scala (come in precedenza) sono determinati dal valore del parametro  $s$  mentre il parametro  $\rho$  fissa ad un valore costante l'elasticità di sostituzione<sup>44</sup>.

### **10.5 Tasso Marginale di Sostituzione e prodotti marginali**

Concludiamo il capitolo introducendo il concetto di *prodotto marginale* e ricavando la relazione di uguaglianza tra il *Tasso Marginale di Sostituzione* e il rapporto tra le produttività marginali dei due fattori.

Il prodotto marginale di un input è pari al tasso al quale l'output cresce all'aumentare dell'impiego dell'input stesso. La rappresentazione grafica dell'output in funzione di un input (per quantità fisse dell'altro input) è, in generale, una curva crescente e concava: all'aumentare dell'impiego dell'input, l'output cresce ad un tasso decrescente<sup>45</sup>. In ogni punto sulla curva, il prodotto marginale definisce il tasso al quale l'output cresce dato un certo incremento dell'input, ovvero, l'inclinazione della curva in quel punto. I prodotti marginali dei due fattori sono così definiti:

$$\begin{aligned} \text{Prodotto marginale dell'input 1} &= \partial y / \partial q_1 = \partial f(q_1, q_2) / \partial q_1 \\ \text{Prodotto marginale dell'input 2} &= \partial y / \partial q_2 = \partial f(q_1, q_2) / \partial q_2 \end{aligned} \quad (10.14)$$

Deriviamo algebricamente la relazione che lega le produttività marginali dei due input al Tasso Marginale di Sostituzione. Se il lettore non è interessato ai passaggi algebrici può semplicemente far riferimento all'interpretazione economica dei nostri risultati.

Ogni isoquante è definito da:

$$f(q_1, q_2) = \text{costante}$$

calcolando il differenziale totale di questa espressione, otteniamo:

$$[\partial f(q_1, q_2) / \partial q_1] dq_1 + [\partial f(q_1, q_2) / \partial q_2] dq_2 = 0$$

da cui risulta che:

$$dq_2/dq_1 = - [\partial f(q_1, q_2)/\partial q_1] / [\partial f(q_1, q_2)/\partial q_2]$$

dunque, l'inclinazione dell'isoquante ( $dq_2/dq_1$ ) è pari a (meno) il rapporto tra il prodotto marginale dell'input 1 e il prodotto marginale dell'input 2:

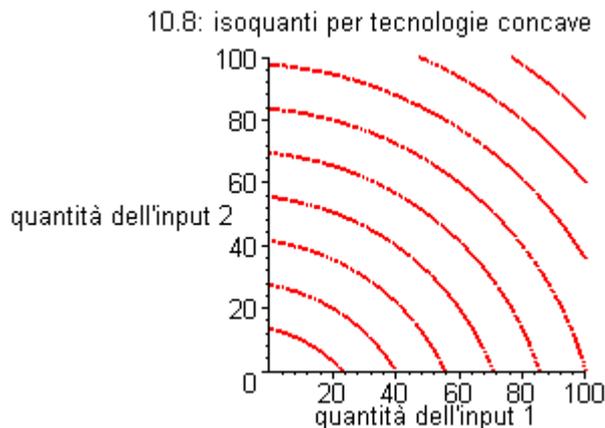
*Tasso Marginale di Sostituzione = prodotto marginale dell'input1 / prodotto marginale dell'input2*

Interpretiamo ora questa uguaglianza utilizzando un esempio numerico.

Consideriamo il punto in corrispondenza del quale le produttività marginali degli input 1 e 2 sono pari rispettivamente a 5 e 2: l'impiego di 1 unità addizionale degli input 1 e 2 accresce l'output rispettivamente di 5 e 2 unità. Di quanto deve aumentare l'impiego dell'input 2 se utilizziamo 1 unità in meno dell'input 1 per produrre lo stesso livello di output? Quando l'impiego dell'input 1 si riduce di 1 unità, si producono 5 unità in meno di output perciò, se si desidera continuare produrre lo stesso output, è necessario impiegare 2.5 unità aggiuntive dell'input 2. Per compensare la riduzione di 1 unità dell'input 1, è necessario impiegare 2.5 unità addizionali dell'input 2 e il *TMS* è uguale a 2.5.

### 10.6: Tecnologie Concave e Convesse

Finora abbiamo assunto implicitamente che la tecnologia sia convessa (e che siano convessi gli isoquanti). Questo il caso più comune a livello empirico, sebbene il caso opposto di isoquanti concavi non si possa escludere a priori. Nella seguente figura consideriamo un esempio di isoquanti concavi:



Quali sono le implicazioni di questo tipo di tecnologia? Entrambi gli input sono sempre fattori produttivi in senso stretto: impiegandone quantità maggiori si ottiene un livello di output più elevato. La differenza con una mappa di isoquanti convessi è data dalla convenienza ad impiegare gli input *separatamente* piuttosto che insieme. Supponiamo che due imprese si contendano l'impiego di 100 unità di input 1 e 100 unità di input 2. E' preferibile che un'impresa impieghi 100 di input 1 e 0 di input 2 e l'altra usi 0 di input 1 e 100 di input 2, oppure che entrambe usino 50 unità di ciascun fattore? In quale dei due casi l'output totale è massimizzato? Sicuramente nel primo: è più conveniente utilizzare i due input separatamente che insieme. Al lettore il compito di trovare degli esempi concreti in cui si verifica lo stesso.

### 10.7: Riassunto

Le analogie tra questo e il capitolo 5 sono molte ed alcune di queste sono già state richiamate. Il consumatore deriva utilità dal consumo dei beni che compra sul

mercato, il produttore trasforma gli input in output; le combinazioni di consumo che procurano al consumatore lo stesso livello di utilità appartengono alla stessa curva di indifferenza; le combinazioni di input che producono lo stesso livello di output si trovano lungo lo stesso isoquante. L'unica differenza sostanziale consiste nell'impossibilità di misurare l'utilità contrapposta alla misurabilità dell'output.

In questo capitolo abbiamo discusso le proprietà della funzione di produzione e rappresentato graficamente gli isoquanti nello spazio  $(q_1, q_2)$ .  
*Un isoquante è la una curva disegnata nello spazio dei punti  $(q_1, q_2)$  che rappresenta il luogo delle combinazioni di input che producono lo stesso livello di output.*

Abbiamo dimostrato che *due isoquanti non possono intersecarsi* e definito *Il Tasso Marginale di sostituzione che rappresenta l'inclinazione dell'isoquante.*

Abbiamo considerato alcuni tipi particolari di tecnologia.

*Gli isoquanti sono rette parallele per input perfetti sostituti.*

*Gli isoquanti sono a forma di L per input perfetti complementi.*

Le tecnologie convesse sono state definite più verosimili di quelle concave. Due esempi di tecnologie convesse con importanti implicazioni empiriche sono le Cobb-Douglas e quelle con elasticità costante di sostituzione.

Infine, abbiamo definito il concetto di *rendimenti di scala*.

*La tecnologia esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti a seconda che, moltiplicando l'impiego di entrambi gli input per la costante  $s$ , l'output aumenta più che proporzionalmente, nella stessa proporzione o meno che proporzionalmente del fattore  $s$ .*

I rendimenti di scala sono indipendenti dal tipo di tecnologia (dalla forma degli isoquanti).

# Capitolo 11: Minimizzazione dei costi e domanda dei fattori produttivi

## 11.1: Introduzione

L'impresa ha per obiettivo la massimizzazione dei profitti<sup>46</sup>. In questo e nei prossimi due capitoli ci occupiamo delle implicazioni di quest

a assunzione. L'impresa deve scegliere il livello di output e la combinazione di input che consentono di massimizzare i profitti. Tale problema decisionale può essere scomposto in due fasi: la determinazione del livello ottimo di output dato il quale l'impresa sceglie la combinazione ottima di input per produrlo. Le due fasi del processo di scelta dell'impresa sono indipendenti l'una dall'altra. Infatti, qualsiasi sia il livello di output che l'impresa desidera produrre, il suo obiettivo è comunque produrlo nella maniera il più efficiente possibile e, per ogni livello di output, la massimizzazione dei profitti implica la minimizzazione dei costi di produzione.

In questo capitolo, ci occupiamo della scelta della combinazione ottima di input per ogni livello di output. Discutiamo le proprietà della combinazione di input che permette di minimizzare i costi di produzione in corrispondenza di ogni livello di output. Il costo minimo al quale è possibile produrre l'output  $y$  viene indicato con  $C(y)$  e definisce la *funzione di costo* dell'impresa. Nel capitolo 12 discuteremo le proprietà delle funzioni di costo dell'impresa e nel capitolo 13 determineremo il livello ottimo di output.

## 11.2: Le curve di isocosto

Le curve di isocosto rappresentano un utile espediente espositivo ed analitico per determinare la combinazione di input che minimizza i costi totali dell'impresa per ogni livello di output. Le *curve di isocosto* vengono disegnate nello spazio dei punti  $(q_1, q_2)$ , ossia lo spazio di tutte le possibili combinazioni di input<sup>47</sup>. Una curva di isocosto è il luogo delle combinazioni dei due input alle quali è associato lo stesso costo totale. Se i prezzi dei due input 1 e 2 sono rispettivamente  $w_1$  e  $w_2$ , il costo totale della combinazione  $(q_1, q_2)$  è pari a  $w_1q_1 + w_2q_2$  e, la curva di isocosto viene definita genericamente da:

$$w_1q_1 + w_2q_2 = \text{costante} \quad (11.1)$$

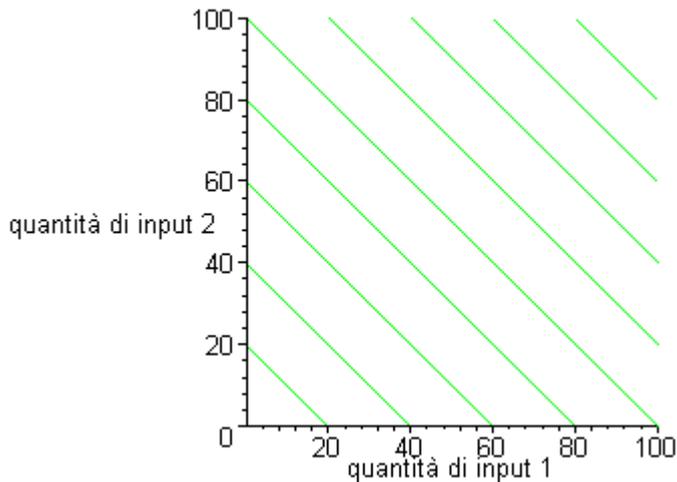
L'espressione (11.1) è l'equazione di una retta nello spazio dei punti  $(q_1, q_2)$  lineare in  $q_1$  e  $q_2$ . L'inclinazione della retta di isocosto è uguale a  $-w_1/w_2$ , come è evidente dalla seguente espressione:

$$q_2 = \text{costante} - (w_1/w_2) q_1$$

Un isocosto, dunque, è una retta nello spazio  $(q_1, q_2)$  con inclinazione  $-w_1/w_2$  ed è possibile tracciare una retta di isocosto per ciascuno dei punti appartenenti a  $(q_1, q_2)$ .

Assumendo  $w_1 = w_2 = 1$  e, di conseguenza,  $-w_1/w_2 = -1$ , la mappa delle rette di isocosto appare come nella seguente figura:

11.1: un insieme di curve di isocosto



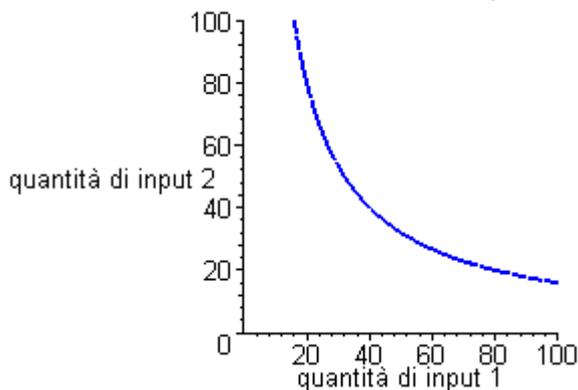
Ad ogni retta di isocosto è associato un valore diverso di costo totale. La retta più vicina all'origine degli assi unisce i punti estremi (20, 0) e (0, 20). Lungo questa retta, il costo totale è sempre uguale a 20 qualsiasi sia la combinazione di fattori produttivi scelta dall'impresa (20 unità di 1 e 0 di 2; 19 unità di 1 e 1 di 2; 18 unità di 1 e 2 di 2, ..., 1 unità di 1 e 19 di 2; 0 unità di 1 e 20 di 2). Alla retta di isocosto immediatamente più alta è associato un costo totale di 40, a quella immediatamente più alta un costo totale pari a 60, e così via fino ad arrivare alla più alta in assoluto. Naturalmente, rette di isocosto più alte sono caratterizzate da un costo totale *maggiore*. Viceversa, il costo totale *decresce* spostandosi su rette di isocosto più vicine all'origine degli assi.

Nel caso in cui  $w_1 = w_2 = 2$ , avremo le stesse rette di isocosto rappresentate nella figura 11.1 ma caratterizzate da valori maggiori di costo totale (40, 80, ecc., invece che 20, 40, ecc.).

### 11.3: La combinazione ottima dei fattori produttivi

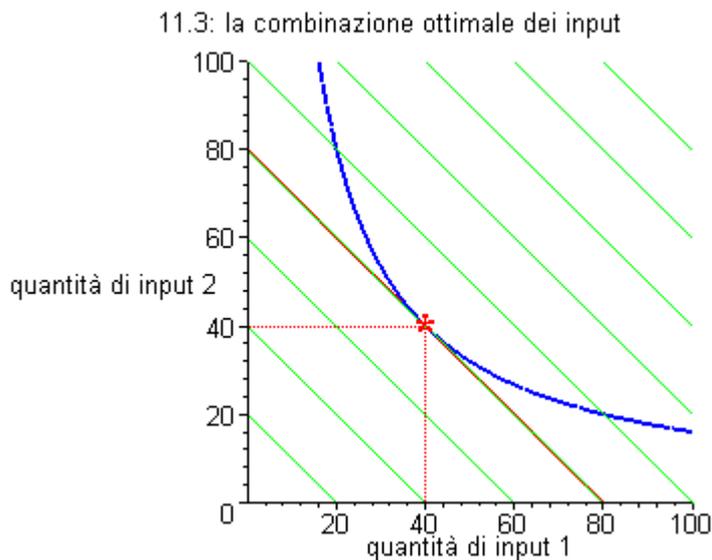
Procediamo ora alla determinazione della combinazione efficiente di input per ogni livello di produzione conseguibile dall'impresa. Ogni livello di output ha associato un isoquante. Assumiamo che l'impresa adotti una tecnologia Cobb-Douglas di tipo simmetrico e che l'output sia 40. Rappresentiamo nella figura 11.2 l'isoquante definito da  $q_1^{0.5} q_2^{0.5} = 40$ . (Notiamo che il punto (40, 40) appartiene a questa curva).

11.2: il livello desiderato di output



Quale delle combinazioni di input appartenenti all'isoquante implica il costo totale minimo? La risposta è ovvia: quella combinazione che si trova sulla retta di

isocosto *più bassa*. Disegniamo nello stesso diagramma la mappa delle rette di isocosto e l'isoquante.



Il punto indicato dall'asterisco è (40,40). E' questa la combinazione di fattori che permette di produrre 40 unità di output al minor costo totale. Il punto (40,40), infatti, si trova sulla più bassa delle rette di isocosto compatibile con tale livello di produzione. Nessun altro punto dell'isoquante appartiene ad una retta di isocosto più vicina all'origine degli assi. Il nostro esempio si riferisce al semplice caso di una tecnologia Cobb-Douglas simmetrica, il che implica la simmetria rispetto all'origine della combinazione ottima di input: 40 unità impiegate di ciascuno dei due input e un costo totale pari ad 80.

Dall'esempio, possiamo desumere le proprietà della soluzione ottima<sup>48</sup>. In corrispondenza del punto indicato con l'asterisco, la retta di isocosto è *tangente* all'isoquante: nel punto di ottimo la retta di isocosto e l'isoquante hanno la stessa inclinazione. L'inclinazione dell'isocosto è pari a (meno) il rapporto dei prezzi dei due input ( $w_1/w_2$ ), quella dell'isoquante è data da (meno) il *Tasso Marginale di Sostituzione (TMS)*. Di conseguenza, in corrispondenza della combinazione ottima dei fattori di produzione si verifica la condizione:

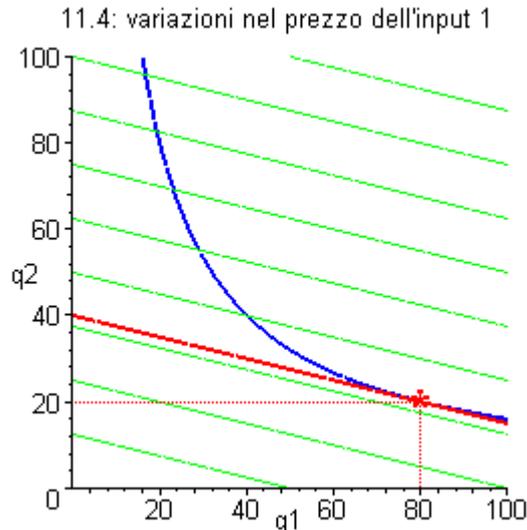
$$w_1/w_2 = TMS \quad (11.2)$$

#### **11.4: La domanda dei fattori produttivi in funzione dei propri prezzi e dell'output**

Abbiamo risolto il problema della determinazione della combinazione di input che l'impresa deve impiegare per ottenere un certo livello di output in presenza di determinati livelli di prezzo dei due input. In altre parole, abbiamo determinato la domanda dei due input per ogni livello di output e dei prezzi dei due fattori. Nell'esempio precedente, per  $w_1 = w_2 = 2$  e  $y = 40$ , l'impresa domanda 40 unità di ciascun input. Come vedremo oltre, le domande dei due input dipendono dal tipo di tecnologia adottata dall'impresa.

A questo punto possiamo verificare come la domanda dei fattori viene influenzata da variazione (1) nei prezzi degli input stessi e (2) nel livello di output che l'impresa desidera produrre.

Consideriamo ancora l'esempio di una tecnologia Cobb-Douglas simmetrica, con  $y = 40$  e  $w_2 = 1$ . Assumiamo che  $w_1$ , inizialmente pari a  $1/4$ , assuma i valori  $1/3$ ,  $1/2$ ,  $1$ ,  $2$ ,  $3$  e, infine,  $4$ . Per questi valori di  $w_1$ , l'inclinazione della retta di isocosto, inizialmente pari a  $-1/4$ , diventa  $-1/3$ ,  $-1/2$ ,  $-1$ ,  $-2$ ,  $-3$  e, infine,  $-4$ . Nella figura 11.4 è rappresentato il caso in cui  $w_1$  è uguale a  $1/4$ : l'inclinazione dell'isocosto è  $-1/4$ .

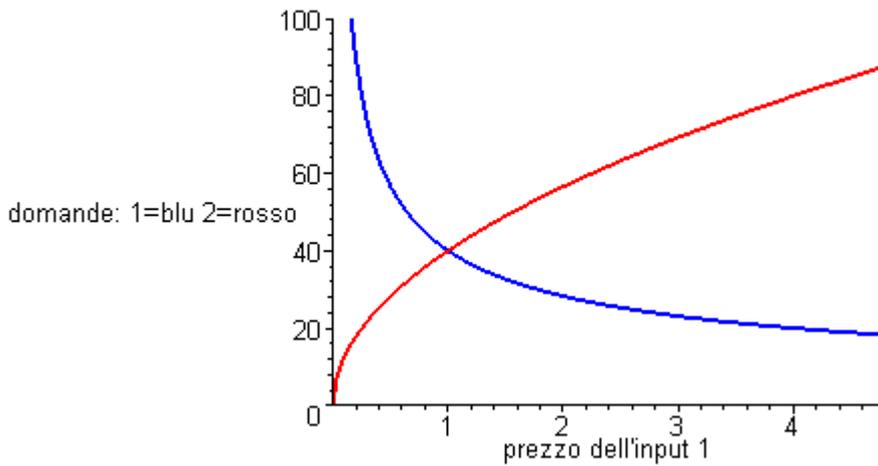


La combinazione ottima è  $(80, 20)$ . L'impresa domanda 80 unità dell'input 1 e 20 dell'input 2, trovando conveniente concentrare la propria domanda sul più economico dei due fattori di produzione e acquistando una quantità relativamente minore del secondo input. Questa è la maniera più efficiente di produrre 40 unità di output. (Notiamo che la combinazione  $(40, 40)$ , per  $w_1 = 1/4$  and  $w_2 = 1$ , costa 50, mentre  $(80, 20)$  costa solo 40.)

Cosa avviene in seguito all'aumento del prezzo dell'input 1? L'isocosto diventa sempre più inclinato e la soluzione ottima *ruota* intorno all'isoquanto. In particolare, per  $w_1 = 1/3$  la combinazione ottima di input è  $(69.28, 23.09)$ , per  $w_1 = 1/2$   $(56.57, 28.28)$ , per  $w_1 = 1$   $(40, 40)$ , per  $w_1 = 2$   $(28.28, 56.57)$ , per  $w_1 = 3$   $(23.09, 69.28)$  e, infine, per  $w_1 = 4$   $(20, 80)$ . Queste soluzioni possono essere verificate graficamente nella figura 11.4.

Rappresentando graficamente le domande ottime dei fattori rispetto a  $w_1$ , otteniamo le curve di domanda dei due input in funzione del prezzo del primo input. Dati i valori numerici del nostro esempio, otteniamo il seguente grafico.

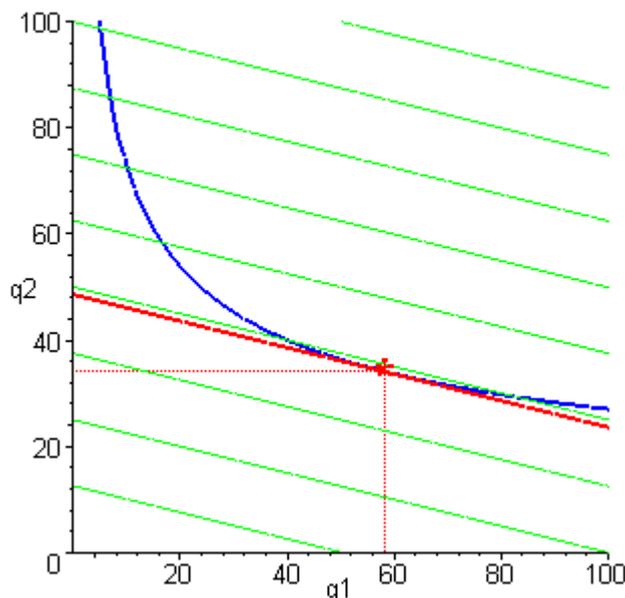
11.5: variazioni nel prezzo dell'input 1



Il prezzo del bene 1 è rappresentato sull'asse delle ascisse. La curva inclinata negativamente è la funzione di domanda dell'input 1 e quella con inclinazione positiva rappresenta la funzione di domanda dell'input 2. Per livelli crescenti di  $w_1$ , l'impresa sposta la propria domanda dal primo al secondo fattore: quanto più l'input 1 diventa costoso, tanto più l'impresa tende a sostituirne l'impiego con quantità crescenti dell'altro input.

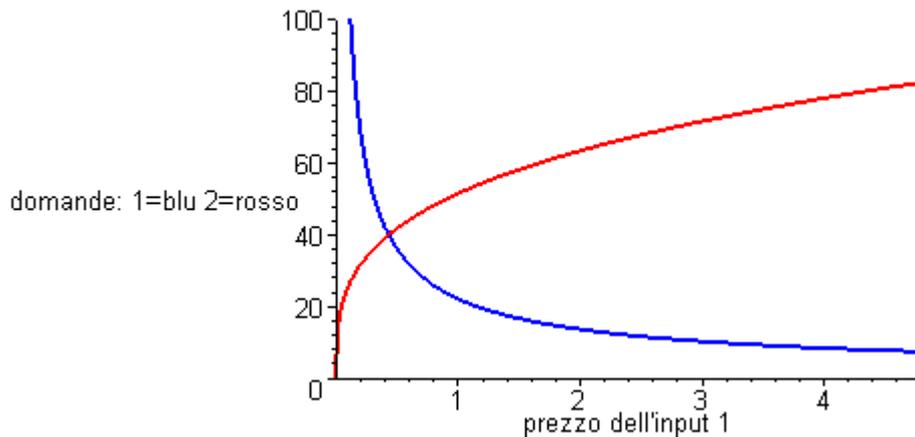
Ricordiamo che la forma delle funzioni di domanda dei fattori dipende dal tipo di tecnologia adottata dall'impresa. Ad esempio, in presenza di una tecnologia Cobb-Douglas non simmetrica con pesi 0.3 e 0.7, la rappresentazione grafica del problema di scelta della combinazione ottima dei fattori diventa la seguente (da notare la diversa posizione dell'isoquanto):

11.10: variazioni nel prezzo dell'input 1 con tecnologia C-D e pesi 0.3 e 0.7



con le relative funzioni di domanda dei fattori (rispetto al prezzo dell'input 1):

11.11: variazioni nel prezzo dell'input 1 con tecnologia C-D e pesi 0.3 e 0.7



da notare la differenza tra i due grafici 11.11 e 11.5.

Definiamo ora l'espressione generica delle funzioni di domanda dei fattori per una tecnologia Cobb-Douglas. La funzione di produzione è definita da  $y = f(q_1, q_2) = A q_1^a q_2^b$  (l'espressione (10.12)). Le domande ottime dei due fattori si ottengono minimizzando il costo totale  $w_1 q_1 + w_2 q_2$  sotto il vincolo  $y = A q_1^a q_2^b$  e sono date da<sup>49</sup>:

$$q_1 = (y/A)^{1/(a+b)} (aw_2/(bw_1))^{b/(a+b)} \quad \text{e} \quad q_2 = (y/A)^{1/(a+b)} (bw_1/(aw_2))^{a/(a+b)} \quad (11.3)$$

Non è necessario sapere derivare queste funzioni di domanda. Più importante è saperle interpretare. La domanda di ciascun input è influenzata da tre variabili:  $y$ ,  $w_1$  e  $w_2$ .

1) *L'effetto del livello di output che l'impresa desidera produrre sulla domanda dei fattori produttivi.* Le domande di entrambi i fattori produttivi sono proporzionali a  $y^{1/(a+b)}$ : la domanda dei due input è crescente in  $y$ . Per quantificare l'incremento della domanda dei fattori all'aumentare di  $y$ , bisogna considerare la *somma*  $(a+b)$ . Dai concetti esposti nel capitolo 10, sappiamo che la tecnologia esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti a seconda che la somma  $(a+b)$  sia maggiore, uguale o minore di 1.  $y$  è elevato alla potenza di  $1/(a+b)$  e questo rapporto è minore, uguale o maggiore di 1 per  $(a+b)$  rispettivamente maggiore, uguale o minore di 1. Di conseguenza, le funzioni di domanda (11.3) sono concave, lineari o convesse in  $y$ , se la tecnologia esibisce rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti. Il caso di rendimenti costanti di scala è molto semplice. Infatti, per raddoppiare l'output è necessario duplicare l'impiego di entrambi gli input (per cui le quantità domandate diventano doppie). Le domande dei fattori sono lineari nell'output. Viceversa, per rendimenti di scala crescenti (decrescenti) è necessaria una quantità meno (più) che doppia di entrambi i fattori e la relazione tra l'output e le domande (11.3) è concava (convessa).

2) *L'effetto di  $w_1$  sulla domanda dei fattori produttivi.* Nell'espressione della domanda dell'input 1  $w_1$  ha per esponente  $-b/(a+b)$ : la domanda dell'input 1 decresce al crescere di  $w_1$  e l'impresa impiega quantità decrescenti dell'input che diventa più costoso. Il rapporto  $-b/(a+b)$  assume valori compresi tra 0 e 1. Di

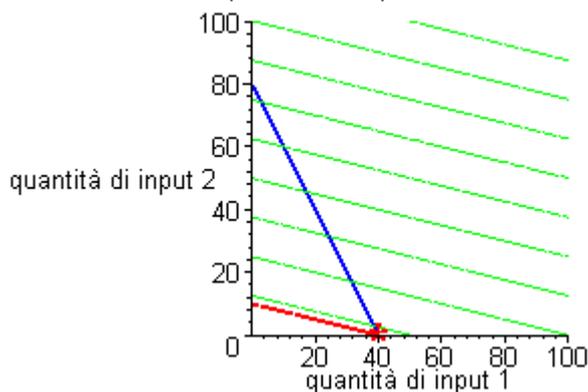
conseguenza, la domanda decresce ad un tasso decrescente all'aumentare del proprio prezzo. Viceversa,  $w_1$  ha per esponente  $a/(a+b)$  nella funzione di domanda del secondo input. Il rapporto  $a/(a+b)$  è una quantità positiva. Di conseguenza, la domanda dell'input 2 cresce all'aumentare di  $w_1$ : quando un fattore si apprezza, l'impresa sposta la sua domanda verso l'input relativamente più a buon mercato. Il valore dell'esponente  $a/(a+b)$ , inoltre, è compreso tra 0 e 1: la domanda dell'input 2 cresce ad un tasso decrescente all'aumentare di  $w_1$ .

3) *L'effetto di  $w_2$  sulla domanda dei fattori produttivi.* Nella funzione di domanda dell'input 1  $w_2$  è elevato alla potenza di  $b/(a+b)$ : l'impresa domanda quantità crescenti dell'input 1 all'aumentare di  $w_2$ . La domanda di un input cresce quando l'altro fattore diventa relativamente più costoso. Notiamo che  $b/(a+b)$  assume valori compresi tra 0 e 1 (per cui la domanda cresce ad un tasso decrescente all'aumentare del prezzo). Viceversa,  $w_2$  ha per esponente  $-a/(a+b)$  nella funzione di domanda dell'input 2: quando  $w_2$  aumenta, vengono domandate quantità minori dell'input 2. Il rapporto  $-a/(a+b)$  è definito per valori compresi tra 0 e 1: la domanda si riduce ad un tasso decrescente all'aumentare del prezzo. (Questo risultato è semplicemente il reciproco di quello ottenuto al punto 2).

*Sarebbe utile al lettore soffermarsi anche sull'effetto dei parametri  $a$  e  $b$  sulla domanda dei fattori produttivi.*

Come anticipato, la tecnologia influenza la forma delle funzioni di domanda dei fattori. Nella figura 11.19 è rappresentata la famiglia di isoquanti per un'impresa che considera gli input 1 e 2 perfetti sostituti in rapporto 1 a 2.

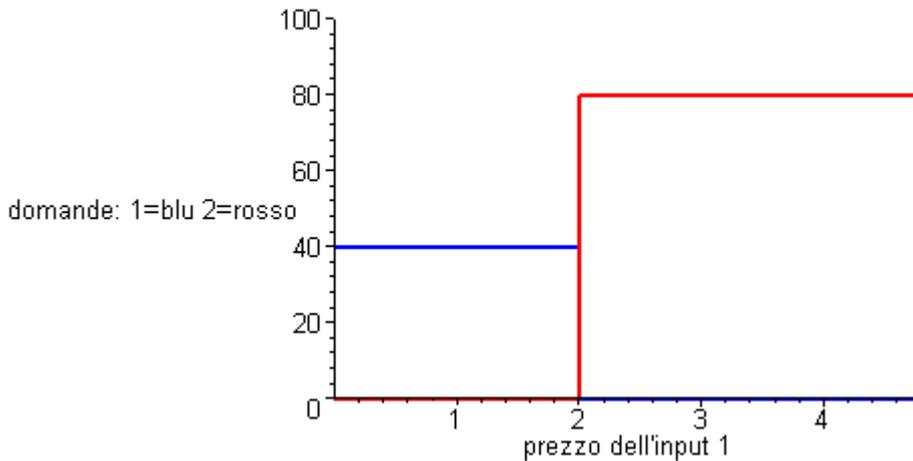
11.19: variazioni nel prezzo dell'input 1 con sostituti perfetti 1:2



I prezzi degli input 1 e 2 sono rispettivamente 1 e  $1/4$ . L'impresa desidera produrre 40 unità di output. Assumiamo che la funzione di produzione sia quella indicata in (10.7) con parametri  $a = 2$  e  $s = 1$ . Come risulta dal grafico 11.19, il punto di ottimo si trova in corrispondenza della combinazione (40,0). Per l'impresa è ottimale impiegare 40 unità dell'input 1 e 0 unità dell'input 2.

Cosa succede se il prezzo dell'input 1 assume progressivamente i valori  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $1/2$ , 1, 2, 3 ed, infine, 4? Finché il prezzo è minore di 2, all'impresa conviene continuare a comprare 40 unità del primo input e nessuna dell'altro. Per  $w_1 = 2$ , l'isocosto e l'isoquanto coincidono: tutte le combinazioni di input che permettono di produrre 40 unità di output sono ottime. Per  $w_1 > 2$ , diventa ottimale impiegare nel processo produttivo esclusivamente l'input 2 (80 unità). Le funzioni di domanda dei due fattori produttivi, dunque sono le seguenti:

11.20: variazioni nel prezzo dell'input 1 con sostituti perfetti 1:2



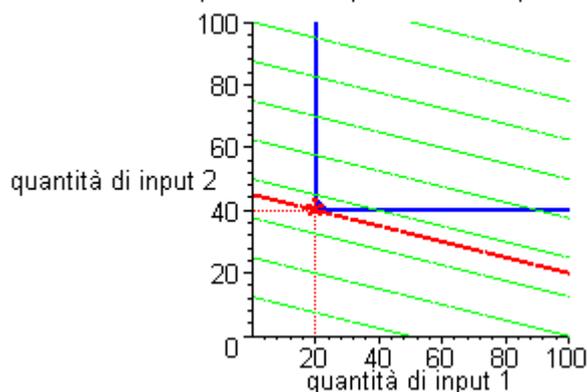
La domanda dell'input 1 è 40 finché  $w_1$  non raggiunge il valore 2, e si annulla per valori maggiori di prezzo. La linea retta con valori nulli fino ad un prezzo di 2 e poi orizzontale in corrispondenza di 80 sull'asse delle ordinate è la domanda del secondo input. I due input sono perfetti sostituti in rapporto 1 a 2, per questo motivo il valore critico del prezzo è 2 (Non dimentichiamo che il prezzo del secondo input è 1).

Nel caso generico di input perfetti sostituti in rapporto 1 ad  $a$  (con una funzione di produzione del tipo (10.7)) le funzioni di domanda dei due input sono date da:

$$\begin{aligned} \text{se } w_1 < aw_2, \text{ allora } q_1 &= y^{1/s} \text{ e } q_2 = 0 \\ \text{se } w_1 > aw_2, \text{ allora } q_1 &= 0 \text{ e } q_2 = (ya)^{1/s} \end{aligned} \quad (11.4)$$

Notiamo che per una tecnologia Cobb-Douglas, l'impresa sostituisce i due input in maniera continua. Se, viceversa, l'impresa considera i due input perfettamente sostituibili, solo uno dei due (il meno costoso) viene impiegato nel processo produttivo. L'estremo opposto si verifica quando i due input sono perfetti complementi. Il grafico 11.23 si riferisce al caso di input perfetti complementi in rapporto 1 a 2.

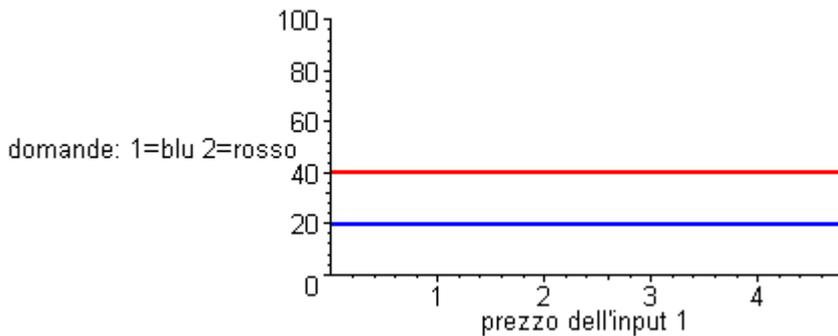
11.23: variazioni nel prezzo dell'input 1 con complementi perfetti 1:2



Dal grafico è evidente che per ogni valore dell'inclinazione dell'isocosto, la combinazione ottima si trova sempre in corrispondenza dell'asterisco. Nel grafico successivo rappresentiamo le curve di domanda dei due input in funzione di  $w_1$ .

La retta orizzontale più alta è la domanda dell'input 2, quella più bassa la domanda dell'input 1.

11.24: variazioni nel prezzo dell'input 1 con complementi perfetti 1:2



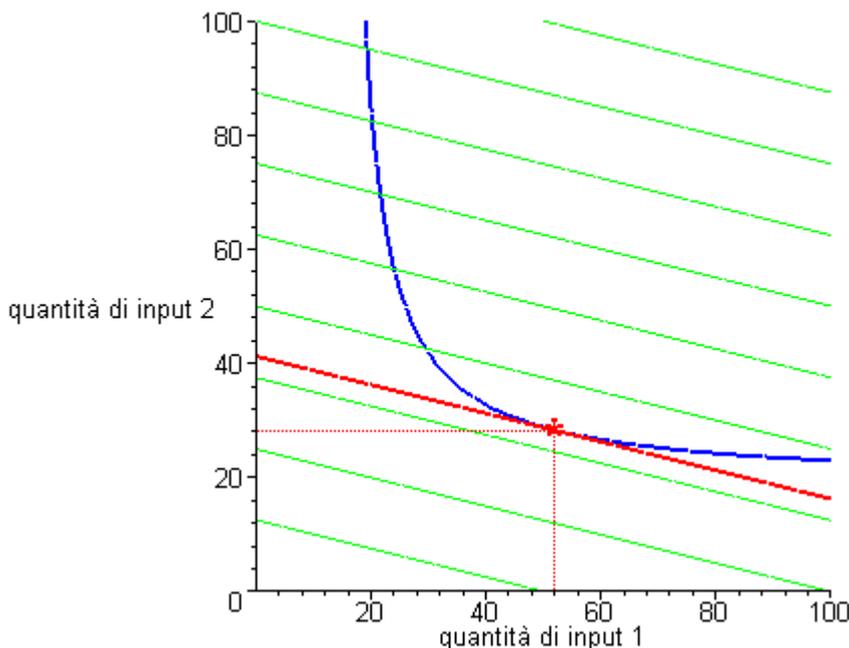
Nel caso generale di perfetti complementi in rapporto  $1 ad a$ , la funzione di produzione è data da  $y = [\min(q_1, q_2/a)]^s$ , la stessa espressione indicata in (10.11). Il punto di ottimo è  $q_2 = aq_1$ . In corrispondenza della combinazione ottima di input, si verifica che  $q_1^s = (q_2/a)^s = y$ . Le domande ottime dei due input sono date da:

$$q_1 = y^{1/s} \text{ e } q_2 = ay^{1/s} \tag{11.5}$$

Da notare l'effetto dei rendimenti di scala sulle funzioni di domanda dei due input.

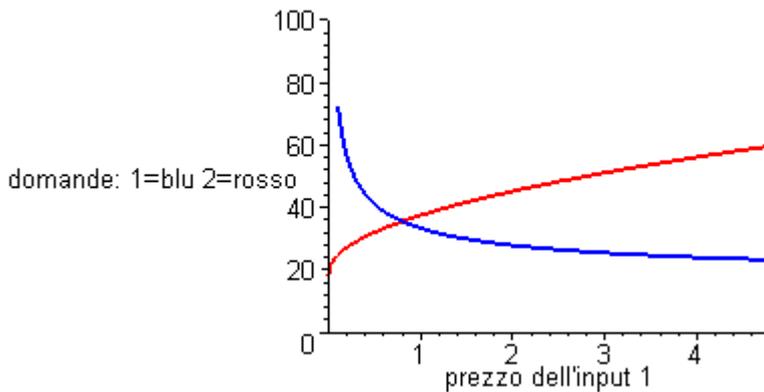
Per motivi di completezza, consideriamo anche la tecnologia con Elasticità di Sostituzione Costante che consente di dare ancora maggior enfasi alla dipendenza della forma delle curve di domanda dei fattori produttivi dal tipo di tecnologia adottata dall'impresa.

11.16: variazioni nel prezzo dell'input 1 con tecnologia CES



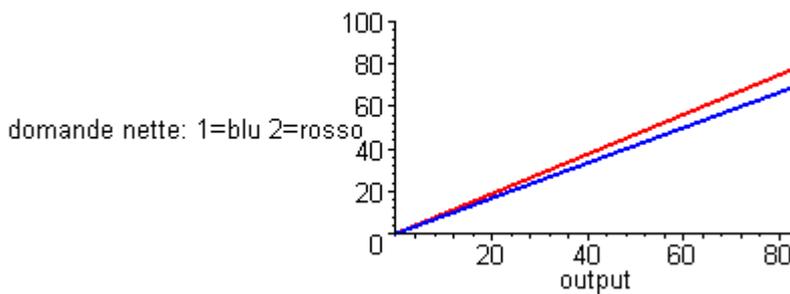
Dall'analisi delle rette di isocosto e della curva di isoquanto, così come rappresentate nel grafico 11.16, deriviamo le relative funzioni di domanda:

11.17: variazioni nel prezzo dell'input 1 con tecnologia CES



e la corrispondente relazione tra il livello di output prodotto dall'impresa e le domande dei fattori:

11.18: variazioni nell'output con tecnologia CES



La relazione che lega il livello di output alle domande dei due fattori è lineare (figura 11.18). Che cosa è possibile dedurre per i rendimenti di scala? I rendimenti di scala sono costanti.

In generale, le funzioni di domanda dei due fattori di produzione per una tecnologia con Elasticità di Sostituzione Costante, sono date dalle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} q_1^s &= y(c_1/w_1)^{1/(1+\rho)} ((c_1 w_1^\rho)^{1/(1+\rho)} + (c_2 w_2^\rho)^{1/(1+\rho)}) \\ q_2^s &= y(c_2/w_2)^{1/(1+\rho)} ((c_1 w_1^\rho)^{1/(1+\rho)} + (c_2 w_2^\rho)^{1/(1+\rho)}) \end{aligned} \quad (11.6)$$

Qual è la relazione tra le quantità domandate dei due input e i rispettivi prezzi in questo caso? Questa relazione è crescente e (ovviamente) concava, lineare o convessa quando la tecnologia ha rendimenti di scala crescenti, costanti o lineari.

**11.5: Riassunto**

L'analisi svolta in questo capitolo è iniziata con la definizione di isocosto.

*Una curva di isocosto è il luogo delle combinazioni dei due input alle quali è associato lo stesso costo totale.*

Abbiamo poi verificato che per isoquanti strettamente convessi:

*Il TMS è uguale al rapporto tra i prezzi  $w_1$  e  $w_2$  in corrispondenza della combinazione ottima dei fattori produttivi.*

Per isoquanti che siano convessi ma non strettamente convessi la precedente proposizione non vale ma è comunque possibile individuare il punto sull'isoquanto desiderato dall'impresa che appartiene alla più bassa retta di isocosto. Per input perfetti sostituti e perfetti complementi abbiamo verificato che:

*Se l'impresa considera i due input perfetti sostituti, impiega solo quello più economico.*

*Se l'impresa considera i due input perfetti complementi, sceglie di impiegare una combinazione dei due.*

Inoltre, abbiamo definito un'importante proprietà della domanda ottima degli input:

*La domanda di ogni fattore di produzione è decrescente nel proprio prezzo e crescente nel prezzo dell'altro input.*

Infine, è stato dimostrato che:

*Le domande dei due input sono crescenti nel livello di output e sono concave, lineari o convesse a seconda che la tecnologia esibisca rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti.*

## Capitolo 12: Curve di costo

### 12:1 Introduzione

Nel capitolo 11 abbiamo definito la combinazione ottima di input per ogni livello di output e determinato il costo minimo al quale un certo livello di output può essere prodotto. In questo capitolo discutiamo le proprietà del costo minimo di produzione. Tali proprietà verranno poi utilizzate nel capitolo 13 per determinare il livello di output che consente all'impresa di massimizzare i profitti.

Indichiamo con  $y$  l'output che l'impresa desidera produrre e con  $C(y)$  il *costo minimo* al quale può essere prodotto  $y$ .  $C(\cdot)$  è la *funzione di costo* dell'impresa ed è rappresentata graficamente dalla *curva di costo*.

La forma della funzione di costo  $C(\cdot)$  dipende da:

- 1) La tecnologia adottata dall'impresa.
- 2) I prezzi dei due input.

Esistono diversi tipi di funzione di costo, ognuno dei quali riflette l'esistenza di vincoli particolari posti all'attività di produzione. Al fine di analizzare le condizioni alle quali tali vincoli limitano le possibilità produttive dell'impresa, gli economisti trovano conveniente distinguere tra due scenari alternativi: *il lungo e il breve periodo*. Nel *lungo periodo* l'impresa può variare l'impiego di entrambi gli input. Nel *breve periodo*, viceversa, solo uno dei due input può essere utilizzato in quantità variabili, mentre l'altro è fisso. Di seguito assumiamo che il fattore produttivo variabile nel breve periodo sia l'input 1. La quantità del secondo input  $q_2$ , invece, è fissata ad un certo livello  $Q_2$ . Se l'input 1 è *lavoro* e l'input 2 *capitale*, nel breve periodo l'impresa, data una certa quantità fissa di capitale, decide di utilizzare una quantità variabile di lavoro. Nel lungo periodo invece sia lavoro che capitale possono essere utilizzati in quantità variabili.

E' possibile derivare una funzione di costo sia per il breve che per il lungo periodo. Le funzioni di costo di breve e lungo periodo sono diverse perché l'attività di produzione di breve periodo è sottoposta al vincolo aggiuntivo dell'impiego di una quantità fissa dell'input 2. In particolare, entrambe le funzioni di costo sono il risultato di un problema di ottimizzazione vincolata e l'aggiunta nel breve periodo del vincolo addizionale  $q_2 = Q_2$ , implica che il costo di breve periodo non possa essere *mai* minore di quello relativo al lungo periodo. L'esempio numerico esposto di seguito del capitolo chiarirà questo concetto.

Ricordiamo infine che  $C(y)$  rappresenta il costo *totale* minimo al quale viene prodotto l'output  $y$ . Da  $C(y)$  si derivano altri due tipi di funzione di costo: la *funzione di costo marginale* e la *funzione di costo medio* che indicano rispettivamente il tasso al quale il costo totale cresce all'aumentare dell'output e il costo per unità di prodotto  $y$ .

### 12.2: La curva di costo totale di lungo periodo

Abbiamo già detto che nel lungo periodo l'impresa è libera di variare l'impiego di entrambi i fattori produttivi. Assumiamo che l'impresa adotti una tecnologia Cobb-Douglas e discutiamo le proprietà della relativa funzione di costo totale. La

funzione di produzione è data dall'espressione  $y = A q_1^a q_2^b$ . Le combinazioni ottime di input per ogni livello di output, già ricavate nel capitolo 11, sono date da:

$$q_1 = (y/A)^{1/(a+b)} (aw_2/(bw_1))^{b/(a+b)} \quad \text{e} \quad q_2 = (y/A)^{1/(a+b)} (bw_1/(aw_2))^{a/(a+b)}$$

Il costo totale associato all'impiego della combinazione  $(q_1, q_2)$  è  $w_1q_1 + w_2q_2$  e il costo minimo di lungo periodo di  $y$  è:

$$(y/A)^{1/(a+b)} [w_1(aw_2/(bw_1))^{b/(a+b)} + w_2 (y/A)^{1/(a+b)} (bw_1/(aw_2))^{a/(a+b)}]$$

Questa è l'espressione della funzione di costo totale di lungo periodo per una tecnologia Cobb-Douglas e può essere ridotta nella seguente forma:

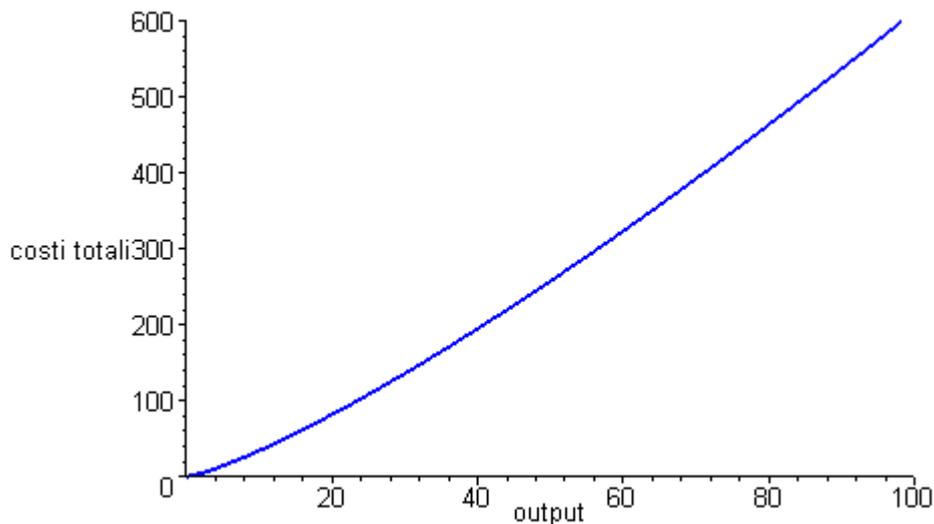
$$C(y) = (a+b)(y/A)^{1/(a+b)} (w_1/a)^{a/(a+b)} (w_2/b)^{b/(a+b)} \quad (12.1)$$

Consideriamo ora un esempio numerico per definirne le proprietà. Poniamo  $A = 1$ ,  $a = 0.3$  e  $b = 0.5$ . La tecnologia esibisce rendimenti decrescenti di scala. (Perché? Perché  $a + b = 0.8 < 1$ ). Sostituendo questi valori numerici nell'espressione (12.1) otteniamo:

$$C(y) = 1.938 y^{1.25} w_1^{.375} w_2^{.625}$$

La funzione di costo totale, dunque, è convessa e crescente nell'output  $y$ , e concava e crescente nei prezzi dei due input. Rappresentiamo graficamente la funzione di costo rispetto all'output  $y$ :

12.1: curva dei costi (totali) di lungo periodo con rendimenti di scala decrescenti



E' importante essere in grado di riconoscere la relazione esistente tra l'ipotesi di rendimenti di scala decrescenti e la convessità della funzione di costo totale. Per ottenere quantità crescenti di prodotto, l'impiego dei due input deve crescere ad un tasso più sostenuto dell'output. Di conseguenza, anche il costo totale che l'impresa deve sostenere deve aumentare più che proporzionalmente rispetto all'output. Questa è una proprietà generale della funzione di costo totale di lungo periodo ed è bene ribadirla nella seguente proposizione:

La funzione di costo totale di lungo periodo è concava, lineare o convessa quando i rendimenti di scala sono crescenti, costanti o decrescenti.

### 12.3: La curva di costo totale di breve periodo

Lo scenario alternativo di breve periodo è il seguente. L'input 2 è fisso a  $Q_2$  e l'impresa può decidere di variare solo l'input 1. L'obiettivo dell'impresa è sempre quello di minimizzare i costi totali per ogni livello di output. Cosa implica il vincolo aggiuntivo dell'impiego di una quantità fissa dell'input 2? Un miglioramento o un peggioramento della situazione dell'impresa?

La risposta dovrebbe essere immediata quanto intuitiva. Un vincolo addizionale implica necessariamente un risultato meno vantaggioso per l'impresa e la funzione di costo totale di breve periodo non può essere mai inferiore a quella relativa allo scenario di lungo periodo. In caso contrario, il costo totale di lungo periodo non rappresenterebbe il costo minimo di produzione di lungo periodo. Solo in un caso le curve di costo totale di breve e lungo periodo coincidono: quando l'impiego dell'input 2 nel breve periodo è fissato ad un livello tale da minimizzare il costo totale di lungo periodo.

Consideriamo il seguente esempio. Assumiamo che la tecnologia sia ancora di tipo Cobb-Douglas per cui, come nel paragrafo precedente, la funzione di produzione è definita da  $y = A q_1^a q_2^b$ . Il vincolo addizionale nello scenario di breve periodo è dato da  $q_2 = Q_2$  e la funzione di produzione diventa:

$$y = A q_1^a Q_2^b$$

Il livello di produzione  $y$  varia al variare di  $q_1$  ed esiste un unico valore di  $q_1$  che permette di ottenere un particolare livello di  $y$ . Tale valore si calcola risolvendo la funzione di produzione per  $q_1$ :

$$q_1 = (y/A)^{1/a} Q_2^{-b/a}$$

Solo questa quantità di input 1, dunque, permette di ottenere l'output  $y$  (ovviamente il valore di  $q_1$  dipende da  $Q_2$ ). Ne consegue che il costo totale di produzione di breve periodo di  $y$  è dato da  $w_1 q_1 + w_2 Q_2$ , dove  $q_1$  si deriva dall'espressione precedente. La corrispondente funzione di costo totale di *breve periodo* è definita da:

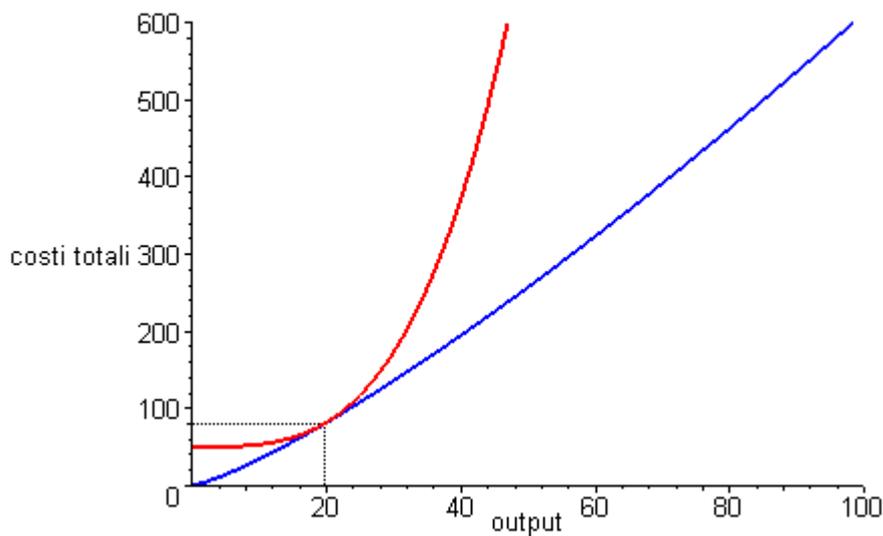
$$C(y) = w_1 (y/A)^{1/a} Q_2^{-b/a} + w_2 Q_2 \quad (12.2)$$

Notiamo che questa funzione è crescente e convessa (se  $0 < a < 1$ ) in  $y$ . Per  $y$  uguale a zero, la funzione di costo totale di breve periodo assume il valore  $w_2 Q_2$  (il costo del fattore fisso) ed è crescente nei prezzi di entrambi gli input.

Le funzioni di costo totale di breve e lungo periodo sono rappresentate insieme nella figura 12.2. La posizione della curva di costo totale di breve periodo dipende dal valore assunto da  $Q_2$  (il valore al quale è fissato l'utilizzo dell'input 2).

Assumiamo  $Q_2 = 50$ . La figura seguente si riferisce al caso in cui  $w_1 = w_2 = 1$ , per cui i costi fissi<sup>50</sup> ammontano a 50. La curva di costo totale di breve periodo ha per intercetta verticale 50 ed è crescente e convessa nell'output.

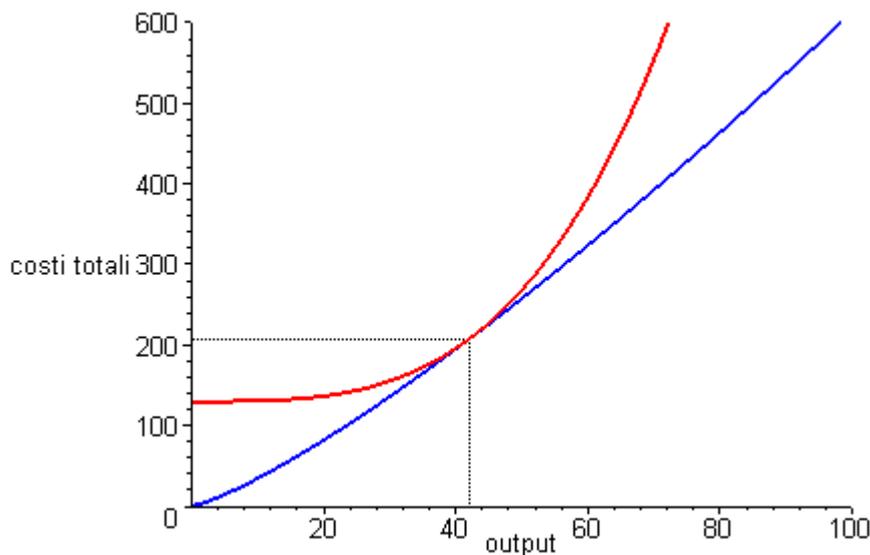
12.2: una curva dei costi (totali) di breve periodo



Notiamo che le curve di costo totale di breve e lungo periodo sono tangenti in corrispondenza di un valore di output leggermente inferiore a 20. Che interpretazione diamo a tale livello di output? E' il livello di prodotto al quale è ottimale impiegare 50 unità dell'input 2 nel lungo periodo. Ciò implica che il vincolo di breve periodo  $Q_2 = 50$  non è operante e il problema di minimizzazione dei costi produce lo stesso risultato nel breve e nel lungo periodo.

Per valori diversi di  $Q_2$  otteniamo diverse curve di costo totale di breve periodo. Ad esempio per  $Q_2 = 130$ :

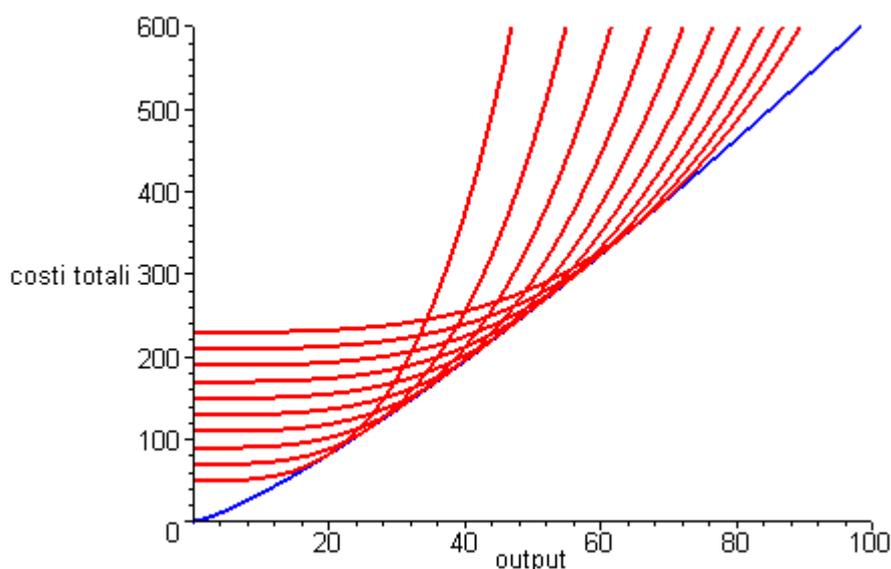
12.3: una seconda curva dei costi (totali) di breve periodo



Notiamo che ora l'intercetta verticale è 130 e che il punto di tangenza con la curva di costo totale di lungo periodo si trova in corrispondenza di un livello di output più elevato rispetto al caso precedente. Le proprietà della curva di costo totale di breve periodo restano invariate: inizia con un valore positivo (pari al costo totale del fattore fisso), è crescente, convessa e si colloca sempre al di sopra della curva di costo totale di lungo periodo (ad eccezione del punto in cui le due curve sono tangenti).

Disegniamo ora le curve di costo totale di breve periodo per altri valori di  $Q_2$  (solo alcuni valori di  $Q_2$  sono presi in considerazione ma dovrebbe essere chiaro cosa si verifica per tutti i valori possibili di  $Q_2$ ):

12.5: la proprietà dell'inviluppo



Dal grafico 12.5 è possibile desumere un'altra importante proprietà delle curve di costo totale di breve periodo: la curva di costo totale di lungo periodo costituisce l'*inviluppo* (ovvero, il limite inferiore) di tutte le curve di costo totale di breve periodo.

#### **12.4: Costo medio e costo marginale**

Finora abbiamo discusso il concetto di costo *totale* nei due scenari di breve e lungo periodo. Passiamo ora all'analisi di due tipologie di curve di costo derivate a partire dalla funzione di costo totale: la *curva di costo marginale* e la *curva di costo medio*.

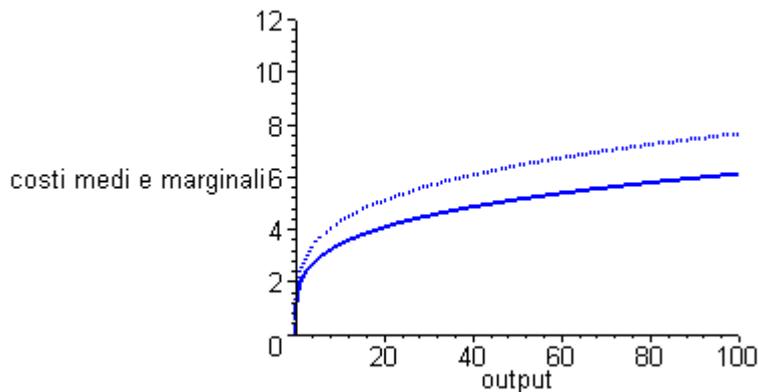
La *curva di costo marginale* misura il tasso al quale i costi totali aumentano al crescere del livello di output. Dal punto di vista algebrico, il costo marginale è dato dalla derivata del primo ordine della funzione di costo totale:  $dC(y)/dy$ . Graficamente, il costo marginale rappresenta l'inclinazione della curva di costo totale.

La *curva di costo medio* rappresenta il costo per unità di output. Algebricamente, il costo medio è pari al rapporto tra il costo totale di produzione e il livello dell'output:  $C(y)/y$ . Dal punto di vista grafico – e questa interpretazione risulta particolarmente utile – il costo medio rappresenta l'inclinazione della retta che congiunge l'origine alla curva di costo totale.

Naturalmente, sia il costo medio che il costo marginale possono essere derivati nei due scenari di breve e lungo periodo a partire dalle rispettive curve di costo totale. Consideriamo dapprima lo scenario di lungo periodo facendo riferimento alla figura 12.1. La curva di costo totale di breve periodo è convessa, il che implica un valore dell'inclinazione crescente. Inoltre, l'inclinazione della retta che

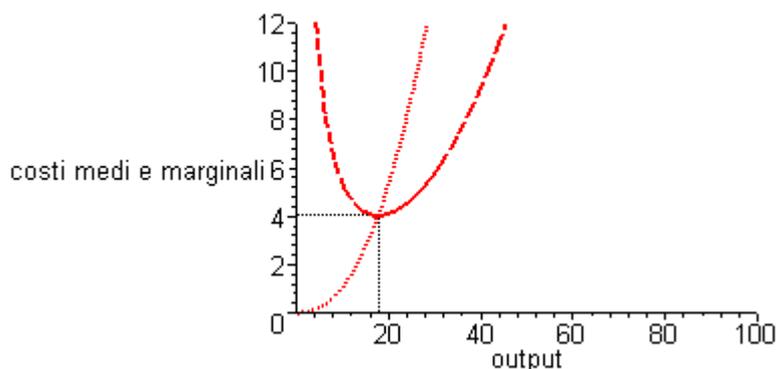
congiunge l'origine alla curva di costo totale è anch'essa sempre crescente. Di conseguenza, sia il costo marginale che il costo medio sono sempre crescenti. Inoltre, l'inclinazione della curva di costo totale è sempre maggiore della pendenza della retta che si origina dagli assi: il costo marginale è maggiore del costo medio per ogni livello di output. Nel grafico 12.6, la curva del costo marginale è rappresentata insieme alla curva del costo medio (la più alta è la curva del costo marginale).

12.6: curve dei costi medi e marginali di lungo periodo



Deriviamo ora le due curve per  $Q_2 = 50$ . Ricordiamo che la curva del costo totale di breve periodo è la più alta delle curve disegnate nella figura 12.2. Abbiamo già detto che l'inclinazione di questa curva è ovunque crescente. Ciò implica che il costo marginale di breve periodo è crescente per ogni livello di output. Lo stesso non si verifica per il costo medio. Infatti, il costo medio di breve periodo è infinito per  $y = 0$  e decrescente fino ad un certo valore dell'output superato il quale inizia a crescere. Qual è questo valore dell'output? E' il punto sulla curva del costo totale di breve periodo in corrispondenza del quale la retta che diparte dall'origine degli assi è tangente alla curva stessa. In questo punto il costo marginale è uguale al costo medio e il costo medio raggiunge il suo minimo. Per livelli inferiori di output il costo medio decresce, per valori maggiori il costo medio è crescente.

12.7: curve dei costi medi e marginali di breve periodo

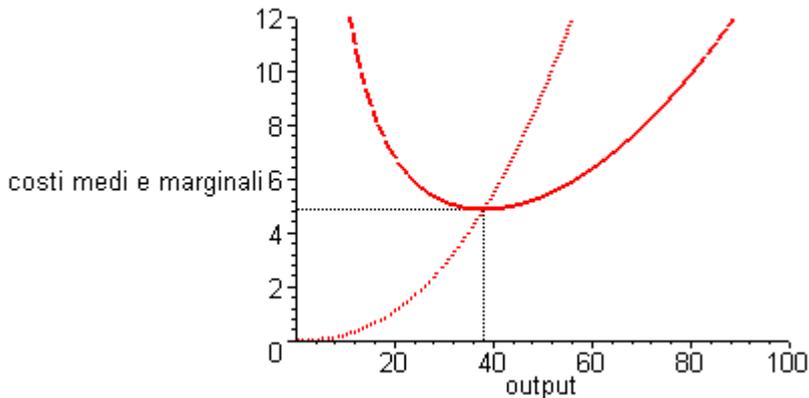


Nella figura 12.2 la retta che diparte dall'origine è tangente alla curva del costo totale per un livello di output di poco inferiore a 18. In corrispondenza dello

stesso livello di output, la curva di costo medio e quella di costo marginale si intersecano nella figura 12.7 e, inoltre, il costo medio raggiunge il suo minimo.

Le proprietà che abbiamo illustrato sono valide per *qualsiasi* breve periodo (qualsiasi sia il valore assunto da  $Q_2$ ). In particolare, per il valore di  $Q_2$  considerato nel nostro secondo esempio numerico, otteniamo il seguente diagramma:

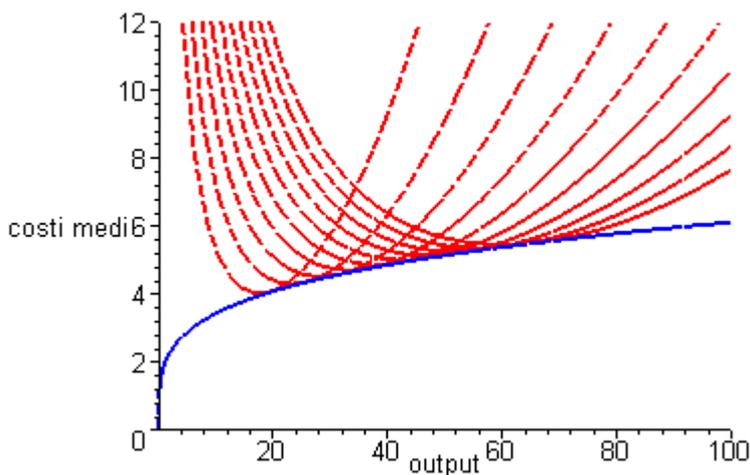
12.8: curve dei costi medi e marginali di breve periodo



Notiamo che per una quantità maggiore dell'input fisso (130 invece che 50), il costo medio di breve periodo raggiunge il suo valore minimo in corrispondenza di un livello di output più elevato. Il valore del costo medio minimo, inoltre, è maggiore che in precedenza.

A conclusione di questo paragrafo enunciamo la seconda proprietà dell'involuppo. Abbiamo già detto che la curva di costo totale di lungo periodo costituisce l'involuppo delle curve di costo totale di breve periodo. Lo stesso si verifica per le relative curve di costo medio: la curva di costo *medio* di lungo periodo costituisce l'involuppo delle curve di costo *medio* di breve periodo. Questa proprietà è illustrata graficamente nella figura 12.10.

12.10: ancora la proprietà dell'involuppo

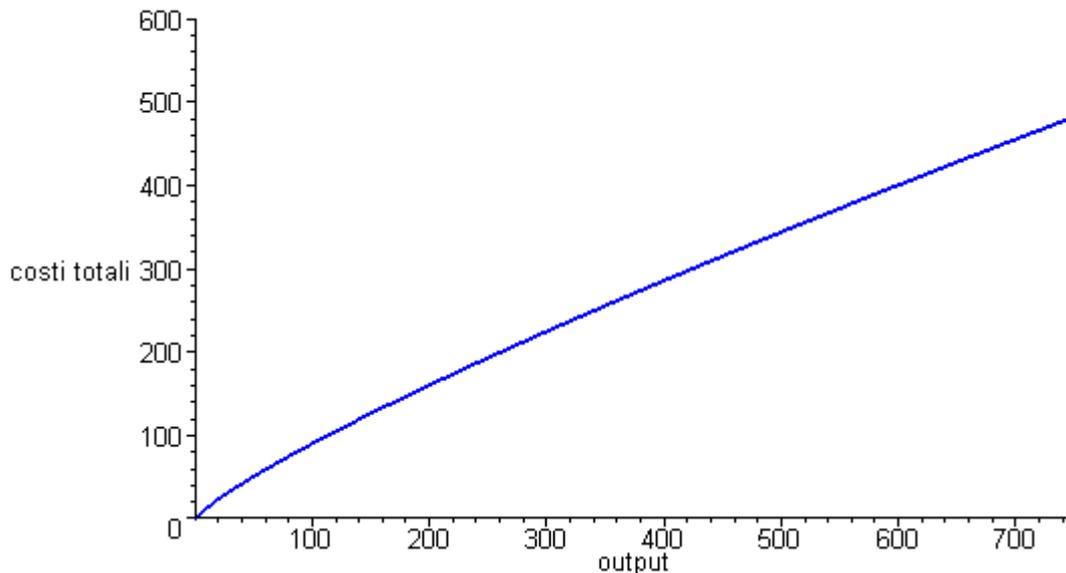


### 12.5: Curve di costo per rendimenti di scala crescenti e costanti

Sebbene finora abbiamo ipotizzato una tecnologia con rendimenti di scala decrescenti, le nostre conclusioni sono riferibili anche ai casi di rendimenti di scala crescenti e costanti. Le relazioni tra le curve di costo di breve e lungo periodo conservano le stesse proprietà. L'unica differenza riguarda la forma della funzione di costo di lungo periodo che, come sappiamo, è concava, lineare o convessa per tecnologie con rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti.

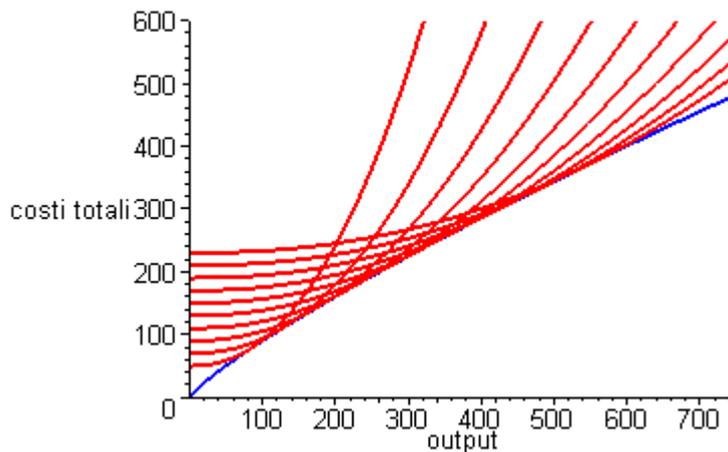
Consideriamo un esempio di rendimenti di scala crescenti: una tecnologia Cobb-Douglas con parametri  $a = 0.45$  e  $b = 0.75$ . La relativa curva di costo totale di lungo periodo è rappresentata nella seguente figura.

12.12: la curva dei costi (totali) di lungo periodo con rendimenti di scala crescenti



Nella quasi totalità dei casi, il breve periodo è caratterizzato da rendimenti di scala decrescenti nell'input variabile. Di conseguenza, la funzione di costo totale di breve periodo è convessa<sup>51</sup>. Definiamo la prima proprietà dell'involuppo (figura 12.15).

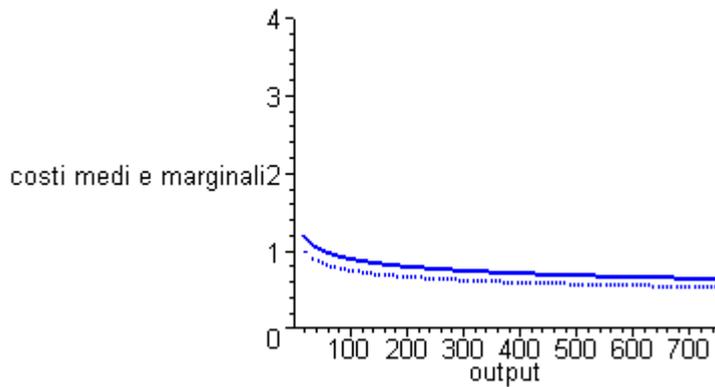
12.15: la proprietà dell'involuppo



La curva di lungo periodo è concava e ciascuna delle curve di breve periodo è convessa perché i rendimenti di scala sono crescenti nel lungo periodo e decrescenti nel breve periodo. Data la forma della curva di costo totale di lungo periodo, le relative curve di costo marginale e costo medio sono entrambe

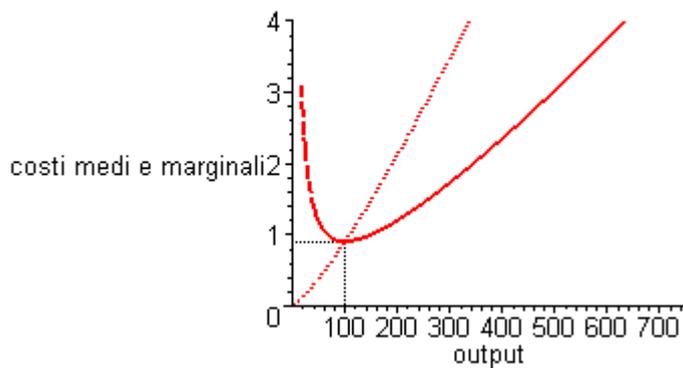
decescenti (con la curva di costo marginale che si colloca sempre al di sotto della curva di costo medio).

12.16: curve dei costi medi e marginali di lungo periodo

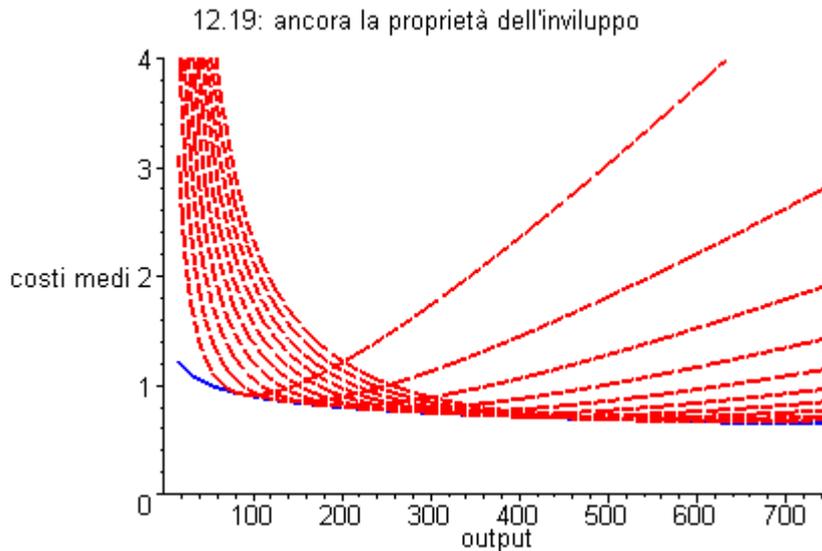


Ogni curva di costo medio e costo marginale di breve periodo conserva le proprietà illustrate in precedenza (nella figura 12.17 la curva di costo marginale è quella sempre crescente):

12.17: curve dei costi medi e marginali di breve periodo



La seconda proprietà dell'involuppo è rappresentata nel grafico seguente:



Una tecnologia con rendimenti di scala costanti è caratterizzata da una funzione di costo totale di lungo periodo *lineare* e, di conseguenza, le curve di costo medio e marginale di lungo periodo sono due rette orizzontali sovrapposte.

### ***12.6: Dal marginale al totale***

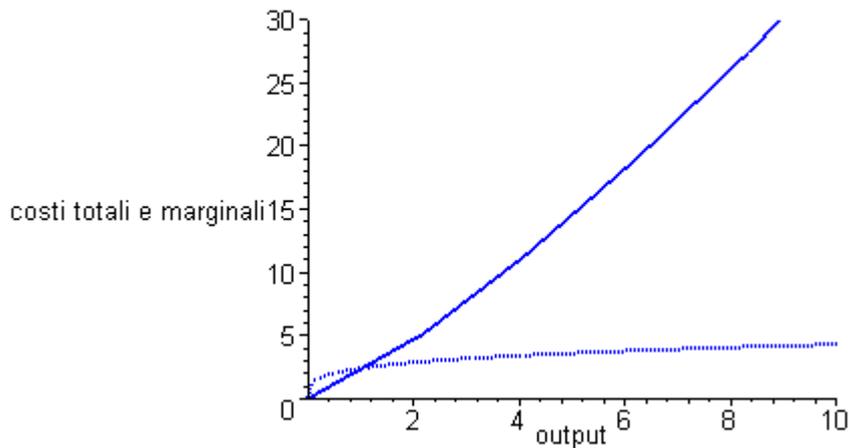
Il costo marginale è stato identificato con l'inclinazione della curva dei costi totali, vale a dire, il tasso al quale il costo totale cresce all'aumentare dell'output. Dal punto di vista matematico la funzione del costo marginale è la *derivata* della funzione di costo totale.

In questo paragrafo conclusivo ci occupiamo del procedimento opposto: derivare la struttura dei costi totali in base alle informazioni relative alla funzione del costo marginale. Dal punto di vista matematico, la funzione inversa della derivata è l'integrale. Di conseguenza, se la funzione del costo marginale è la derivata della relativa funzione del costo totale, quest'ultima si ottiene integrando la funzione del costo marginale.

Per chi non abbia familiarità con la matematica, l'integrale misura l'ampiezza di un'area. La relazione esistente tra costo totale e costo marginale dunque può essere espressa come segue: il costo marginale è la pendenza della curva del costo totale mentre il costo totale è misurato dall'area sottostante la curva del costo marginale. Più precisamente, il costo totale associato al livello di output  $y$ , è pari all'area sottostante la curva del costo marginale per valori dell'output compresi tra 0 e  $y$ .

Un esempio grafico chiarirà questa relazione. Il grafico 12.30 riproduce le curve di costo totale e marginale di lungo periodo relative al nostro primo esempio numerico. Naturalmente la curva più alta rappresenta il costo totale, la più bassa quello marginale.

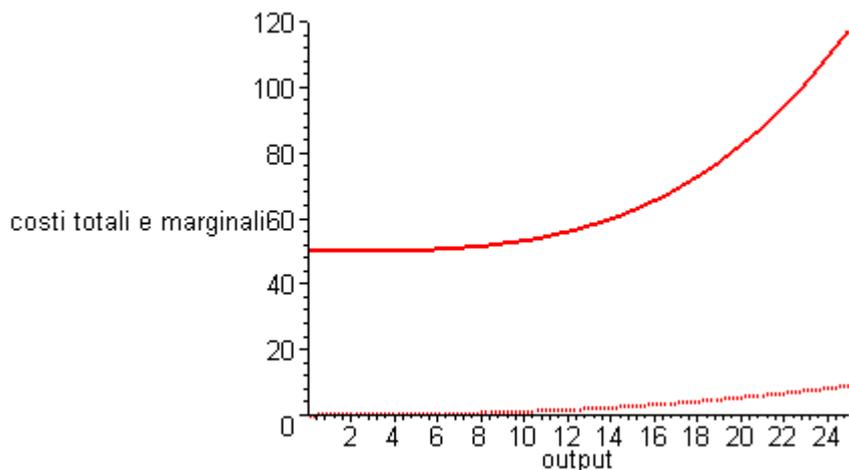
12.30: costi totali e marginali di lungo periodo



Tracciamo una linea verticale a partire da un livello di output pari a 6. Calcoliamo la pendenza della curva di costo totale in corrispondenza dello stesso livello di output. Il valore di questa pendenza è il costo marginale per  $y = 6$ . Ora consideriamo l'area al di sotto della curva del costo marginale per valori di  $y$  compresi tra 0 e 6. L'ampiezza di questa area rappresenta il costo totale per  $y = 6$ .

La stessa relazione tra costo totale e costo marginale è rintracciabile nel breve periodo a meno di una differenza minima. Osserviamo la figura 12.13 che si riferisce al primo degli scenari di breve periodo considerati in precedenza ( $Q_2 = 50$ ).

12.31: costi totali e marginali di breve periodo



Il calcolo del costo marginale a partire dal costo totale è identico a quello considerato in precedenza. Il procedimento inverso è simile ma l'area sottostante la curva del costo marginale di breve periodo misura il costo totale di breve periodo *escluso il costo dell'input fisso*.

## 12.7: Riassunto

I concetti esposti in questo capitolo si riveleranno molto utili nel prosieguo della nostra analisi. I risultati che abbiamo ottenuto, e che sarebbe bene per il lettore ricordare, possono essere riassunti come segue.

Nel capitolo abbiamo dapprima distinto i due possibili scenari di breve e lungo periodo. Nel breve periodo l'impresa è libera di variare solo uno dei due input a sua disposizione; nel lungo periodo entrambi gli input possono essere utilizzati in quantità variabili. Il primo scenario considerato è stato quello di lungo periodo. Utilizzando i risultati già ottenuti nel capitolo 11, è stata derivata la funzione di costo totale di lungo periodo per la quale è stata poi definita la seguente proprietà:

*La curva di costo totale di lungo periodo rappresenta il costo minimo di produrre ogni livello di output. E' concava, lineare o convessa per tecnologie con rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti.*

Dopo l'analisi dello scenario di breve periodo, abbiamo definito le relazioni che legano le curve di costo totale di breve e lungo periodo. In particolare, abbiamo verificato che la curva di costo totale di breve periodo si colloca sempre al di sopra di quella di lungo periodo, ad eccezione del punto nel quale le due curve sono tangenti. In corrispondenza di questo punto, l'input fisso nel breve periodo si trova al suo livello ottimale di lungo periodo. Abbiamo concluso che:

*La curva di costo totale di lungo periodo costituisce l'involuppo di tutte le curve di costo totale di breve periodo.*

Abbiamo poi fornito le definizioni di costo marginale e costo medio.

*La curva del costo marginale misura il tasso al quale il costo totale aumenta al crescere dell'output e assume sempre valori positivi. I costi marginali di lungo periodo sono decrescenti, costanti o crescenti a seconda che la tecnologia esibisca rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti. I costi marginali sono generalmente crescenti nel breve periodo dato che i rendimenti dell'input variabile sono solitamente decrescenti.*

*Il costo medio rappresenta il costo per unità di output.*

*La curva del costo medio interseca la curva del costo marginale nel punto in cui il costo medio assume il suo valore minimo.*

Dalla prima proprietà dell'involuppo deriva la seconda in base alla quale:

*La curva di costo medio di lungo periodo costituisce l'involuppo (il limite inferiore) di tutte le curve di costo medio di breve periodo.*

Il costo del fattore fisso nel breve periodo è stato definito costo fisso: il costo totale che l'impresa sostiene quando produce  $y = 0$ .

Infine è stata illustrata la relazione che lega il costo marginale al costo totale sia nel breve che nel lungo periodo.

*L'area al di sotto della curva di costo marginale di lungo periodo rappresenta il costo totale di lungo periodo.*

*L'area al di sotto della curva di costo marginale di breve periodo rappresenta il costo variabile (totale) di breve periodo.*

## Capitolo 13: L'offerta dell'impresa e il surplus del produttore

### 13.1: Introduzione

L'analisi dei due capitoli precedenti ha fornito tutti i concetti necessari per affrontare l'argomento di questo capitolo: la determinazione del livello ottimo di output di un'impresa concorrenziale. Nel capitolo 12 abbiamo definito le proprietà del costo minimo di produzione per ogni livello di output partendo dalla definizione della combinazione ottima dei fattori produttivi. Ora possiamo determinare il profitto corrispondente ad ogni livello di output e definire le proprietà del livello di output che permette di massimizzare i profitti dell'impresa.

L'impresa tipica assume il prezzo come un dato esogeno. Questa assunzione definisce un'impresa concorrenziale e riflette una situazione nella quale tutte le imprese sono così piccole relativamente al mercato da non poter influenzare il livello di prezzo del prodotto. Più avanti nel testo analizzeremo il caso opposto di un'unica impresa attiva sul mercato che decide il prezzo e alcuni scenari intermedi a questi due casi estremi. L'ipotesi in questo capitolo invece è che il prezzo dell'output è assunto come dato dall'impresa.

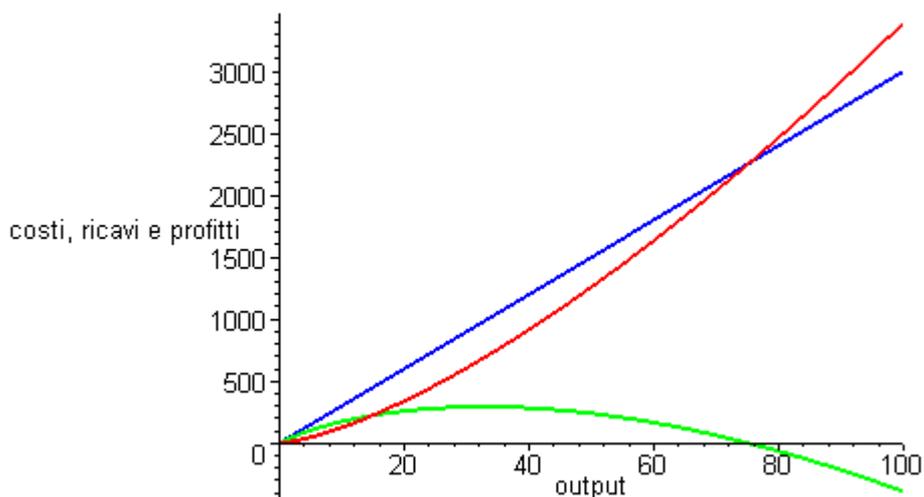
### 13.2: Massimizzazione dei profitti

Dato livello di prezzo  $p$ , determiniamo il livello ottimo dell'output  $y$ , ovvero il livello di  $y$  che massimizza i profitti dell'impresa.

Nella nostra analisi grafica la variabile decisionale  $y$  è rappresentata sull'asse delle ascisse mentre i ricavi, i costi e i profitti dell'impresa sono misurati sull'asse delle ordinate. Ciò consente di visualizzare facilmente il livello massimo di profitto ottenibile dall'impresa. I ricavi sono definiti dal prodotto  $py$ . Il prezzo  $p$  è costante per cui la relazione tra i ricavi e output è descritta dalla retta che si origina dall'origine degli assi e con inclinazione  $p$ . Nella figura 13.2 abbiamo assunto  $p=30$ .

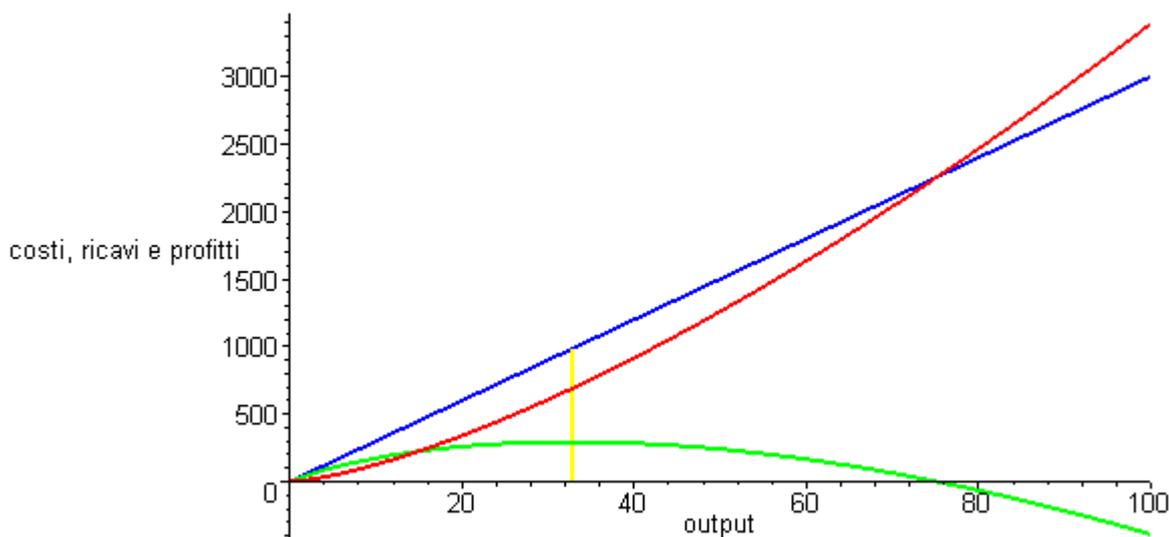
La relazione tra i costi di produzione e l'output dipende dai rendimenti di scala. Quando i rendimenti di scala sono decrescenti, la funzione di costo è crescente e convessa: i costi totali crescono più che proporzionalmente rispetto all'output. Consideriamo la seguente figura.

13.2: costo (totale), ricavo e profitti



La linea retta in figura è la funzione dei ricavi mentre la curva crescente e convessa rappresenta la funzione del costo totale. La *differenza* verticale tra ricavi e costi determina la curva dei profitti: l'impresa non ottiene nessun profitto per  $y = 0$ , profitti positivi fino ad un livello di output prossimo a 76, e negativi per livelli maggiori di produzione. I profitti sono massimi per un unico (e positivo) livello di output. L'unico caso in cui ciò non si verifica è quando la funzione del costo totale è più inclinata di quella dei ricavi nell'origine (in questo caso è ottimale non produrre nulla). La figura 13.3 contiene la rappresentazione grafica dell'output ottimo:

13.3: l'output che massimizza il profitto



Qual è la condizione da soddisfare perché l'output massimizzi i profitti?

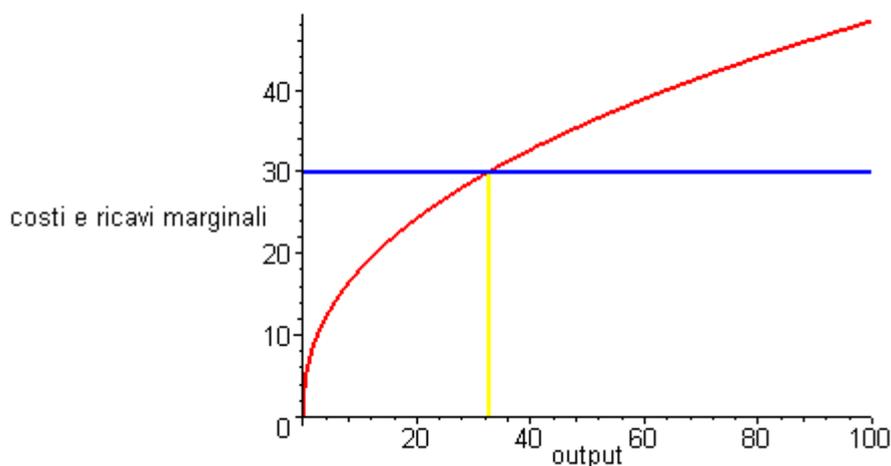
Osservando la figura 13.3, notiamo che i profitti sono massimi quando è massima la distanza verticale tra la funzione dei ricavi e quella del costo totale. Tale distanza è massima per il livello di output in corrispondenza del quale le due curve hanno la stessa pendenza. L'inclinazione della funzione dei ricavi è  $p$ , quella della funzione di costo totale è, per definizione, il costo marginale. Di conseguenza, possiamo scrivere la condizione di massimo profitto come segue:

$$p = \text{costo marginale}$$

Abbiamo ricavato la condizione che l'impresa concorrenziale deve soddisfare per massimizzare i propri profitti analizzando un grafico con l'output sull'asse delle ascisse e ricavi *totali*, costi *totali* e profitti *totali* rappresentati sull'asse delle ordinate. Lo stesso risultato si può ottenere analizzando un altro diagramma che abbia ancora l'output sull'asse orizzontale, ma costi e ricavi *marginali* su quello verticale. Costi e ricavi marginali si ottengono calcolando le inclinazioni delle curve di costo e ricavo totale. Il costo marginale, infatti, rappresenta l'inclinazione della curva del costo totale e lo stesso tipo di relazione lega ricavi totali e ricavi marginali. Per definizione, tuttavia, l'impresa concorrenziale assume il prezzo come dato e  $p$ , ovvero, l'inclinazione della curva dei ricavi totali, è costante: per ogni unità aggiuntiva di prodotto, il ricavo marginale dell'impresa è pari al prezzo.

Nella figura 13.5 sono disegnate le curve del costo e del ricavo marginale relative a costi e ricavi totali rappresentati nella figura precedente. Notiamo che il costo marginale (l'inclinazione della curva del costo totale) è sempre crescente<sup>52</sup>.

13.5: l'output ottimo



Il ricavo marginale è la retta orizzontale in corrispondenza di  $p = 30$  (lo stesso livello di prezzo assunto nella figura precedente). L'output ottimo di circa 33 unità è quello indicato in figura nel punto in cui il prezzo è uguale al costo marginale. Ovviamente, il livello ottimo di output ha lo stesso valore di quello ricavato usando l'analisi grafica delle curve totali (abbiamo solo considerato una nuova rappresentazione grafica). E' da notare, infine, che per diversi valori del

prezzo il livello ottimo di output cambia. Le implicazioni della relazione tra prezzo del prodotto e livello ottimo dell'output verranno discusse oltre.

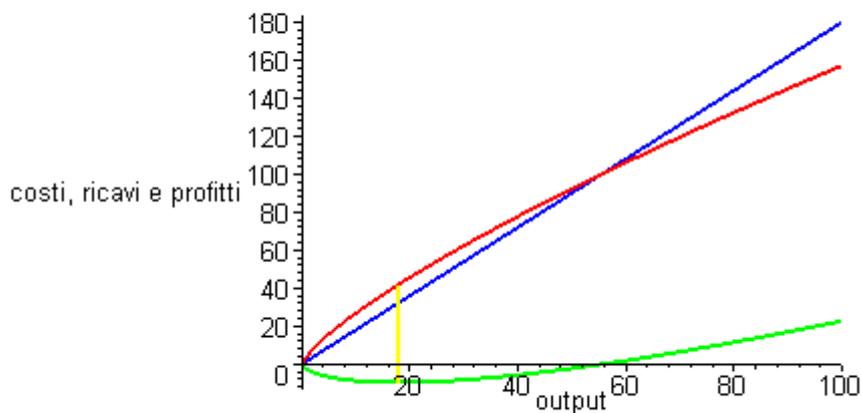
### 13.3: Minimizzazione delle perdite

La condizione di massimizzazione dei profitti non assicura l'esistenza di profitti positivi. Consideriamo l'esempio illustrato in precedenza aggiungendo un certo costo fisso (come può essere l'esistenza di una tassa) abbastanza elevato da rendere i profitti sempre negativi. Cosa succede in questo caso? Come sono influenzati ricavi totali e marginali? In nessun modo, entrambi restano invariati. Come cambia la curva del costo totale? Si alza verso l'alto di un ammontare costante e pari al costo fisso. E la curva del costo marginale? Resta invariata perché la curva del costo totale si alza verso l'alto di un ammontare costante e la sua inclinazione non varia in nessuno dei suoi punti. In conclusione, l'introduzione del costo fisso rende i profitti negativi ma lascia invariata la figura 13.5. Il punto indicato in figura è ancora il livello ottimo di output? Sì, nel senso che in corrispondenza di tale livello di output l'impresa minimizza le perdite.

### 13.4: Rendimenti di scala crescenti

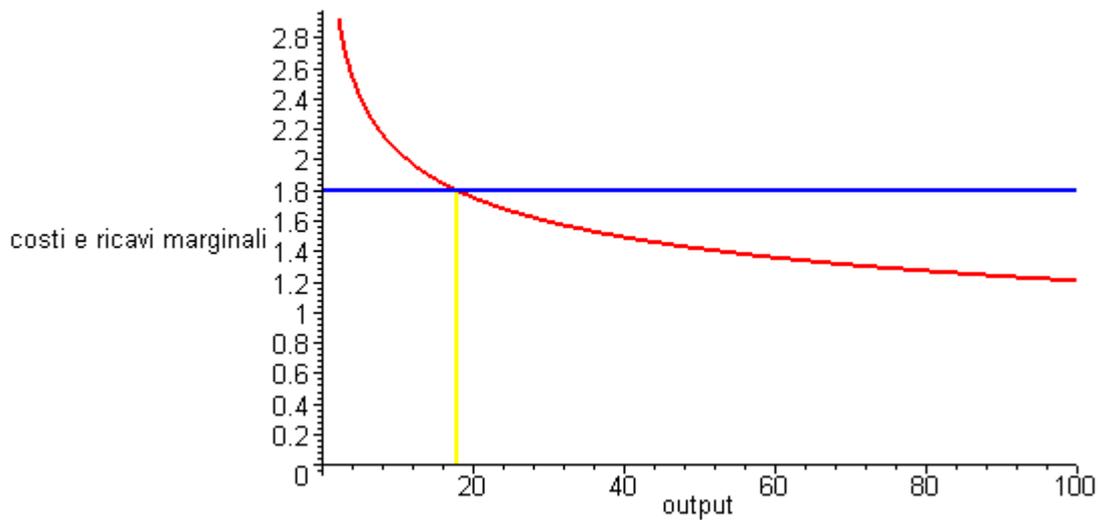
La condizione di eguaglianza tra prezzo e costo marginale potrebbe identificare una situazione di *minimizzazione* dei profitti anziché di massimizzazione degli stessi. Per rendimenti di scala crescenti, la curva di costo diventa concava e le funzioni di costo, ricavi e profitti totali appaiono come nella seguente figura:

13.10: costo(totale), ricavo e profitto con rendimenti di scala crescenti



Per un output di circa 18 unità, il prezzo (ovvero la pendenza della curva dei ricavi totali) è uguale al costo marginale (l'inclinazione della curva del costo totale). Considerando la rappresentazione grafica delle corrispondenti funzioni marginali, possiamo essere più chiari (figura 13.9):

13.9: costo e ricavo marginale con rendimenti di scala crescenti



La curva decrescente descrive l'andamento del costo marginale, mentre la linea retta rappresenta il ricavo marginale (nell'esempio il prezzo è 1.8). Le due figure 13.10 e 13.9 rappresentano entrambe la condizione  $prezzo = costo\ marginale$ , ma la produzione di (circa) 18 unità di output *minimizza* i profitti, non li massimizza. Qual è il livello di output che consente di massimizzare i profitti? Quando i rendimenti di scala sono crescenti, tale livello è un output infinito: i profitti crescono indefinitamente al crescere della produzione.

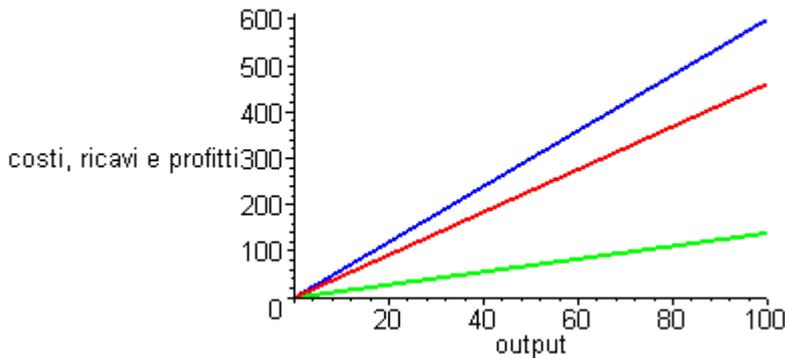
Mettiamo a confronto le figure 13.5 e 13.9: in entrambe abbiamo indicato il livello di output in corrispondenza del quale la condizione  $prezzo = costo\ marginale$  è soddisfatta. Nel primo caso tale livello di output è un punto di *massimo*, nel secondo un punto di *minimo*. Dove è la differenza? Nella figura 13.5 la curva del costo marginale interseca la curva del ricavo marginale dal *basso*. Viceversa, nella figura 13.9 la curva del costo marginale interseca la curva del ricavo marginale dal *alto*.

### ***13.5: Rendimenti di scala costanti***

Un caso intermedio è dato da una tecnologia con rendimenti di scala costanti. In questo caso la funzioni di costo e ricavo totale sono entrambe lineari. La scelta ottima dell'impresa dipende dalla posizione delle due curve. Consideriamo un esempio specifico lasciando al lettore l'analisi di altre possibilità.

Il caso che analizziamo è quello in cui la curva di costo si colloca sempre *al di sotto* della curva di ricavo totale: il costo marginale è minore del prezzo (figura 13.11).

13.11: rendimenti di scala costanti (prezzo > costo marginale)



La linea retta in posizione più elevata è la curva dei ricavi, la seconda descrive il costo totale. La differenza verticale tra le due rette per ogni livello di output (data dalla retta più vicina all'asse delle ascisse) rappresenta i profitti.

Quale livello di output permette di massimizzare i profitti? Se i rendimenti di scala sono costanti, all'aumentare dell'output, i profitti aumentano indefinitamente e pertanto il livello ottimo di output è infinito.

Il caso opposto si verifica quando la curva di costo si trova sempre *al di sopra* della curva di ricavo totale: il livello ottimo di output è zero, da una produzione positiva derivano sempre perdite crescenti nel livello di output.

Quando, infine, le curve di costo e ricavo totale *coincidono*, i profitti sono sempre nulli per qualsiasi livello di output.

In conclusione, il livello ottimo di output per un'impresa concorrenziale in presenza di rendimenti di scala costanti è così definito:

Output ottimo = infinito se  $p > c$

Output ottimo = qualsiasi  $y$  se  $p = c$

Output ottimo = zero se  $p < c$

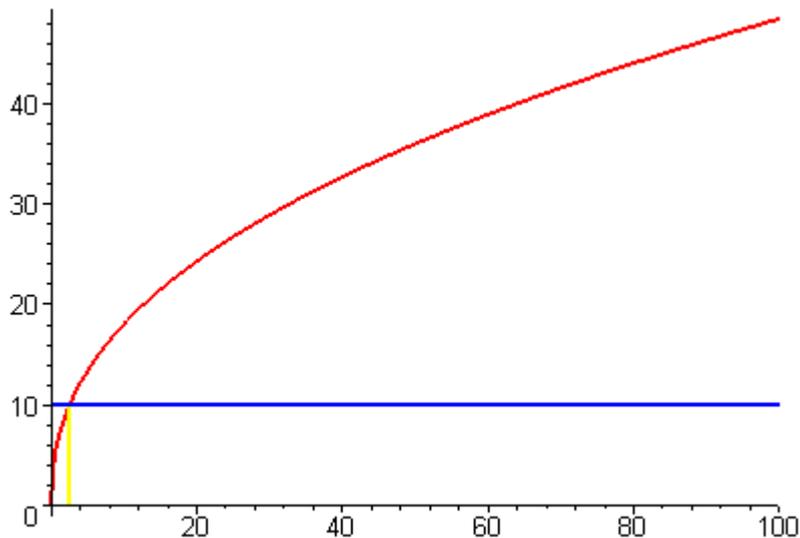
In ogni caso, l'idea di rendimenti di scala costanti per ogni livello di output è irrealistica (sarebbe utile pensare alle implicazioni di questa assunzione).

### ***13.6: La curva di offerta dell'impresa***

La curva di offerta informa sulla quantità di output che l'impresa desidera offrire per ogni livello di prezzo dell'output stesso. Sappiamo che la scelta ottima dell'impresa è produrre un output che consenta di soddisfare la condizione *prezzo = costo marginale*. Nella figura 13.14 il livello dell'output è rappresentato sull'asse orizzontale e il costo marginale su quello verticale. Deriviamo graficamente la curva di offerta di lungo periodo dalla curva di costo marginale di lungo periodo. La tecnologia alla quale facciamo riferimento nel diagramma è quella del primo esempio considerato in questo capitolo. Per ogni livello di prezzo, l'output che l'impresa desidera produrre è quello in corrispondenza del quale il costo marginale eguaglia il prezzo stesso. Nel caso rappresentato in figura, per  $p = 10.0$  è ottimale produrre 2.5 unità di output. Per livelli crescenti di prezzo, l'impresa produce livelli crescenti di output lungo la curva del costo

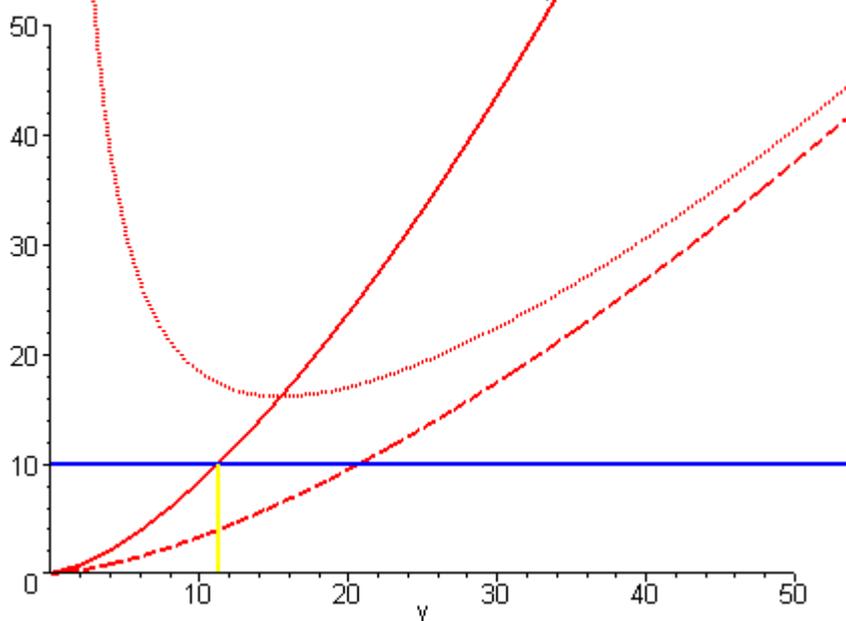
marginale. Stabilendo questa relazione tra prezzo e quantità prodotta, la curva del costo marginale rappresenta la curva di offerta dell'impresa (E' ovvio che bisognerebbe assicurarsi che i profitti siano positivi per ogni punto appartenente alla curva di offerta. Ciò si verifica per la tecnologia del nostro esempio).

13.14: curva di offerta di lungo periodo



Nel breve periodo si applica lo stesso principio: eguagliare il prezzo al costo marginale di breve periodo. Va inoltre verificato che all'impresa convenga produrre un output positivo anziché non produrre nulla. E' necessario cioè verificare che i profitti siano maggiori dei costi fissi. In questo caso la curva di offerta di breve periodo dell'impresa coincide con la curva del costo marginale di breve periodo. Nella figura seguente abbiamo rappresentato una curva di costo marginale di breve periodo (relativa ad uno degli scenari di breve periodo considerati in precedenza nel capitolo) per la quale i profitti sono maggiori dei costi fissi per ogni livello di output.

13.15: curva di offerta di breve periodo



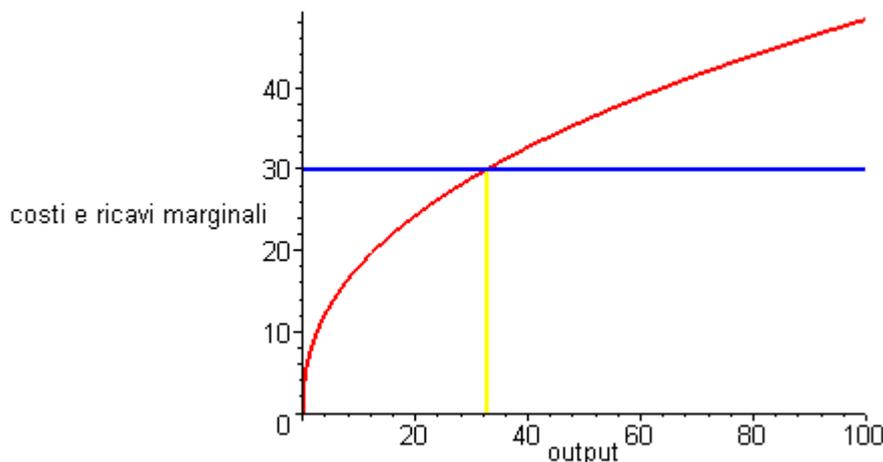
La curva a forma di U è la curva di costo medio di breve periodo. La curva crescente continua è la curva di costo marginale di breve periodo e rappresenta la curva di offerta di breve periodo dell'impresa. La curva crescente tratteggiata,

infine, è la curva di costo medio variabile (non include i costi associati all'impiego del fattore fisso nel breve periodo).

### 13.7: Il surplus del produttore

A conclusione di questo capitolo, dimostriamo un'importante proprietà del surplus del produttore. Nel grafico 13.16 è rappresentato il livello ottimo di output per un prezzo pari a 30 (circa 33 unità di prodotto). Come si calcola il profitto (o surplus) del produttore in questo grafico?

13.16: surplus del produttore

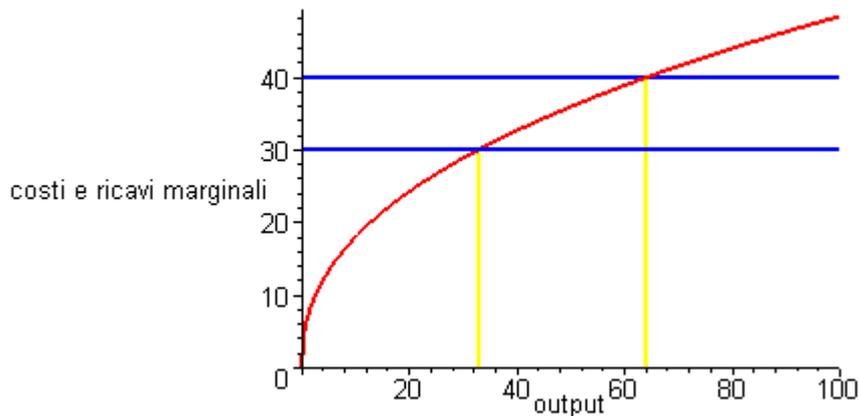


I profitti sono definiti dalla differenza tra ricavi e costi totali. I ricavi dell'impresa sono pari al prodotto tra le 33 unità di prodotto per il prezzo unitario di 30 al quale ogni unità di prodotto viene venduta. I ricavi sono rappresentati graficamente dall'area del rettangolo compreso tra la quantità venduta e il prezzo. Il costo totale di produrre 33 unità di prodotto è misurato dall'area al di sotto della curva di costo marginale e compresa tra i valori di output 0 e 33. Il profitto dunque è dato semplicemente dalla differenza di queste due aree: l'area compresa tra il prezzo e il costo marginale. Da quanto detto in precedenza, risulta che la curva del costo marginale rappresenta la curva di offerta dell'impresa perciò siamo in grado di concludere che:

*Il surplus dell'impresa è pari all'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta.*

In questo modo diventa molto facile quantificare l'effetto di una misura di politica economica che influenza il livello del prezzo al quale l'impresa può vendere l'output. Ad esempio, se il prezzo aumenta da 30 a 40, il miglioramento della situazione dell'impresa è misurato dall'incremento dell'area che rappresenta il suo surplus.

### 13.17: variazioni nel surplus del produttore



Lo stesso risultato è valido nel breve periodo con l'unica differenza che il surplus viene calcolato omettendo i costi fissi.

#### **13.8: Riassunto**

In questo capitolo abbiamo derivato il livello di output che massimizza i profitti di un'impresa concorrenziale.

*L'impresa concorrenziale produce il livello di output che consente l'uguaglianza tra il prezzo e il costo marginale, in un punto nel quale i costi marginali sono crescenti.*

La condizione di profitto massimo ha la seguente importante implicazione:

*La curva di offerta dell'impresa concorrenziale è inclinata positivamente.*

Nella nostra analisi abbiamo assunto rendimenti di scala decrescenti, verificando come il comportamento dell'impresa concorrenziale possa essere strano in presenza di rendimenti di scala crescenti o costanti.

*In presenza di rendimenti di scala crescenti, l'output ottimo dell'impresa concorrenziale è infinito.*

*In presenza di rendimenti di scala costanti, l'output ottimo dell'impresa concorrenziale è infinito, indeterminato o nullo.*

Infine, abbiamo confermato un risultato ottenuto nell'ambito dell'analisi dei capitoli precedenti:

*Il surplus dell'impresa è pari all'area compresa tra il prezzo ricevuto e la curva di offerta.*



## Capitolo 14: La frontiera delle possibilità di produzione

### 14.1: Introduzione

Nel capitolo 8 abbiamo discusso l'allocazione ottima delle risorse tra gli individui della società, mostrando come l'allocazione "finale" dipenda da quella iniziale. La domanda alla quale non abbiamo ancora fornito una risposta è come venga determinata l'allocazione iniziale delle risorse. Questo è il quesito che ci poniamo in questo capitolo: quali sono le possibilità di produzione disponibili alla società?

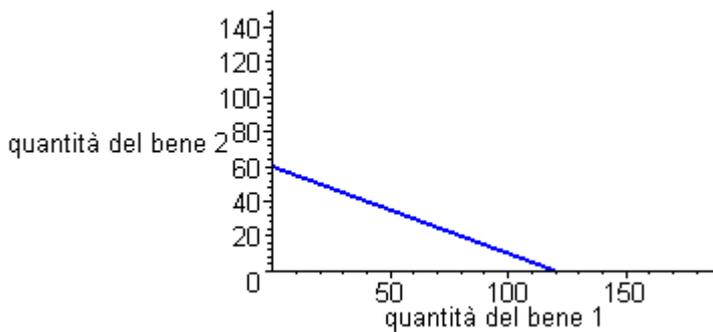
Consideriamo due scenari alternativi. Nel primo, la società è composta da due individui che adottano una tecnologia lineare per produrre una certa combinazione di due beni. Discutiamo come debba essere ripartita la produzione dei due beni tra i due individui perché l'output totale sia massimizzato. Nel secondo scenario la società è composta da due imprese, ognuna delle quali produce uno dei due beni impiegando una determinata combinazione dei due input. L'obiettivo che ci poniamo è stabilire come debbano essere allocati i due input tra le due imprese perché la società possa disporre della massima produzione possibile dei due beni. In entrambi gli scenari determiniamo la *frontiera delle possibilità di produzione* della società ed esaminiamo i fattori che la influenzano.

### 14.2: Tecnologie lineari

Consideriamo una società composta da due individui, A e B. Entrambi producono i due beni 1 e 2. Le quantità massime dei due beni che ciascuno dei due individui può produrre dedicando tutto il proprio tempo alla produzione del bene stesso sono rispettivamente  $m_1$  per il bene 1 e  $m_2$  per il bene 2 (vedremo che queste quantità massime possono essere di ammontare diverso per A e B). Quando tutto il giorno lavorativo è impiegato nella produzione del primo bene, ciascun individuo produce  $m_1$  del bene 1 e zero dell'altro bene; se, viceversa, la giornata lavorativa è dedicata esclusivamente alla produzione del secondo bene, vengono prodotte  $m_2$  unità del bene 2 e zero unità del bene 1. Quando la giornata lavorativa viene ripartita egualmente tra la produzione dei due beni, ciascun individuo produce  $m_1/2$  del bene 1 e  $m_2/2$  del bene 2. Più in generale, per frazioni di tempo dedicate alla produzione dei beni 1 e 2 rispettivamente pari ad  $a$  e  $(1-a)$ , vengono prodotte  $am_1$  unità del bene 1 e  $(1-a)m_2$  unità del bene 2. Queste possibilità di produzione definiscono una *tecnologia lineare*.

Ammettiamo che l'individuo A possa produrre al massimo 120 unità di bene 1 e 60 unità di bene 2. La *frontiera delle possibilità di produzione* di A è rappresentata nella figura 14.1 dove le quantità di bene 1 e 2 sono rappresentate rispettivamente sull'asse delle ascisse e delle ordinate.

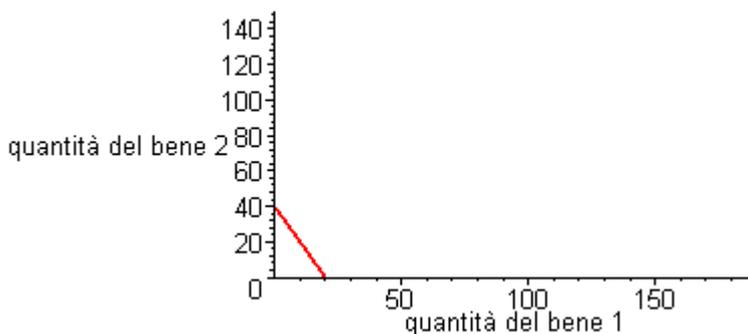
14.1: la frontiera delle possibilità produttive per l'individuo A



I punti appartenenti alla linea retta rappresentano tutte le possibilità di produzione a disposizione di A, assumendo che l'individuo lavori tutto il giorno<sup>53</sup>. Ad esempio il punto equidistante dai due estremi della retta rappresenta la situazione nella quale l'individuo divide equamente la propria giornata lavorativa tra la produzione dei due beni.

Assumiamo che l'individuo B sia meno produttivo di A nella produzione di entrambi i beni: B può produrre al massimo 20 unità di bene 1 e 40 unità di bene 2. La *frontiera delle possibilità di produzione* di B è disegnata nella seguente figura.

14.2: la frontiera delle possibilità produttive per l'individuo B



Quando B dedica tutta la propria giornata lavorativa alla produzione di un solo bene, produce 20 unità di bene 1 o 40 unità del bene 2. Se, viceversa, l'individuo impiega metà della giornata nella produzione di un bene e l'altra metà nella produzione dell'altro, produce rispettivamente 10 e 20 unità di bene 1 e 2.

A è più produttivo di B in termini assoluti. Tuttavia, B è *relativamente* più efficiente di A nella produzione del bene 2, e A è *relativamente* più efficiente di B nel produrre il bene 1. Come è possibile raggiungere questa conclusione? Se A desidera produrre 1 unità addizionale di bene 1 deve rinunciare alla produzione di 0.5 unità del bene 2. L'individuo B, viceversa, per ogni unità supplementare prodotta di bene 1 deve rinunciare a produrre 2 unità di bene 2. Perciò, il *costo* di produzione di 1 unità di bene 1 (misurato in termini di unità dell'altro bene a cui bisogna rinunciare) è relativamente minore per l'individuo A. Riferiamo ora lo stesso ragionamento al costo di produrre 1 unità dell'altro bene. Se B desidera produrre 1 unità addizionale di bene 2 deve rinunciare alla produzione di 0.5 unità del bene 1. Invece l'individuo A deve rinunciare a produrre 2 unità di bene 1 per ogni unità in più prodotta di bene 2. Il costo di produzione di 1 unità aggiuntiva di

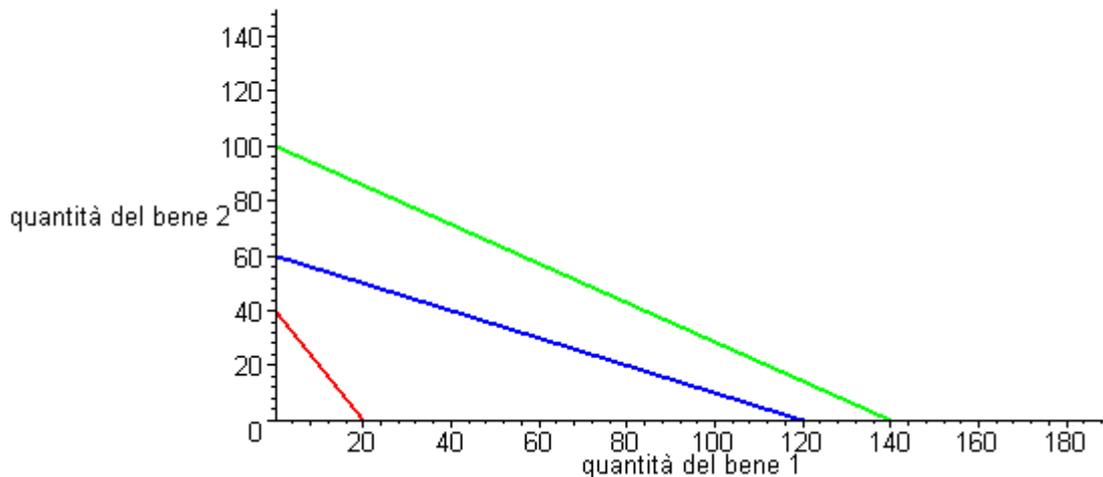
bene 2 è dunque minore per l'individuo B e in questo senso B è più efficiente di A nella produzione del bene 2.

L'argomento di nostro interesse consiste nello stabilire la divisione della produzione dei due beni tra A e B che permetta di massimizzare l'output di entrambi i beni. La soluzione al problema è la determinazione della più alta frontiera delle possibilità di produzione della società.

I punti estremi della frontiera delle possibilità di produzione della società sono facilmente individuabili. Se la società desidera consumare esclusivamente il bene 1, entrambi gli individui devono dedicarsi a produrre questo bene e l'output totale è dato da  $(120+20)=140$ . Nel caso la società desideri consumare solo il bene 2, A e B devono dedicarsi esclusivamente alla produzione di questo bene e l'output totale è pari a  $(60+40)=100$ . La determinazione dei punti intermedi della frontiera delle possibilità di produzione della società è più complessa.

Una possibilità è che A e B impieghino la stessa frazione delle rispettive giornate lavorative nella produzione dello stesso bene. Ad esempio, se A lavora metà della giornata per produrre il bene 1, B fa lo stesso o, più in generale, se A e B dedicano la stessa frazione  $a$  della giornata lavorativa alla produzione del bene 1, la frontiera delle possibilità di produzione della società diventa:

14.4: la frontiera delle possibilità produttive sociali se la produzione è divisa in modo eguale



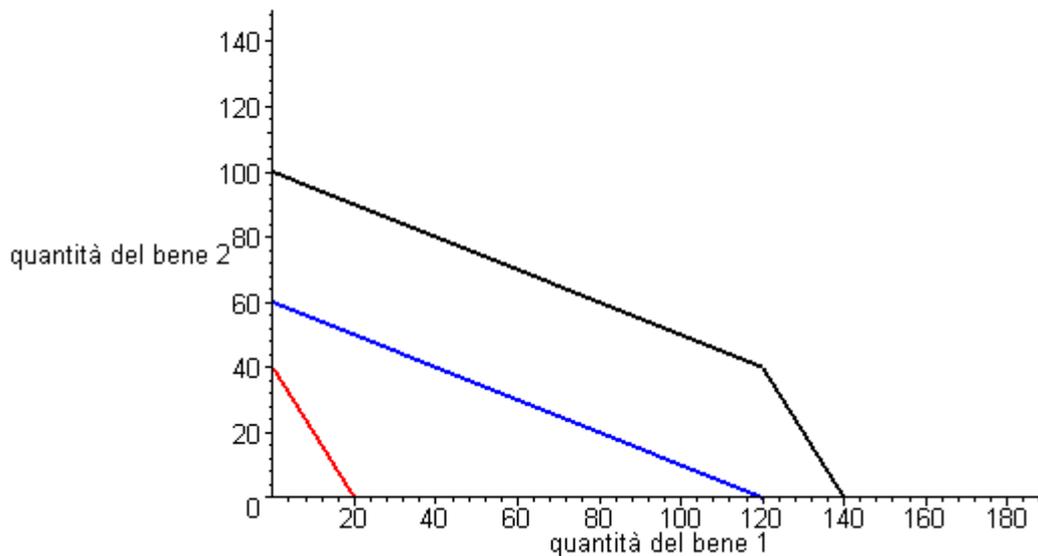
La frontiera delle possibilità di produzione della società è rappresentata dalla retta più alta. La retta più vicina all'asse delle ascisse è la frontiera delle possibilità di produzione di B mentre quella in posizione intermedia è la frontiera di A. Abbiamo già discusso le proprietà dei due punti estremi sulla frontiera (140,0) e (0,100). In tutti i punti intermedi A e B dividono equamente il proprio lavoro nella produzione dei due beni. Ad esempio, in corrispondenza del punto equidistante dai due punti estremi (70, 50) la giornata lavorativa è divisa equamente nella produzione dei due beni: A produce 60 unità del bene 1 e 30 unità del bene 2 e B produce 10 unità del bene 1 e 20 unità del bene 2. La produzione resa disponibile alla società nel suo complesso è 70 unità del bene 1 e 50 del bene 2. Un altro esempio è il punto (105, 25) che viene raggiunto se A e B lavorano entrambi  $\frac{3}{4}$  del giorno per produrre il bene 1 e  $\frac{1}{4}$  per produrre il bene 2 producendo rispettivamente 90 e 15 unità del bene 1 e 15 e 10 unità del bene 2.

Questa modalità di ripartizione della produzione tra i due individui è la migliore possibile? Ne esistono altre più convenienti? Del resto, abbiamo già verificato che A è più efficiente di B nella produzione del bene 1 e il contrario avviene per la produzione dell'altro bene. Non sarebbe meglio che i due individui si specializzassero nella produzione del bene che sono in grado di produrre più efficientemente?

Non è difficile intuire che la risposta a questo interrogativo è "sì". Consideriamo la situazione nella quale A e B si specializzano rispettivamente nella produzione del bene 1 e 2. In questo caso, A produce 120 unità del bene 1, B 40 unità dell'altro bene, e la società ottiene la combinazione (120,40). Dove si colloca questa combinazione della figura 14.4? *Al di sopra* della frontiera delle possibilità di produzione della società.

La frontiera delle possibilità di produzione della società che si ottiene applicando il principio della specializzazione è disegnata nella seguente figura:

14.6: la frontiera delle possibilità produttive sociali se A (B) si specializza nel bene 1 (2)

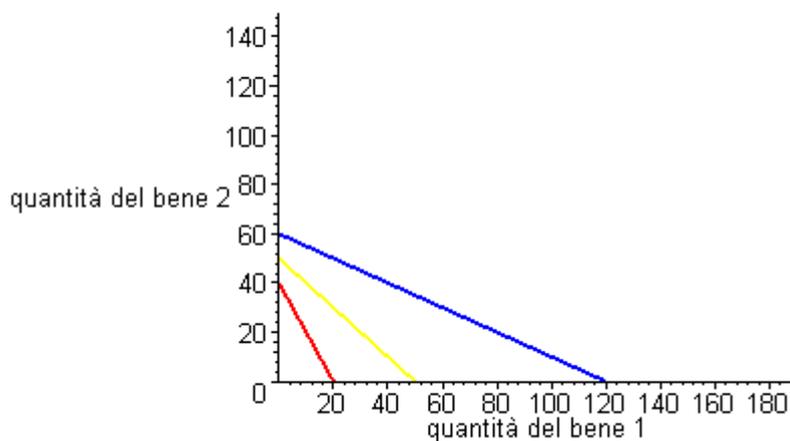


Conosciamo già l'interpretazione dei punti di intercetta verticale e orizzontale. La combinazione (120,40) è il punto d'angolo che divide la frontiera in due regioni. A destra di (120,40), la società consuma più di 40 unità di bene 2 (la quantità di bene 2 prodotta dall'individuo B specializzato nella sua produzione). Ne consegue che a destra di (120,40), B lavora tutto il giorno per produrre 40 unità del bene 2 e A produce la quantità aggiuntiva di bene 2 che la società desidera consumare. In corrispondenza di tutti i punti della frontiera a sinistra di (120,40) la società desidera consumare una quantità di bene 1 maggiore di 120 unità (la quantità di bene 1 prodotta dall'individuo A specializzato nella produzione di questo bene). In questo tratto della frontiera A lavora esclusivamente per produrre 120 unità del bene 1 e B si occupa della produzione delle rimanenti unità di bene 1 che la società desidera consumare. E' questa la ripartizione efficiente della produzione dei due beni tra A e B, nel senso che l'output totale messo a disposizione della società è massimizzato<sup>54</sup>.

E' importante osservare che la frontiera delle possibilità di produzione della società deriva direttamente dalle due frontiere relative agli individui A e B. Lo spostamento verso l'alto della frontiera di A di un ammontare costante pari a 40 (il prodotto di B quando si specializza nella produzione del bene 2) determina il primo tratto della frontiera delle possibilità di produzione della società; il secondo tratto è dato dallo spostamento orizzontale della frontiera di B di un ammontare costante pari 120 (le unità di bene 1 prodotte da A quando si specializza nella produzione di questo bene). Notiamo infine che la frontiera delle possibilità di produzione della società è concava: ciò avviene sempre se si applica il principio della specializzazione.

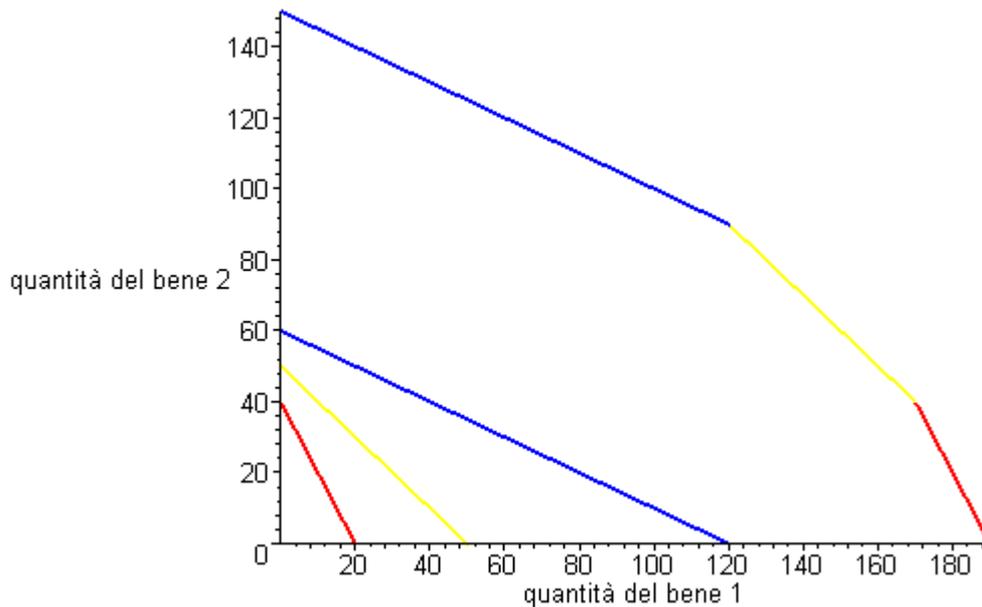
Cosa avviene se inseriamo un terzo individuo nella nostra società? La frontiera delle possibilità di produzione del nuovo individuo influenzerà quella della società. Ammettiamo che il nuovo arrivato abbia un'abilità nella produzione dei due beni intermedia tra A e B: la sua frontiera unisce i punti estremi (50,0) e (0,50):

14.7: un terzo individuo (giallo)



La nuova frontiera delle possibilità di produzione della società diventa la seguente:

14.9: la migliore frontiera delle possibilità produttive sociali con tre individui



Notiamo che: (1) quando la società desidera consumare elevate quantità del bene 1, A e C si specializzano nella produzione di questo bene; (2) quando la società desidera consumare elevate quantità del bene 2, B e C si specializzano nella produzione di questo bene; (3) in tutti i casi intermedi, A si specializza nella produzione del bene 1 e B nella produzione del bene 2. La frontiera delle possibilità di produzione della società è sempre concava, e resterebbe tale anche per un numero maggiore di individui. Per individui aggiuntivi avremmo semplicemente l'aggiunta di altri segmenti (uno per ogni individuo in più). Notiamo inoltre che l'inclinazione di ognuno dei segmenti appartenenti alla frontiera misura il *tasso marginale di sostituzione* tra i due beni e che, in particolare, il *sms* lungo ogni tratto (segmento) della frontiera misura il *sms* (costante) di uno specifico individuo appartenente alla società.

### 14.3: Tecnologie non lineari

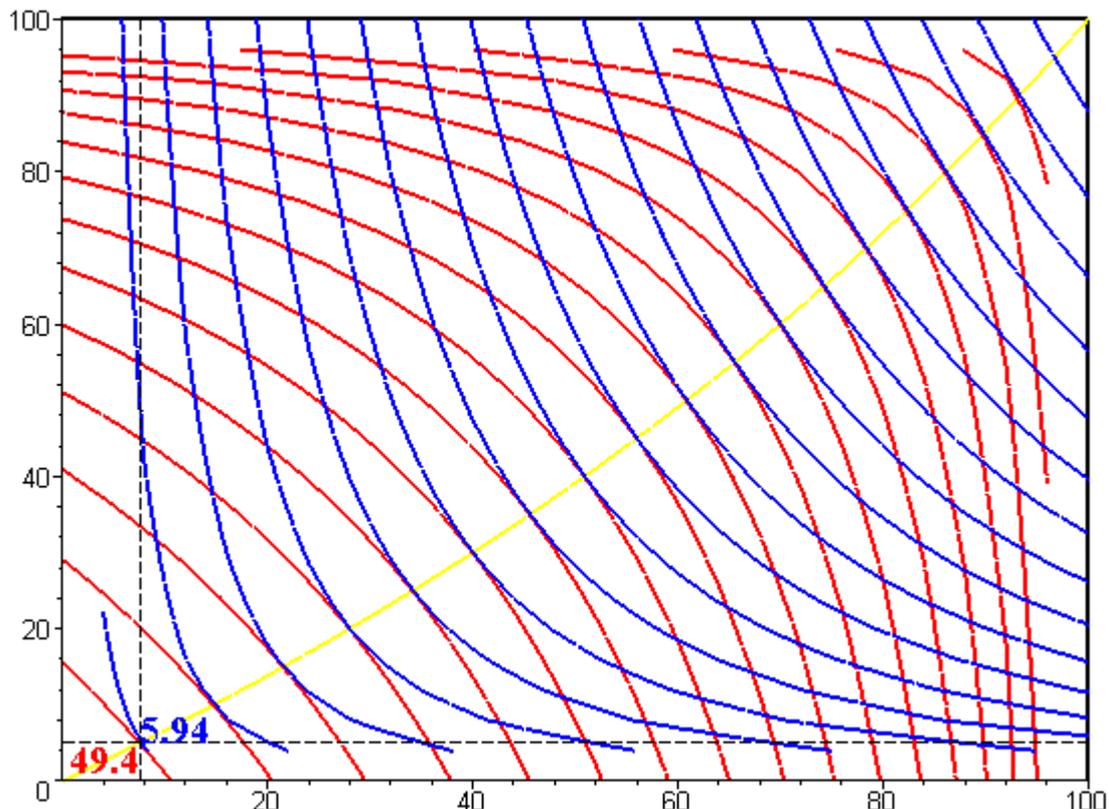
Nel paragrafo precedente abbiamo concluso che sebbene le tecnologie di produzione adottate dagli individui siano lineari (nel senso descritto in precedenza), dall'applicazione del principio della specializzazione, deriva una frontiera delle possibilità di produzione della società concava.

In questo paragrafo deriviamo una frontiera delle possibilità di produzione della società concava in un nuovo scenario basato sui concetti introdotti ai capitoli 10-13. Assumiamo infatti che la società sia composta da due imprese, ognuna delle quali produce uno dei due beni. Le imprese 1 e 2 producono rispettivamente i beni 1 e 2, utilizzando entrambe una certa quantità dei due input 1 e 2, il cui ammontare disponibile in aggregato è dato. Il problema della società è individuare l'allocazione di input tra le due imprese che permette di massimizzare l'output totale dei due beni.

Risolviamo il problema della determinazione dell'allocazione ottima di input utilizzando la scatola di Edgeworth, già impiegata in precedenza per la determinazione dell'allocazione ottima di due beni tra due individui. Ora le due

origini degli assi relativi alle imprese 1 e 2 sono rispettivamente in basso a sinistra e in alto a destra. Le quantità degli input 1 e 2 sono misurate rispettivamente sull'asse orizzontale e su quello verticale. La lunghezza della scatola di Edgeworth è pari alla quantità totale di input 1. La sua altezza è pari alla disponibilità totale del secondo input. Ogni punto appartenente al diagramma rappresenta una possibile allocazione dei due input e, a ciascuna di esse è associato un diverso livello di output per le due imprese. Gli isoquanti dell'impresa 1 sono convessi all'origine in basso a sinistra, mentre quelli dell'impresa 2 sono convessi rispetto all'origine in alto a destra.

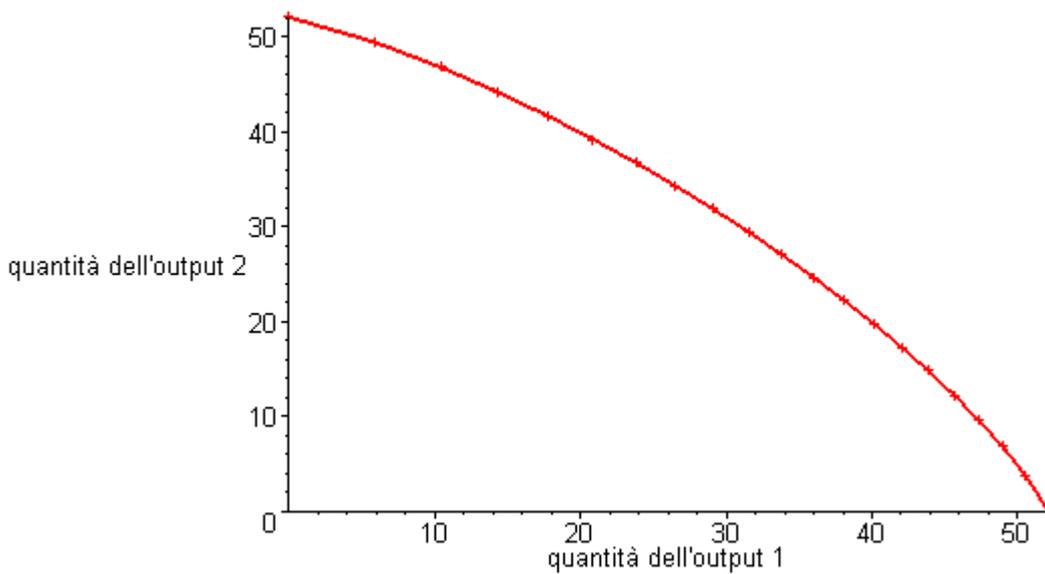
14.11: lungo la curva dei contratti



Le allocazioni efficienti di input appartengono alla curva dei contratti e qualunque l'allocazione scelta dalla società deve trovarsi lungo la curva dei contratti. Ad ognuna delle allocazioni efficienti è associato un trade-off: spostandosi su punti sempre più lontani dall'origine in basso a sinistra verso allocazioni più vicine all'origine in alto a destra, l'output dell'impresa 1 aumenta a spese dell'output dell'impresa 2. Il livello di produzione delle due imprese in corrispondenza di ognuno dei punti della curva dei contratti può essere calcolato a partire dalle tecnologie adottate dalle due imprese. Nell'esempio rappresentato nella figura precedente abbiamo assunto che entrambe le imprese adottino una tecnologia Cobb-Douglas con i seguenti valori dei parametri:  $a = 0.56$  e  $b = 0.24$  per l'impresa 1 e  $a = 0.48$  e  $b = 0.32$  per l'impresa 2 (entrambe le tecnologie esibiscono rendimenti di scala decrescenti).

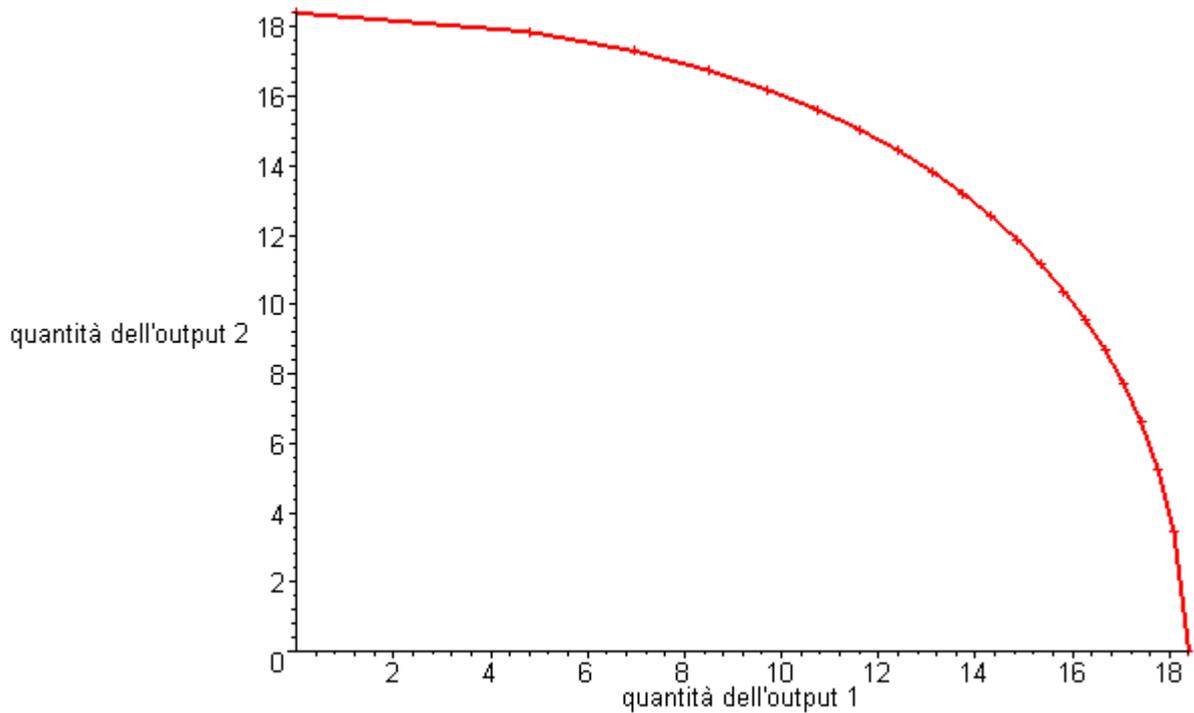
Se rappresentiamo graficamente i livelli di output ottenibili dall'impresa 1 lungo la curva dei contratti rispetto a quelli ottenibili dall'impresa 2, otteniamo la frontiera delle possibilità di produzione della società<sup>55</sup>.

14.12: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



La frontiera è *concava*. Perché? Perché le due imprese hanno rendimenti di scala decrescenti. Per spostamenti verso l'alto lungo la curva dei contratti, l'output dell'impresa 1 cresce ad un tasso decrescente e l'output dell'impresa 2 diminuisce ad un tasso crescente. E' evidente che il grado di decrescenza dei rendimenti di scala influenza la concavità della frontiera. Se invece dei valori dei parametri  $a = 0.56$  e  $b = 0.24$  per l'impresa 1 e  $a = 0.48$  e  $b = 0.32$  per l'impresa 2, poniamo  $a = 0.49$  e  $b = 0.21$  per l'impresa 1 e  $a = 0.42$  e  $b = 0.24$  per l'impresa 2 (da notare che il rapporto tra  $a$  e  $b$  resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno la stessa forma, ma  $a+b < 1$  per entrambe), otteniamo la seguente frontiera della società:

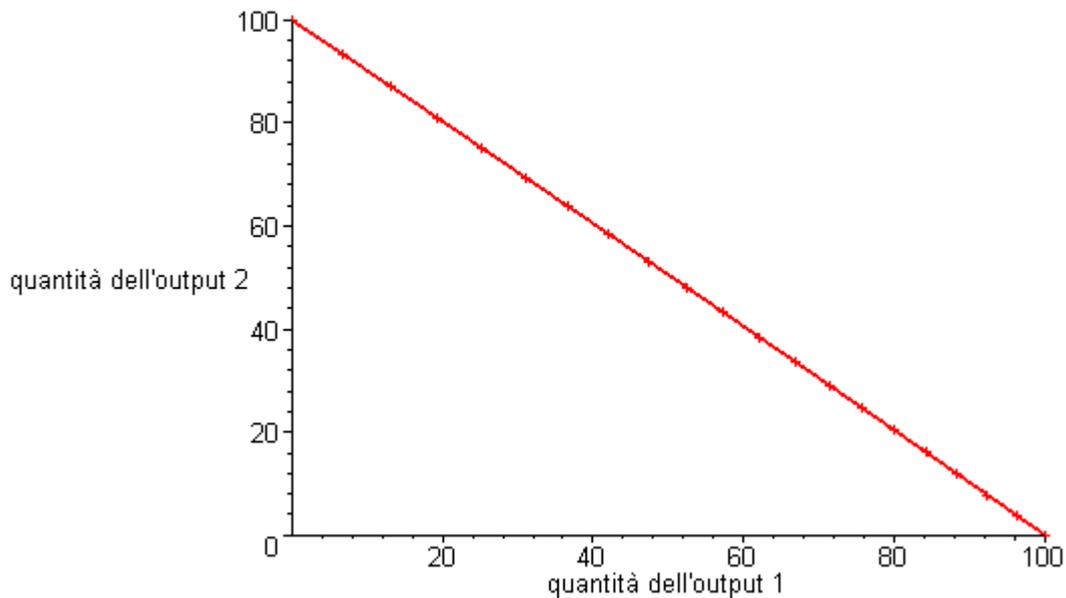
14.14: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



Più concava della frontiera ottenuta in precedenza.

Quando entrambe le imprese adottano una tecnologia con rendimenti di scala costanti, la frontiera delle possibilità di produzione della società diventa lineare: per punti sempre più alti lungo la curva dei contratti l'output dell'impresa 1 cresce in maniera lineare mentre l'output dell'impresa 2 decresce linearmente fino ad annullarsi. Se, ad esempio, consideriamo i seguenti valori dei parametri della tecnologia Cobb-Douglas:  $a = 0.7$  e  $b = 0.3$  per l'impresa 1 e  $a = 0.6$  e  $b = 0.4$  per l'impresa 2 (il rapporto tra  $a$  e  $b$  resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno la stessa forma, ma  $a+b=1$  per entrambe), otteniamo la frontiera rappresentata nella seguente figura:

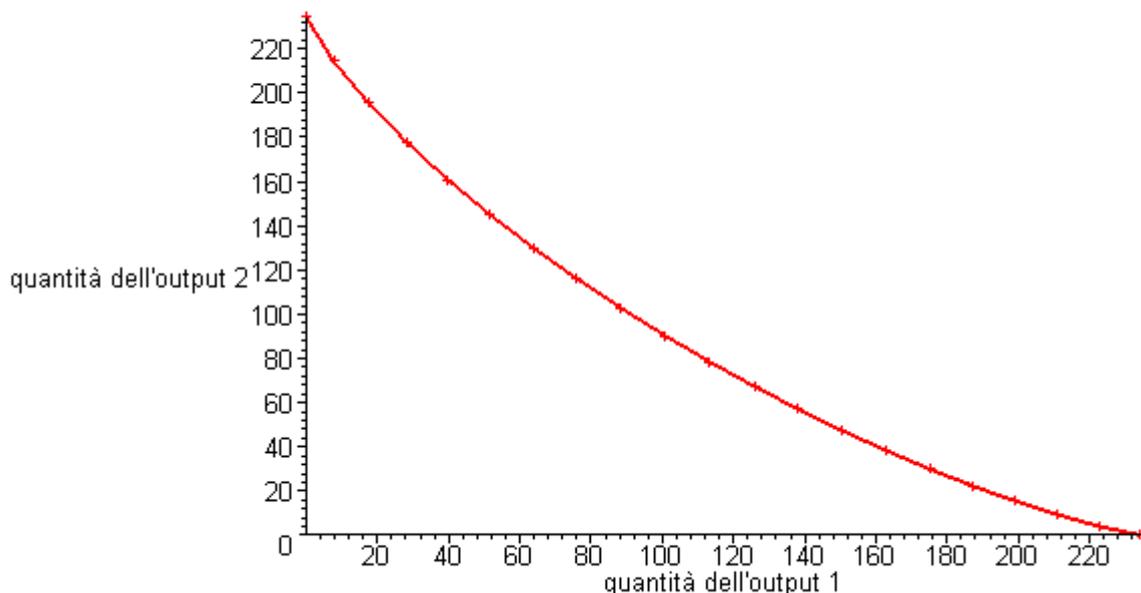
14.16: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



(Da notare che in questo esempio, la quantità totale disponibile di entrambi gli input è 100 e che il livello massimo di output ottenibile dal loro impiego è 100).

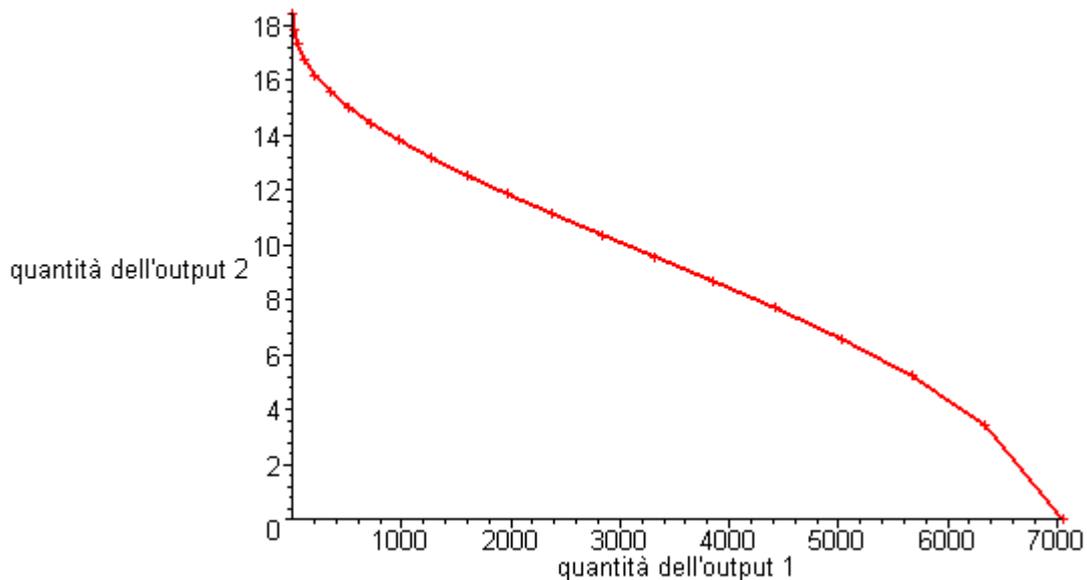
Cosa avviene nel caso di rendimenti di scala crescenti? Per punti sempre più alti lungo la curva dei contratti l'output dell'impresa 1 cresce ad un tasso crescente mentre l'output dell'impresa 2 decresce ad un tasso decrescente. Consideriamo, ad esempio, questi valori dei parametri della tecnologia Cobb-Douglas:  $a = 0.7/0.9$  e  $b = 0.3/0.9$  per l'impresa 1 e  $a = 0.6/0.9$  e  $b = 0.4/0.9$  per l'impresa 2 (il rapporto tra  $a$  e  $b$  resta invariato per le due imprese e i relativi isoquanti hanno sempre la stessa forma, ma  $a+b > 1$  per entrambe), otteniamo la seguente frontiera per la società:

14.18: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



E' possibile considerare il caso ibrido in cui la tecnologia dell'impresa 1 esibisca rendimenti di scala crescenti e l'impresa 2 abbia invece rendimenti di scala decrescenti. Quale sarà la forma della frontiera della possibilità di produzione della società? La frontiera sarà composta da una regione convessa e da una concava.

14.20: la frontiera delle possibilità produttive sociali generata dalla curva dei contratti



#### 14.4: Riassunto

In questo capitolo abbiamo determinato la *frontiera delle possibilità di produzione* della società in due scenari alternativi. Il primo scenario considera un'economia formata da due individui con tecnologie *lineari*.

*In questa economia la frontiera delle possibilità di produzione della società è strettamente quasi-concava.*

E' concava perché gli individui si specializzano nella produzione del bene che producono in maniera più efficiente.

Il secondo scenario considera il caso più generale di un'economia nella quale operano due imprese che contribuiscono alla produzione dell'output totale e si contendono l'impiego di un'offerta data dei due fattori produttivi. In presenza di tecnologie caratterizzate da isoquanti convessi all'origine abbiamo dimostrato il seguente risultato:

*In un'economia con rendimenti di scala crescenti, costanti o decrescenti la frontiera delle possibilità di produzione della società è convessa, lineare o concava in ogni suo punto.*



## Capitolo 15: Produzione e scambio

### *15.1: Introduzione*

In questo capitolo utilizziamo i concetti esposti nei capitoli 8 e 14 per rispondere alla domanda: “Qual è il livello ottimo di output per la società?”. Dare una risposta a questa domanda è complesso così come sono complessi i concetti di cui trattiamo in questo capitolo. In effetti, questi argomenti richiedono un trattamento matematico che va al di là degli scopi di questo testo. In ogni caso, l’analisi grafica e gli esempi che impiegheremo forniscono una chiave interpretativa dei nostri risultati permettendo di superare la necessità del ricorso massiccio alla matematica.

### *15.2: Produzione e scambio*

Nel capitolo 8 abbiamo analizzato il problema dell’allocazione ottima delle risorse in un’economia nella quale due individui scambiano due beni date determinate dotazioni iniziali. Per ogni possibile allocazione iniziale dei due beni, abbiamo studiato le condizioni alle quali lo scambio determina vantaggi reciproci per i due individui e le diverse forme che lo scambio stesso può assumere.

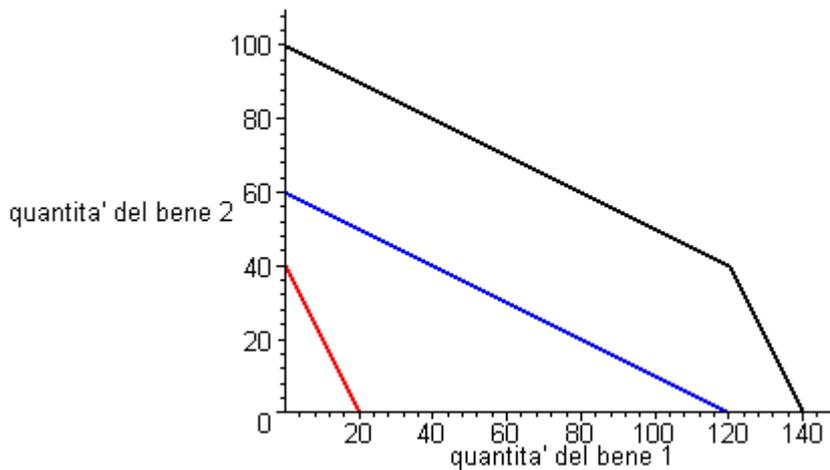
Le dotazioni iniziali dei due beni e l’allocazione iniziale è stata fissata ad un livello arbitrario. La nuova assunzione in questo capitolo è che la società possa *scegliere* le quantità iniziali dei due beni (e quindi, come vedremo, l’allocazione iniziale) lungo la propria frontiera delle possibilità di produzione analizzata nel capitolo 14. La domanda che ci poniamo è: “Quale dei punti appartenenti alla frontiera deve essere scelto dalla società?”.

Nel seguito analizziamo le proprietà degli equilibri concorrenziali che si determinano a partire da diverse quantità iniziali dei due beni. L’intento è quello di confrontare gli equilibri che conseguono la scelta di diversi punti lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società e definire quale tra questi debba essere preferito.

### *15.3: Una società lineare*

Assumiamo che la frontiera delle possibilità di produzione della società sia il più semplice possibile: la frontiera lineare del paragrafo 14.2. L’economia è composta dagli individui A e B che, adottando una tecnologia lineare, producono i due beni 1 e 2.

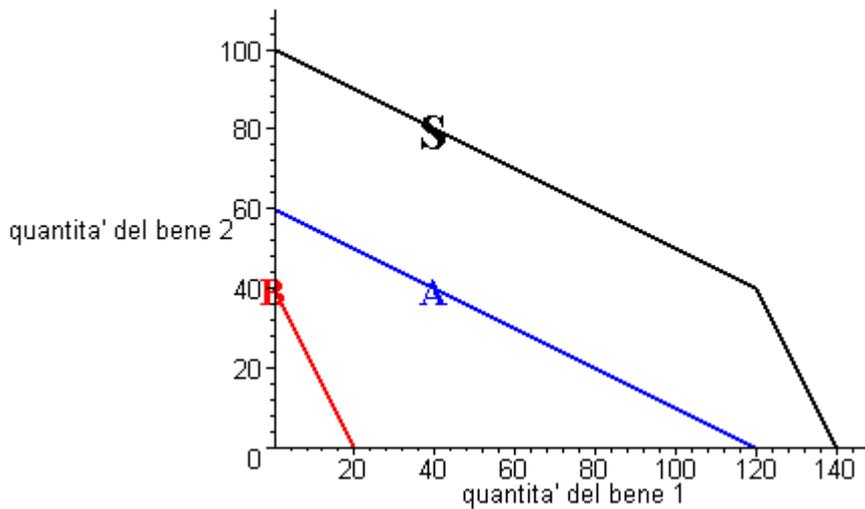
15.1: Le frontiere delle possibilità' produttive per A, B e per la società'



La retta più vicina all'asse orizzontale rappresenta la frontiera delle possibilità di produzione di B il quale: se lavora l'intero giorno per produrre il bene 1 ne produce 20 unità (e nessuna unità del bene 2); se lavora esclusivamente alla produzione del bene 2 ne produce 40 unità (e nessuna unità del bene 1); se dedica metà della propria giornata lavorativa alla produzione del bene 1 e l'altra metà alla produzione dell'altro bene ottiene rispettivamente 10 e 20 dei due beni; e così via per diverse allocazioni del tempo di lavoro nella produzione dei due beni. La retta centrale è la frontiera delle possibilità di produzione di A il quale: se lavora l'intero giorno per produrre il bene 1 ne ottiene 120 unità (e nessuna unità del bene 2); se lavora esclusivamente alla produzione del bene 2 ne produce 60 unità (e nessuna unità del bene 1); se dedica metà della propria giornata lavorativa alla produzione del bene 1 e l'altra metà alla produzione dell'altro bene produce rispettivamente 60 e 30 dei due beni; e così via per diverse ripartizioni della giornata lavorativa nella produzione dei due beni. La linea più alta è la frontiera delle possibilità di produzione che si ottiene quando applichiamo il principio della specializzazione (A e B si specializzano rispettivamente nella produzione dei beni 1 e 2).

E' molto importante notare che la scelta di un punto particolare lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società richiede che i due individui scelgano un determinato punto appartenente alle proprie rispettive frontiere. Facciamo un esempio specifico. Come è possibile per la società collocarsi nel punto S sulla frontiera? Solo se A e B si collocano rispettivamente nei punti A e B lungo le loro relative frontiere la società può raggiungere il punto S. Questo è *l'unico modo* a disposizione della società per collocarsi nel punto S sulla propria frontiera delle possibilità di produzione.

15.2: In che modo i punti sulla ppf della società sono raggiunti



Inseriamo in una tabella i dati numerici del nostro esempio.

| Scenario      | Individuo A | Individuo B | Società |
|---------------|-------------|-------------|---------|
| 1             |             |             |         |
| <i>Bene 1</i> | 40          | 0           | 40      |
| <i>Bene 2</i> | 40          | 40          | 80      |

In corrispondenza del punto S vengono prodotte 40 unità del bene 1 e 80 unità del bene 2. Se la società desidera scegliere questo punto, A deve lavorare 1/3 del giorno per produrre il bene 1 e i rimanenti 2/3 per produrre il bene 2, il che implica la produzione di 40 unità di entrambi i beni. Inoltre, B deve dedicarsi esclusivamente alla produzione del bene 2 producendone 40 unità (e nessuna unità del bene 1). Notiamo che dalla scelta del punto S deriva una distribuzione diseguale della produzione dei due beni tra i due individui e si determina una specifica allocazione iniziale dei due beni.

Analizziamo le proprietà di tre scenari alternativi a quello del primo esempio appena esposto. Vedremo che l'allocazione iniziale nello scenario 2 si trova, come quella dello scenario 1, a sinistra del punto d'angolo, quella relativa allo scenario 3 coincide con il punto d'angolo, e quella dello scenario 4 si colloca alla sua destra.

| Scenario      | Individuo A | Individuo B | Società |
|---------------|-------------|-------------|---------|
| 2             |             |             |         |
| <i>Bene 1</i> | 80          | 0           | 80      |
| <b>Bene 2</b> | 20          | 40          | 60      |

| Scenario      | Individuo A | Individuo B | Società |
|---------------|-------------|-------------|---------|
| 3             |             |             |         |
| <i>Bene 1</i> | 120         | 0           | 120     |
| <i>Bene 2</i> | 0           | 40          | 40      |

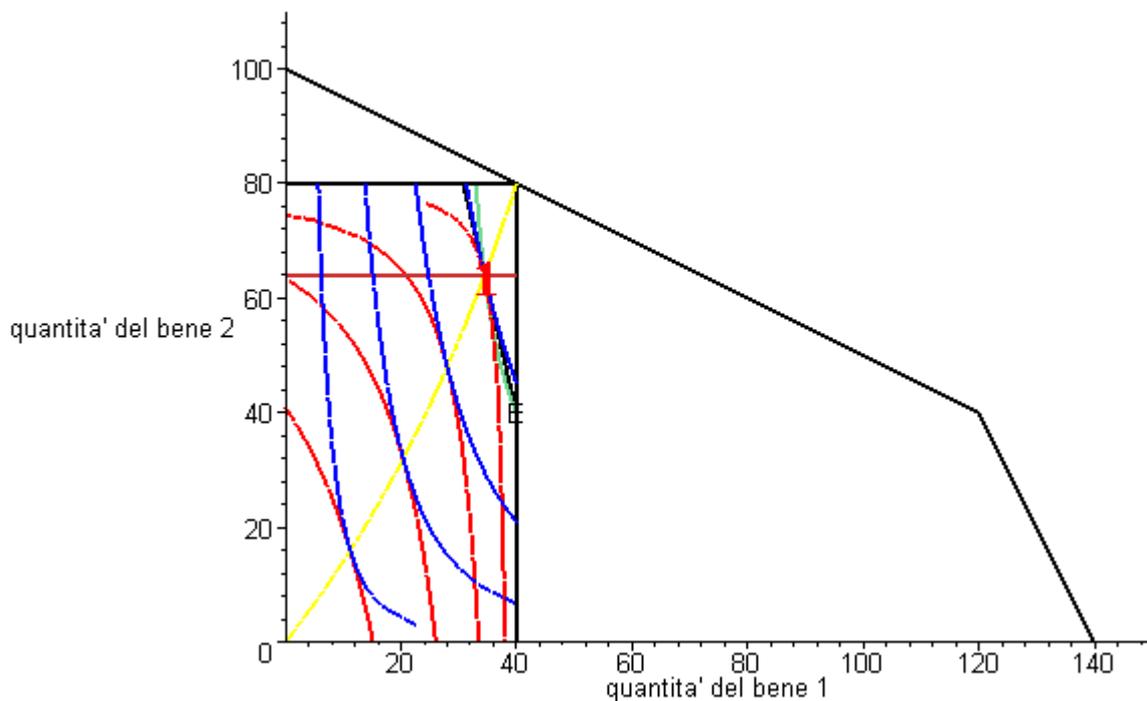
| Scenario      | Individuo A | Individuo B | Società |
|---------------|-------------|-------------|---------|
| 4             |             |             |         |
| <i>Bene 1</i> | 120         | 10          | 130     |
| <i>Bene 2</i> | 0           | 20          | 20      |

#### 15.4: Scambio in concorrenza perfetta

Discutiamo le proprietà degli equilibri concorrenziali che si conseguono nei 4 scenari alternativi presi in considerazione e mettiamoli a confronto per verificare quale tra essi sia il “migliore”.

Iniziamo dal primo scenario nel quale la società sceglie le quantità iniziali di 40 unità per il bene 1 e 80 unità per il bene 2. La scatola di Edgeworth rappresentata nella seguente figura ha una larghezza pari a 40 e un'altezza di 80.

15.3: equilibrio concorrenziale per una data produzione (1)



Le dimensioni della scatola di Edgeworth dipendono dalla scelta di un particolare punto lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società: il punto appartenente alla frontiera scelto dalla società implica una determinata

distribuzione della produzione tra i due individui e, di conseguenza, la dotazione totale dei due beni. Dai dati esposti in tabella risulta che l'individuo A ha una dotazione iniziale di 40 unità di entrambi i beni. B invece non ha nessuna dotazione iniziale del bene 1 e 40 unità del bene 2. L'allocazione iniziale coincide con il punto E.

Per rendere più chiara l'interpretazione della figura 15.3 ricordiamo che stiamo assumendo preferenze convesse per i due individui e che le preferenze e le dotazioni dei due individui A e B sono rappresentate in relazione rispettivamente alle origini in alto a destra e in alto a sinistra. A ha preferenze Cobb-Douglas con pesi 0.7 per il bene 1 e 0.3 per il bene 2<sup>56</sup> e consegue un'utilità crescente per allocazioni che si collocano in alto e a destra nel diagramma.

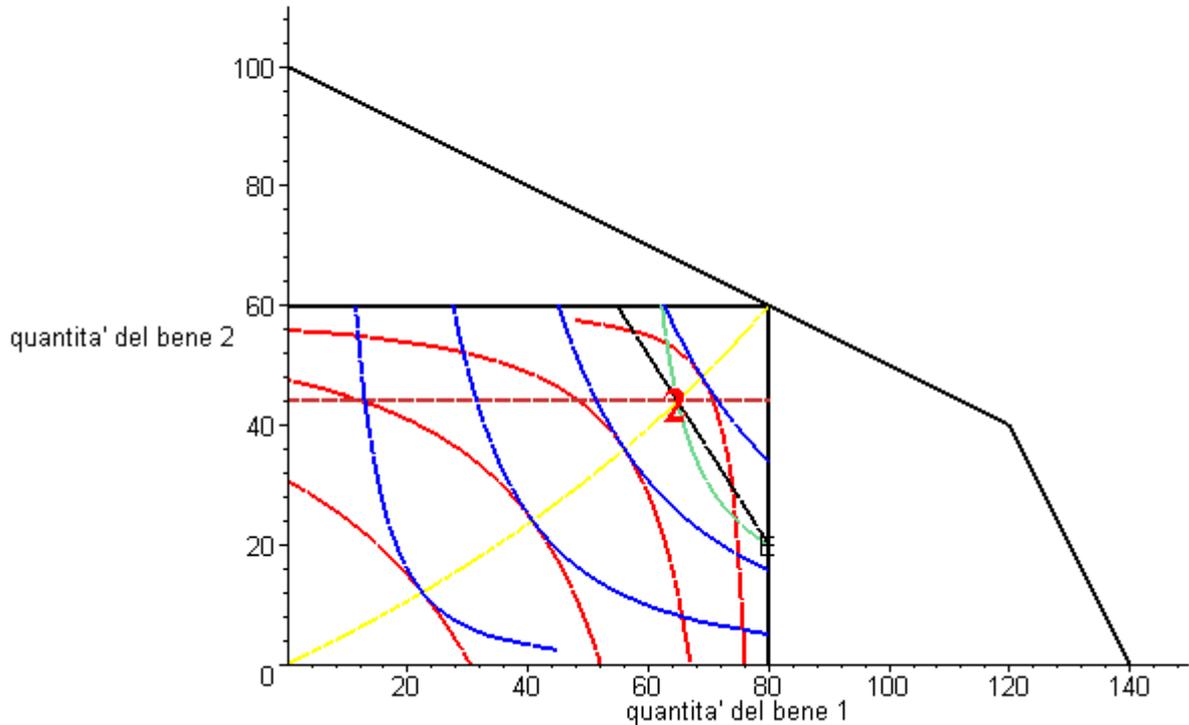
Anche B ha preferenze di tipo Cobb-Douglas ma con pesi diversi da A (0.6 per il bene 1 e 0.4 per il bene 2) e la sua utilità è crescente per allocazioni sempre più in basso e a sinistra nel diagramma. I due individui dunque hanno preferenze diverse: le due origini non sono unite da una linea retta ma da una *curva*.

Due delle rimanenti tre linee nel diagramma sono le curve *prezzo-offerta* dei due individui. La retta con inclinazione negativa passante per il punto E è la curva *prezzo-offerta* di A, quella orizzontale è la curva *prezzo-offerta* di B. Perché la curva *prezzo-offerta* di B è rappresentata da una retta orizzontale? Dal capitolo 8 ricordiamo che se un individuo possiede inizialmente solo uno dei due beni la propria curva *prezzo-offerta* è data da una retta orizzontale (quando la dotazione iniziale è composta solo da un certo ammontare del bene 2) o da una retta verticale (quando la dotazione iniziale è composta solo dal bene 1). Nel nostro esempio, B possiede 40 unità del bene 2 e quindi la sua curva *prezzo-offerta* è orizzontale per un valore pari al 40% della sua dotazione iniziale (il peso relativo del bene 2 è 0.4). L'ultima linea rappresentata nel diagramma è quella che congiunge l'allocazione iniziale con l'equilibrio concorrenziale: il vincolo di bilancio di equilibrio. Il valore dell'inclinazione del vincolo di bilancio di equilibrio indica il prezzo relativo che permette di raggiungere l'equilibrio concorrenziale a partire dall'allocazione iniziale E.

Supponiamo che lo scambio concorrenziale avvenga qualsiasi sia l'allocazione iniziale e che quindi l'equilibrio concorrenziale venga raggiunto. La società dunque raggiunge il punto in cui le curve *prezzo-offerta* dei due individui (e la curva dei contratti) si intersecano. Questo è il punto "1" nella figura 15.3 e indica l'allocazione (35,64) rispetto all'origine in basso a sinistra e (5, 16) rispetto all'origine in alto a destra. A ottiene 35 unità del bene 1 e 64 del bene 2 mentre B ottiene 5 unità del bene 1 e 16 del bene 2 (Ricordiamo che sia A che B considerano il consumo del bene 1 relativamente più importante del consumo dell'altro bene).

La figura 15.4 contiene l'analisi grafica del secondo scenario. A possiede inizialmente di 80 unità del bene 1 e 20 del bene 2 e B 0 unità del bene 1 e 40 unità del bene 2. La società dispone inizialmente 80 unità di bene 1 e di 60 unità del bene 2. Queste dotazioni iniziali determinano le dimensioni della scatola di Edgeworth. L'allocazione iniziale è rappresentata dal punto E nella seguente figura dove la curva *prezzo-offerta* di B è una retta orizzontale come nel precedente scenario.

15.4: equilibrio concorrenziale per una data produzione (2)

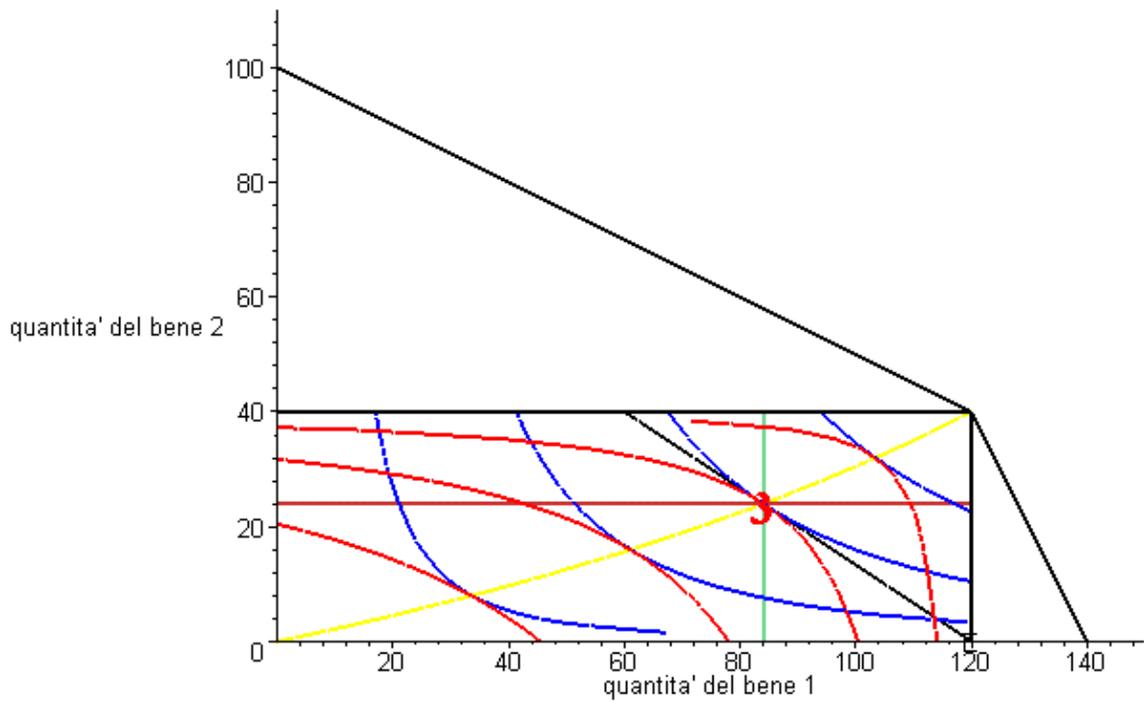


L'equilibrio concorrenziale è indicato con "2": A ottiene 65 unità di bene 1 e 44 dell'altro bene mentre B termina lo scambio con 15 unità di bene 1 e 16 di bene 2. La seguente tabella riassume i risultati ottenuti nei primi due scenari considerati e nei due ulteriori scenari esposti in dettaglio tra breve.

| <i>Scenario</i> | <i>Consumo di A del bene 1</i> | <i>Consumo di A del bene 2</i> | <i>Consumo di B del bene 1</i> | <i>Consumo di B del bene 2</i> |
|-----------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 1               | 35                             | 64                             | 5                              | 16                             |
| 2               | 65                             | 44                             | 15                             | 16                             |
| 3               | 84                             | 24                             | 36                             | 16                             |
| 4               | 84                             | 12                             | 46                             | 8                              |

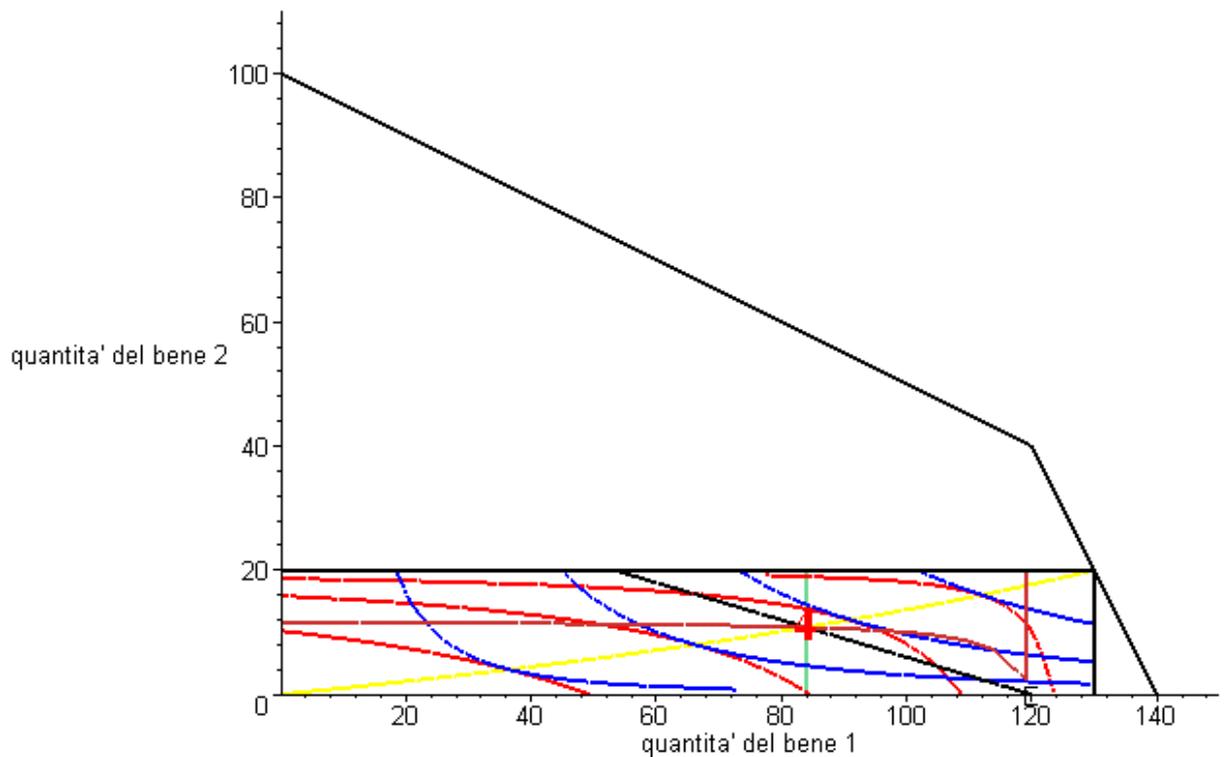
La figura 15.5 si riferisce al terzo scenario. L'allocazione iniziale è il punto E e l'equilibrio concorrenziale è indicato con "3". In questo scenario la curva prezzo-offerta di A è una retta verticale (A possiede esclusivamente il bene 1) mentre quella di B è una retta orizzontale (la dotazione iniziale di B è formata esclusivamente dal bene 2).

15.5: equilibrio concorrenziale per una data produzione (3)



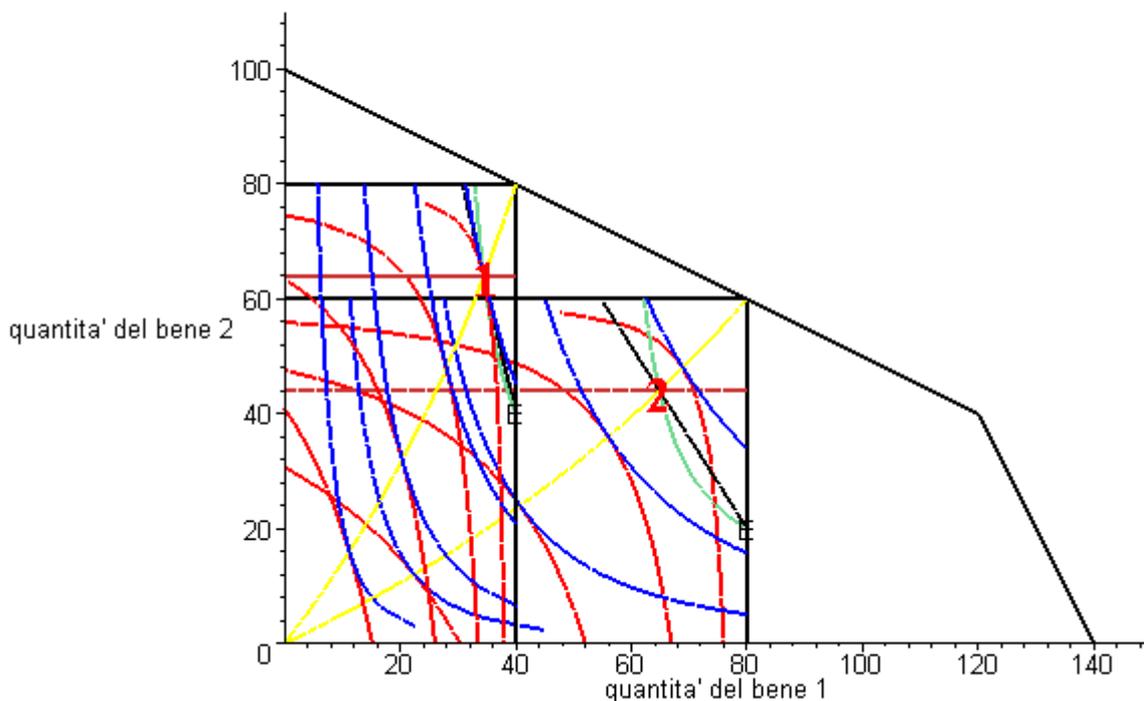
Infine, il grafico 15.6 descrive graficamente lo scenario 4 nel quale A inizia con solo uno dei due beni e B con entrambi. L'equilibrio concorrenziale è indicato dal punto "4".

15.6: equilibrio concorrenziale per una data produzione (4)



Confrontiamo gli equilibri concorrenziali caratteristici dei quattro scenari alternativi sulla base dei risultati esposti in tabella. E' abbastanza ovvio che A preferisce 3 a 4 (A ottiene la stessa quantità dei due beni nei due scenari e una quantità maggiore del bene 2 nello scenario 3). Non è invece così immediato definire quale dei tre scenari tra 1, 2 e 3 sia preferito da A. L'individuo B preferisce 3 a 2 e 2 a 1 (B ottiene la stessa quantità di bene 2 nei tre scenari ma quantità crescenti dell'altro bene passando dallo scenario 1 al 2 e dallo scenario 2 al 3). Ma quale scenario preferisce B tra 3 e 4? Per completare l'ordinamento degli scenari in termini delle preferenze di A e B abbiamo bisogno di una ulteriore analisi grafica. Rappresentiamo gli scenari 1 e 2 nella figura 15.7.

15.7: i casi 1 e 2 insieme

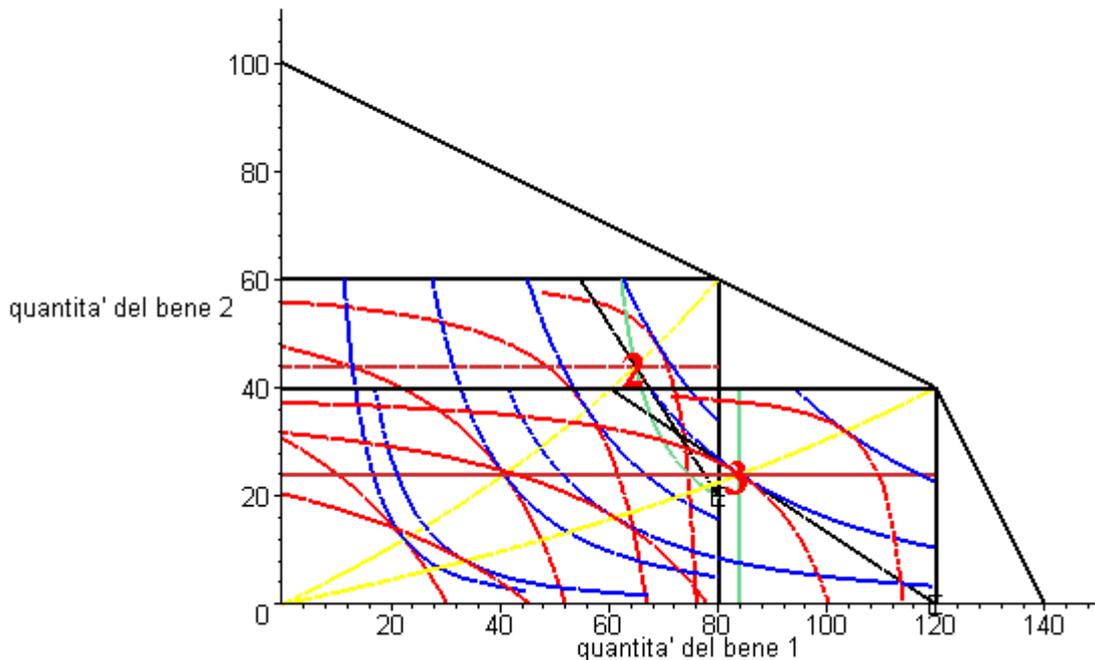


Nella figura 15.7 le curve di indifferenza di A relative agli scenari 1 e 2 sono disegnate rispetto alla stessa origine e sono perciò confrontabili. L'analisi delle curve di indifferenza permette di rendere meno ambiguo il confronto tra e due scenari per l'individuo A. L'equilibrio concorrenziale "2" si colloca su una curva di indifferenza più elevata di quella alla quale appartiene l'equilibrio "1": A preferisce lo scenario 2 allo scenario 1. Già sappiamo che anche B preferisce 2 a 1 per cui possiamo concludere che entrambi gli individui preferiscono 2 a 1.

E' importante comprendere il motivo che permette di ottenere questo ordinamento di scenari alternativi in termini di preferenze: il confronto tra il *saggio marginale di sostituzione* individuale e il *tasso marginale di sostituzione* (tecnico) relativo alla frontiera delle possibilità di produzione della società. Il valore dell'inclinazione della frontiera delle possibilità di produzione nei punti "1" e "2" è -0.5: per ogni unità in meno di bene 2 la società può produrre 2 unità aggiuntive di bene 1. Nel punto "1" le curve di indifferenza dei due individui hanno un'inclinazione di -4: il SMS di A e B in tale punto è pari 4. Entrambi gli individui sono disposti ad accettare il rapporto di scambio tra i due beni implicato dalla

frontiera delle possibilità di produzione. Lo stesso avviene in corrispondenza dell'equilibrio "2": il *SMS* è pari a circa 1 (il valore dell'inclinazione delle curve di indifferenza di A e B in "2"), un valore ancora maggiore del *TMS* lungo la frontiera delle possibilità di produzione. Questo suggerisce che un ulteriore spostamento verso destra nel diagramma è sempre possibile. Per verificarlo confrontiamo gli scenari 2 e 3 nella figura 15.9.

15.9: i casi 2 e 3 insieme

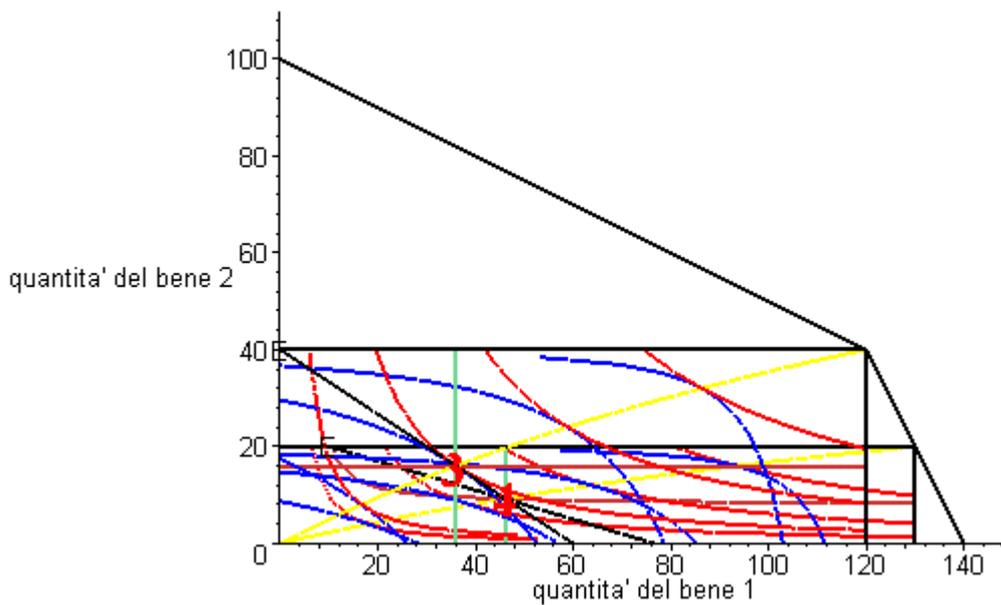


I punti "2" e "3" appartengono alla stessa curva di indifferenza di A e B preferisce 3 a 2. Possiamo dunque concludere che la società preferisce l'equilibrio "3" all'equilibrio "2".

Come vengono ordinati dalla società gli scenari 3 e 4? Sappiamo già che A preferisce 3 a 4 ma quale tra i due è preferito da B? Le figure considerate finora non possono essere utilizzate per rispondere a questa domanda perché le curve di indifferenza di B relative a scenari alternativi non sono disegnate rispetto alla stessa origine.

Al fine di analizzare graficamente il confronto degli scenari 3 e 4 in base alle preferenze di B utilizziamo il seguente espediente: invertiamo il punto di vista dei due individui nella scatola di Edgeworth. Nella figura 15.12 dunque rappresentiamo le preferenze e le dotazioni di B rispetto all'origine in basso a sinistra e quelle di A rispetto all'origine in alto a destra. Gli equilibri concorrenziali determinano le seguenti combinazioni di consumo per i due individui: (36, 16) per B e (84, 24) per A nello scenario 3 e (46, 8) per B e (84, 12) per A nello scenario 4. Naturalmente i due equilibri sono gli stessi di quelli considerati in precedenza. L'unica novità della figura 15.12 è l'aver invertito l'analisi grafica delle preferenze e delle dotazioni di A e B.

15.12: i casi 3 e 4 insieme (reversed)



B preferisce 3 a 4. Perché? Nel punto “4” sulla frontiera delle possibilità di produzione il tasso marginale di sostituzione (tecnico) è pari a 2: per ogni unità in meno di bene 1 la società può produrre 2 unità aggiuntive di bene 2. Il valore del saggio marginale di sostituzione dei due individui in corrispondenza dell’equilibrio concorrenziale “4” è minore di 2 (è pari circa ad 1). Come interpretiamo questo valore? Sia A che B sono disposti a scambiare la produzione di 1 unità di bene 1 per una produzione addizionale di 2 unità dell’altro bene. Ciò implica che entrambi gli individui sono disposti a spostarsi dal punto “4” al punto “3”.

La conclusione è che tra i quattro scenari considerati i due individui (e quindi la società) preferiscono lo scenario 3: l’equilibrio concorrenziale in corrispondenza del punto d’angolo della frontiera delle possibilità di produzione della società.

### 15.5: L’ottimo globale

In questo paragrafo generalizziamo le proprietà del punto di ottimo per la società.

La condizione fondamentale da soddisfare è che il *saggio marginale di sostituzione* sia uguale per i due individui e che entrambi abbiano lo stesso valore del prezzo relativo di equilibrio. In altri termini, deve verificarsi che se uno dei due individui è disposto di cedere 1 unità del bene 1 in cambio del consumo di  $a$  unità del bene 2, lo stesso deve essere disposto a fare anche l’altro individuo. Allo stesso modo, se uno dei due individui è disposto a cedere 1 unità del bene 2 in cambio del consumo di  $a$  unità del bene 1, lo stesso deve avvenire anche l’altro individuo. L’inclinazione della frontiera delle possibilità di produzione della società rappresenta il saggio marginale (tecnico) di sostituzione in termini di produzione: quante unità aggiuntive del bene 1 possono essere prodotte se si rinuncia alla produzione di 1 unità del bene 2 e viceversa.

Definiamo la condizione che la soluzione di ottimo deve soddisfare. A meno che la soluzione ottimale non sia un punto d’angolo, *l’inclinazione della frontiera*

*delle possibilità di produzione - (meno) il TMS - deve essere uguale all'inclinazione delle curve di indifferenza nell'equilibrio concorrenziale.*

Cosa avviene se questa condizione non è soddisfatta? Se i saggi marginali di sostituzione non sono tutti uguali allora esiste un punto lungo la frontiera verso il quale è possibile spostarsi e aumentare il livello di utilità degli individui. Uno dei nostri esempi contemplava questa possibilità: lo spostamento dallo scenario 1 allo scenario 2 rende entrambi gli individui più "felici" perché per ogni unità in meno prodotta di bene 2 la società produce 2 unità aggiuntive di bene 1 e sia A che B sono disposti ad accettare questo tasso di scambio tra i due beni. Lo stesso si verifica in seguito allo spostamento dalla scenario 4 allo scenario 3.

Generalizziamo le nostre conclusioni. Supponiamo di trovarci in un punto in corrispondenza del quale il saggio marginale di sostituzione (tecnico) non è uguale al saggio marginale di sostituzione dei due individui. Se indichiamo il primo con  $a$  e il secondo con  $b$ , dobbiamo considerare due possibili casi:  $a > b$  e  $a < b$ .

**Supponiamo che  $a$  sia maggiore di  $b$ .** Ricordiamo che  $a$  indica il saggio marginale (tecnico) di sostituzione lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società. Rinunciando alla produzione di 1 unità del bene 1, la società può produrre  $a$  unità aggiuntive del bene 2 o, alternativamente, dalla rinuncia a produrre 1 unità del bene 2, si ottengono  $1/a$  unità aggiuntive di bene 1.  $b$  è il valore del saggio marginale di sostituzione dei due individui in corrispondenza dell'equilibrio concorrenziale. Il valore  $b$  indica che sia A e che B non vedono variare il proprio livello di utilità quando scambiano il consumo di 1 unità di bene 1 con il consumo di  $b$  unità del bene 2 o, alternativamente, se scambiano il consumo di 1 unità di bene 2 con il consumo di  $1/b$  unità del bene 1. Di conseguenza, l'utilità di entrambi gli individui aumenta quando 1 unità del bene 1 viene scambiata con una quantità del bene 2 maggiore di  $b$  unità. Per ipotesi,  $a$  è maggiore di  $b$  e quindi uno spostamento lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società incrementa l'utilità dei due individui e la società migliora il proprio benessere aumentando la produzione del bene 2 e riducendo quella del bene 1.

**Supponiamo che  $a$  sia minore di  $b$ .**  $a$  rappresenta sempre il saggio marginale (tecnico) di sostituzione lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società. Rinunciando alla produzione di 1 unità del bene 1, la società può produrre  $a$  unità aggiuntive del bene 2 o, alternativamente, dalla rinuncia a produrre 1 unità del bene 2, si ottengono  $1/a$  unità aggiuntive di bene 1.  $b$  è il valore del saggio marginale di sostituzione dei due individui in corrispondenza dell'equilibrio concorrenziale. Il valore  $b$  indica che sia A e che B non vedono variare il proprio livello di utilità quando scambiano il consumo di 1 unità di bene 1 con il consumo di  $b$  unità del bene 2 o, alternativamente, se scambiano il consumo di 1 unità di bene 2 con il consumo di  $1/b$  unità del bene 1. Di conseguenza, l'utilità di entrambi gli individui aumenta quando 1 unità del bene 2 viene scambiata con una quantità del bene 1 maggiore di  $1/b$  unità. Per ipotesi,  $a$  è maggiore di  $1/b$  e quindi uno spostamento lungo la frontiera delle possibilità di produzione della società incrementa l'utilità dei due individui e la società migliora il proprio benessere aumentando la produzione del bene 1 e riducendo quella del bene 2.

(Se la frontiera delle possibilità di produzione della società comprende un punto d'angolo, la condizione di eguaglianza appena esposta può non essere soddisfatta nell'equilibrio. Il saggio marginale tecnico di sostituzione salta da un valore ad un altro nel punto d'angolo e questo definisce il punto di equilibrio se il SMS dei due individui nell'equilibrio concorrenziale in corrispondenza del punto d'angolo è compreso tra questi due valori.)

La matematica necessaria per derivare la condizione di equilibrio è troppo complessa per essere presa in considerazione in questa sede. E' molto importante comunque che sia chiara l'interpretazione delle nostre conclusioni.

### ***15.6: Riassunto***

In questo capitolo abbiamo determinato la condizione da soddisfare perché il punto scelto dalla società sulla frontiera delle possibilità di produzione sia quello ottimale.

*L'ottimo globale richiede che il tasso marginale di sostituzione (tecnico) sia uguale al saggio marginale di sostituzione di ciascun individuo (e che questi siano uguali in corrispondenza dell'equilibrio concorrenziale).*



## **INTERLUDE**

We now have a chapter of a different kind – one not on theory but on empirical applications of what we have done. The purpose of the chapter is to show that the theory has an empirical validity and to show that it is useful for policy purposes.

## Capitolo 16: Analisi empirica di Domanda, Offerta e Surplus

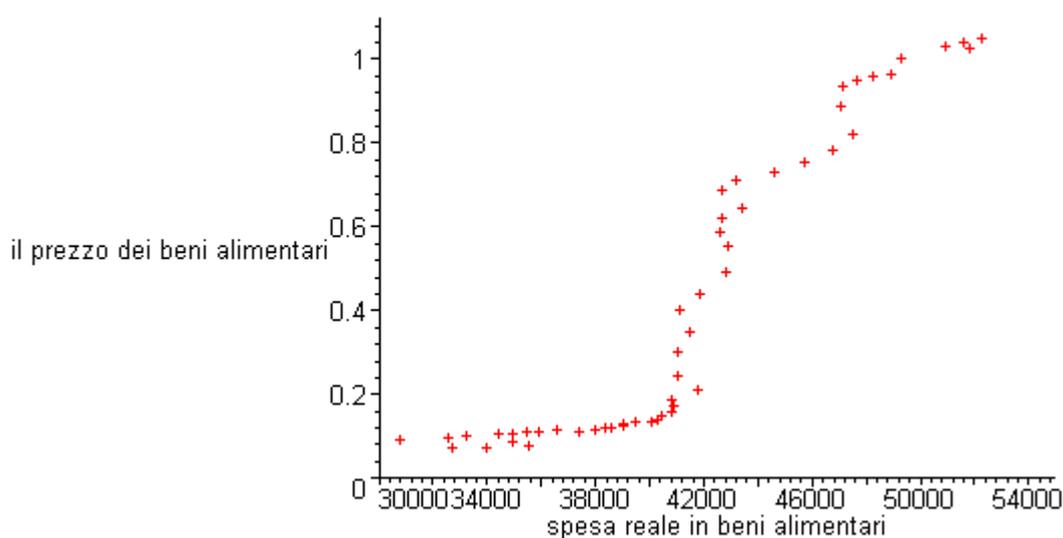
### 16.1: Introduzione

In questo capitolo verifichiamo la consistenza empirica dei concetti teorici esposti nei capitoli precedenti. L'obiettivo che ci proponiamo è applicare la teoria economica alla stima empirica della domanda e dell'offerta. Ci proponiamo di specificare una forma funzionale di domanda e offerta del bene che abbia al tempo stesso una giustificazione teorica ed empirica. La comprensione di questo capitolo richiede la padronanza di alcune nozioni di base di econometria, in particolare la familiarità con il concetto di regressione statistica.

### 16.2: I dati

Il bene oggetto della stima empirica è il complesso dei beni alimentari nel Regno Unito. Tutti i dati utilizzati nelle stime sono di fonte *Economic Trends Annual Supplement (ETAS)*. Questa pubblicazione contiene due serie storiche della Spesa delle Famiglie in Beni Alimentari, una a prezzi correnti (con il codice CCDW) e l'altra a prezzi costanti 1995 (con il codice CCBM). La prima serie di dati misura il valore nominale della spesa delle famiglie, la seconda esprime la stessa variabile in termini reali correggendo per l'inflazione. E' questa seconda variabile che prendiamo in considerazione nelle nostre stime e indicheremo con **RFOD** (**R**eal **e**xpenditure on **F**OOD = spesa reale in beni alimentari). La seconda variabile di interesse è il prezzo dei beni alimentari che si deriva dalle due serie CCDW e CCBM e indicheremo con **PFOD** (**P**rice of **F**OOD = prezzo dei beni alimentari). I dati sono disponibili per il periodo 1948-1999 per un totale di 52 osservazioni. La figura 16.1 contiene il diagramma di dispersione (*scatter plot*) delle due variabili **RFOD** e **PFOD**.

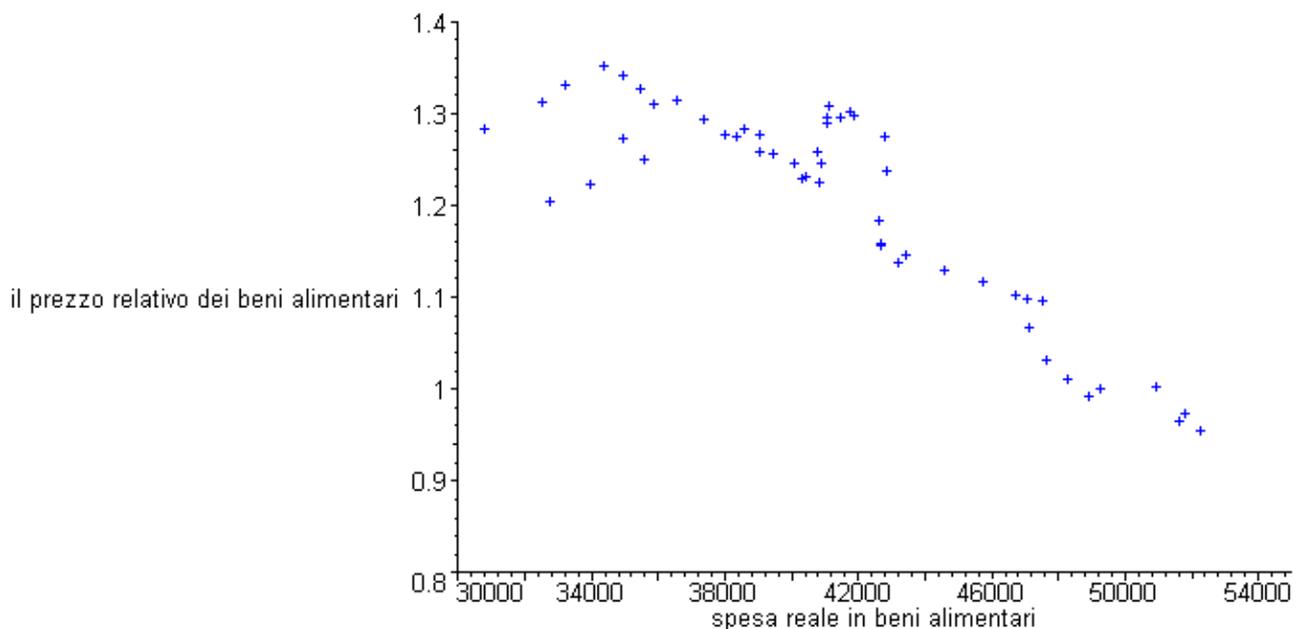
16.1: spesa reale in beni alimentari ed il prezzo 1948-1999



Ogni punto del diagramma mostra la combinazione prezzo-quantità in un anno del periodo 1948-1999. L'insieme dei punti in figura ha una forma simile a quella di una curva di offerta.

Notiamo che il livello dei prezzi tende a crescere di anno in anno ed è quindi necessario correggere la serie dei prezzi per il tasso di inflazione. Per ottenere questa correzione dobbiamo costruire un indice dei prezzi. Il nostro indice dei prezzi è dato dal rapporto tra la spesa totale delle famiglie a prezzi correnti (in codice ABPB) che chiameremo **NALL** (Nominal expenditure on **ALL** commodities = spesa nominale complessiva) e la spesa totale delle famiglie a prezzi costanti (in codice ABPF) che indicheremo con **RALL** (Real expenditure on **ALL** commodities = spesa reale complessiva). Il rapporto tra **NALL** e **RALL** è uguale a **PALL** (Price of **ALL** commodities= prezzo di tutti i beni). Il prezzo relativo dei beni alimentari è dato dal rapporto **PFOD/PALL**. Nella figura 16.2 è rappresentato il diagramma di dispersione di **PFOD/PALL** e **RFOD**.

16.2: spesa reale in beni alimentari ed il prezzo relativo 1948-1999



### 16.3: La domanda di beni alimentari nel Regno Unito

La nuvola di punti nella figura 16.1 sembra avere la forma di una curva di domanda. E' quasi lineare per cui potrebbe essere approssimata da una curva di domanda lineare. Proviamo ora ad applicare i concetti teorici studiati nei capitoli precedenti all'analisi dei dati a nostra disposizione. Chiaramente è difficile pensare ai beni alimentari come beni perfetti sostituti di altri tipi di beni (chiedetevi perché) così come non si può considerarli perfetti complementi di altri beni (chiedetevi ancora perché). Assumiamo che le preferenze siano di tipo Cobb-Douglas: la spesa per il consumo di un bene è sempre pari ad una quota costante del reddito individuale. Ciò implica che **RFOD** deve essere una frazione costante di **NALL/PFOD** (assumendo che l'unico problema decisionale del consumatore sia come ripartire il reddito totale tra vari beni tralasciando le decisioni di risparmio che ancora non abbiamo studiato). Regredendo **RFOD** su **NALL/PFOD** otteniamo:

$$\text{RFOD} = 0.146 \text{ NALL/PFOD} + u \quad \text{log-verosimiglianza} = -568.056$$

(21.0)

Il valore in parentesi è il “t-ratio” ed è significativo. Il coefficiente di NALL/PFOD indica che in media il 14.6% della spesa complessiva per beni di consumo dei consumatori è indirizzata all’acquisto di beni alimentari. Tale valore risulta essere sovrastimato. Nel 1999, infatti, la quota di spesa complessiva per beni alimentari era di poco inferiore al 10%, il che suggerisce che probabilmente non abbiamo specificato correttamente le preferenze individuali. In effetti, l’andamento nel tempo della frazione di spesa totale destinata all’acquisto di beni alimentari è diminuita progressivamente nel periodo osservato, passando da circa il 30% nel 1950 a meno del 10% nel 1999. Questa evidenza implica l’inadeguatezza della specificazione Cobb-Douglas delle preferenze individuali.

La log-verosimiglianza fornisce una misura dell’affidabilità della nostra regressione. La retta stimata sembra approssimare bene la relazione oggetto di studio.

Proviamo ad assumere una forma alternativa delle preferenze, le preferenze Stone-Geary (vedi l’espressione 7.3, capitolo 7). La funzione di domanda corrispondente assume la seguente forma:

$$q_1 = s_1 + a (m - p_1 s_1 - p_2 s_2) / p_1$$

dove il bene 1 rappresenta il nostro bene di interesse (i beni alimentari) e il bene 2 tutti gli altri beni. Indichiamo il prezzo di tutti gli altri beni con **QFOD** (dato dal rapporto **(NALL-NFOD)/(RALL-RFOD)**). La funzione di domanda Stone-Geary è tale che **RFOD** è lineare in **NALL/PFOD** e **QFOD/PFOD** (ovvero, usando la notazione originale,  $q_1$  è una funzione lineare di  $m/p_1$  e  $p_2/p_1$ ). I risultati ottenuti dall’analisi di regressione lineare sono i seguenti:

$$\text{RFOD} = 44491 + 0.065 \text{ NALL/PFOD} - 23426 \text{ QFOD/PFOD} + u$$

(11.4)      (10.8)                      (3.6)

$$\text{log-verosimiglianza} = -446.349 \quad R^2 = .94254 \quad \text{somma dei quadrati dei residui} = 86,932,642$$

I valori in parentesi rappresentano i “t-ratios” dei relativi coefficienti e sono tutti significativi. I livelli di sussistenza sono stimati in £44,491m, equivalenti a £800 pro capite ai prezzi 1995. La stima del coefficiente di **NALL/PFOD** indica che una volta acquistati i livelli di sussistenza dei beni alimentari e degli altri beni, i consumatori spendono in media il 6.5% del proprio reddito residuo in beni alimentari. Questa nuova stima è più realistica della precedente. La log-verosimiglianza di questa forma funzionale è sensibilmente maggiore di quella relativa alla specificazione Cobb-Douglas e il valore di  $R^2$  indica che il 94.2% della variabilità della spesa reale in beni alimentari è spiegata dalla forma funzionale Stone-Geary<sup>57</sup>.

#### **16.4: Simultaneous Bias**

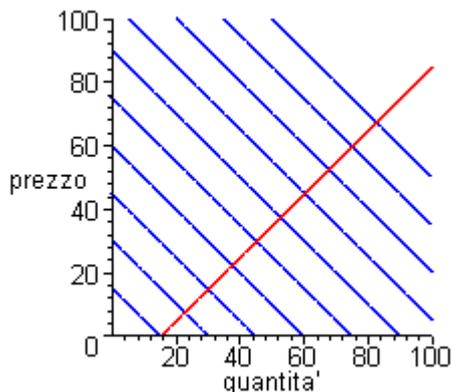
Dovrebbe essere chiaro che i dati sui quali è basata la nostra analisi empirica sono relativi non solo al lato della domanda ma vengono generati dall’interazione di

domanda e offerta dei beni alimentari nell'arco del periodo considerato. La spiegazione delle implicazioni che derivano da questa circostanza richiederebbero il ricorso a concetti di econometria che vanno al di là dei nostri scopi. E' possibile comunque fornire una spiegazione generale della natura del problema.

Come già detto i dati che stiamo utilizzando risultano dall'interazione tra la domanda e l'offerta di beni alimentari. Solo nel caso in cui le due funzioni di domanda e offerta rimangono stabili nel corso del periodo osservato, il loro punto di intersezione è unico. In questo caso avrebbe senso considerare un unico valore stimato per i coefficienti di **RFOD** e **PFOD**. Ma dato che la nostra analisi implica l'osservazione di una combinazione **RFOD** e **PFOD** per ognuno degli anni appartenenti al periodo 1948-1999 - come è chiaro dalle due figure 16.1 e 16.2 - le funzioni di domanda e di offerta possono essere cambiate nell'arco temporale considerato. Vediamo cosa potrebbe essersi verificato.

Supponiamo che solo la funzione di domanda sia cambiata e osserviamo la figura 16.3.

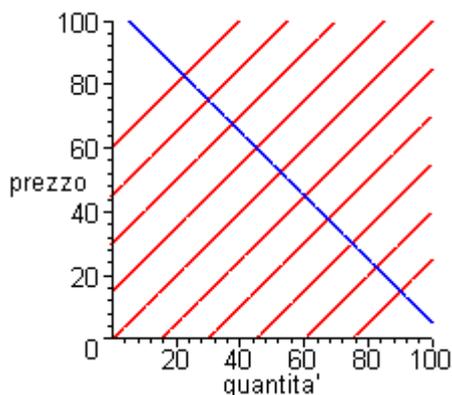
16.3: cambiamenti solo nella curva di domanda



Notiamo che tutti i punti di intersezione tra domanda e offerta appartengono alla curva di offerta: dall'analisi empirica può essere dedotto solo l'andamento della funzione di offerta dei beni alimentari (Non è possibile trarre nessuna conclusione sulla funzione di domanda - come risulta chiaro considerando una famiglia alternativa di curve di domanda con un'inclinazione diversa da quelle disegnate in figura).

Un'altra possibilità è che solo la funzione di offerta sia cambiata. Osserviamo la figura 16.4.

16.4: cambiamenti solo nella curva di offerta



In questo caso l'analisi empirica informa solo sulla forma della curva di domanda.

Dalla teoria economica è noto che variazioni nel reddito (o nella spesa totale) provocano uno spostamento della curva di domanda e che variazioni nei prezzi dei fattori causano un movimento della curva di offerta. I dati disponibili per il periodo oggetto di studio mostrano che nessuna di queste variabili ha avuto un andamento costante. Di conseguenza, anche le funzioni di domanda e offerta si sono mosse. Se questa circostanza non viene presa in considerazione le nostre stime risultano distorte. La stima della funzione di domanda riportata in precedenza deve tener conto del fatto che le variazioni della domanda sono state in parte dovute a spostamenti della curva di offerta.

La correzione delle distorsioni provocate dalla determinazione simultanea di prezzi e quantità richiede l'uso di tecniche di econometria avanzata che non possono essere discusse in questa sede. Basterà dire che la distorsione può essere eliminata utilizzando la procedura di stima delle *Variabili Strumentali* anziché il metodo dei *minimi quadrati*.

Riportiamo di seguito i risultati della stima delle variabili strumentali. Ricordiamo che questa procedura di stima riesce a dar conto del fatto che l'andamento della variabile prezzo sul lato destro dell'equazione stimata è in parte determinato dalle variabili che influenzano l'offerta, cioè il prezzo dei fattori. La nuova procedura di stima (che utilizza il prezzo dei fattori come variabile strumentale come viene discusso più avanti) ha per risultato la seguente equazione della funzione di domanda Stone-Geary per i beni alimentari:

$$\mathbf{RFOD} = 41962 + 0.049 \mathbf{NALL/PFOD} - 14210 \mathbf{QFOD/PFOD} + u$$

**DOMANDA**

$$(8.5) \quad (5.9) \quad (1.6)$$

somma dei quadrati dei residui = 4,450,094

Il valore della spesa di sussistenza in beni alimentari è stimata in £41,962 m. a prezzi costanti 1995. La frazione di reddito residuo destinata al consumo di beni alimentari è pari al 4.9%. La variazione dei valori stimati dei coefficienti è dovuta alla nuova procedura di stima utilizzata. I nuovi risultati ottenuti con la procedura di stima delle variabili strumentali sono quelli sui quali facciamo affidamento.

### ***16.5: L'Offerta di beni alimentari nel Regno Unito***

Assumiamo una funzione di produzione Cobb-Douglas e che l'industria dei beni alimentari sia perfettamente concorrenziale. Nel capitolo sulle curve di costo abbiamo dimostrato che la funzione di costo per una tecnologia Cobb-Douglas in due input è proporzionale alla seguente espressione (vedi l'equazione (12.1)):

$$y^{1/(a+b)} w_1^{a/(a+b)} w_2^{b/(a+b)}$$

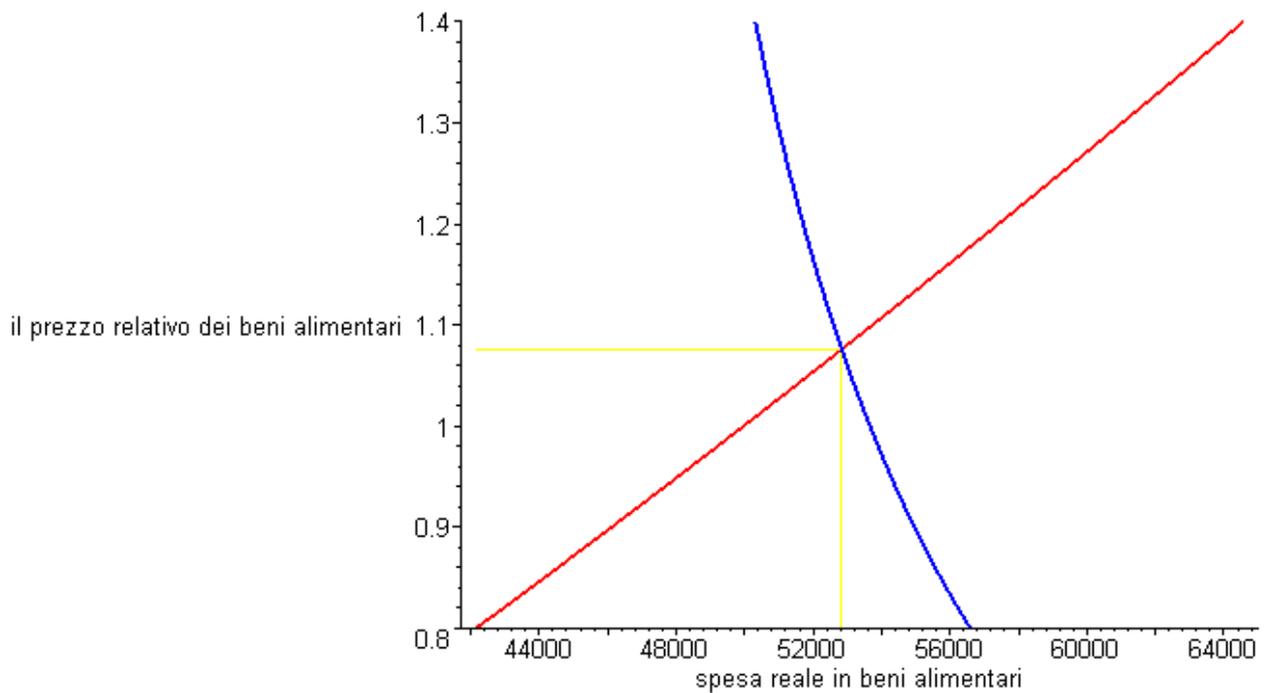
Di conseguenza, la funzione di costo marginale di un'impresa o un'industria con rendimenti di scala decrescenti è proporzionale a:

$$y^{(1-a-b)/(a+b)} w_1^{a/(a+b)} w_2^{b/(a+b)}$$





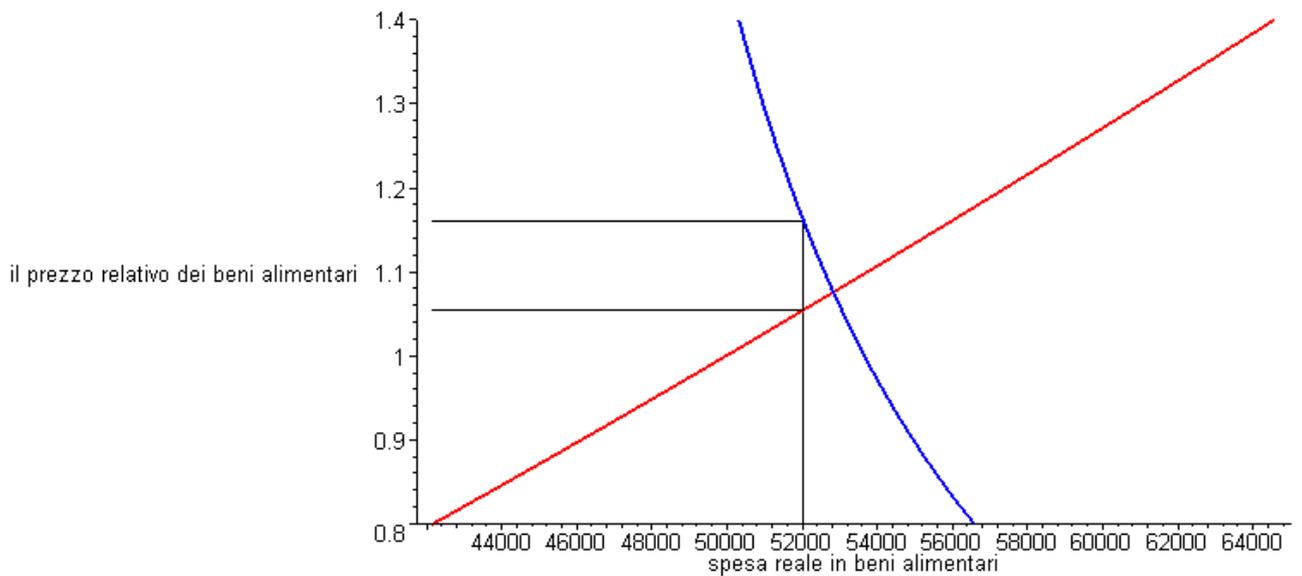
### 16.5: l'equilibrio iniziale



In corrispondenza dell'equilibrio iniziale (prima dell'imposta), i valori assunti dalle variabili **RFOD** e **PFOD** sono rispettivamente 52832 e 1.076; valori molto simili a quelli assunti dalle due variabili nel 1999: **RFOD** = 52277 e **PFOD** = 1.105. Il motivo per cui questi valori non sono identici è che le equazioni stimate di domanda e offerta non si sovrappongono esattamente ai dati reali alla base della stima econometrica.

Assumiamo ora che venga introdotta un'imposta del 10% dalla quale consegue<sup>58</sup> il nuovo equilibrio tra domanda e offerta rappresentato nella figura 16.6.

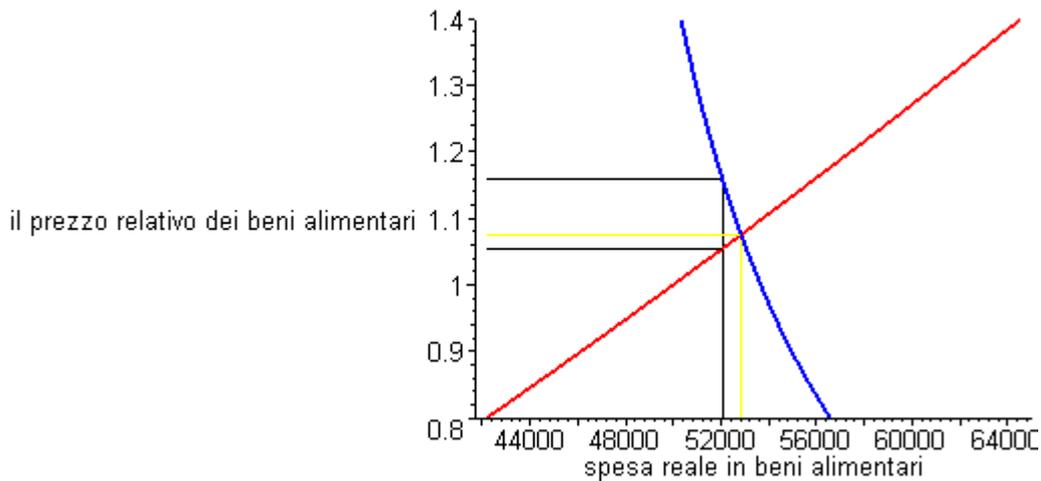
16.6: l'equilibrio nuovo



In corrispondenza del nuovo equilibrio i venditori ricevono un prezzo inferiore e pari a 1.055; il nuovo prezzo di equilibrio pagato dai consumatori è il prezzo 1.160 (il 10% maggiore di quello pagato prima dell'imposta). La differenza tra il prezzo vigente prima dell'imposta e il nuovo livello di prezzo pagato dai consumatori (0.1055) per ogni unità di beni alimentari acquistata viene incamerata dal governo. Nel nuovo equilibrio la quantità scambiata è pari a 52042 (pari a circa il -1.5%). La riduzione della domanda è relativamente modesta perché la domanda di beni alimentari è poco sensibile alle variazioni di prezzo. I consumatori subiscono le conseguenze negative dell'imposta e il prezzo che pagano sale da 1.076 a 1.160, per un incremento percentuale pari a circa il 7.8%. La diminuzione del prezzo ricevuto dai venditori è più modesto, riducendosi da 1.076 a 1.055 (per una diminuzione in termini percentuali dell'1.98%).

Per verificare le implicazioni dell'introduzione dell'imposta in termini di surplus di venditori e compratori osserviamo la figura 16.7.

### 16.7: la calcolo della variazione nei surplus



La perdita di surplus sofferta dai compratori è pari all'area compresa tra il prezzo vigente prima dell'introduzione dell'imposta, il nuovo prezzo e la curva di domanda. Questa area è uguale approssimativamente a  $(1.160 - 1.076) * (52042 + 52832) / 2 = 4405$ , la sua misura esatta (ottenuta calcolando l'integrale) è £4,423m che, assumendo una popolazione di 55 milioni di abitanti, equivale a £80 procapite a prezzi costanti 1995.

La perdita di surplus dei venditori è data dall'area compresa tra il prezzo ricevuto prima dell'introduzione dell'imposta, il nuovo prezzo e la curva di offerta. Questa area è pari approssimativamente a  $(1.076 - 1.055) * (52042 + 52832) / 2 = 1101$  e la sua misura esatta (ottenuta calcolando l'integrale) è £1.106m a prezzi costanti 1995. La perdita complessiva di surplus è di £5.529 a prezzi costanti 1995.

Il gettito complessivo - per 0.0155 su ognuna delle 52042 unità di beni alimentari scambiate - è pari a £5,488 a prezzi costanti 1995. La differenza tra il gettito complessivo e la perdita totale di surplus di compratori e venditori è di £41m e definisce *la perdita netta della società*, un concetto che verrà discusso nel capitolo 27. La perdita netta della società è misurata dall'area compresa tra la curva di offerta, la curva di domanda e la retta verticale tracciata in corrispondenza della nuova quantità. Questa perdita risulta abbastanza contenuta perché la domanda di beni alimentari è poco sensibile alle variazioni di prezzo.

#### **16.7: Riassunto**

In questo capitolo abbiamo applicato i concetti teorici esposti nei capitoli precedenti all'analisi empirica delle curve di domanda e offerta. Abbiamo: *stimato la curva di domanda utilizzando la teoria economica e l'econometria; stimato la curva di offerta utilizzando la teoria economica e l'econometria; accennato ai problemi econometrici che si incontrano quando si analizza un sistema simultaneo di equazioni; Utilizzato le equazioni stimate di domanda e offerta per studiare le conseguenze dell'imposizione di un'imposta.*

## Appendice: Dati e fonte dei dati statistici

| YEAR | NLI   | NALL   | RALL   | RFOD  | NFOD  | PALL   | PFOD   | PMAF | PUW  |
|------|-------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|------|------|
| 1948 | .     | 8417   | 142958 | 32737 | 2320  | 0.0589 | 0.0708 | .    | .    |
| 1949 | .     | 8771   | 145251 | 33977 | 2508  | 0.0604 | 0.0738 | .    | .    |
| 1950 | .     | 9257   | 149082 | 35572 | 2758  | 0.0621 | 0.0775 | .    | .    |
| 1951 | .     | 9998   | 147049 | 34938 | 3022  | 0.0680 | 0.0864 | .    | .    |
| 1952 | .     | 10526  | 147017 | 30760 | 2824  | 0.0716 | 0.0918 | .    | .    |
| 1953 | .     | 11226  | 153393 | 32533 | 3122  | 0.0732 | 0.0959 | .    | .    |
| 1954 | .     | 11906  | 159716 | 33210 | 3295  | 0.0745 | 0.0992 | .    | .    |
| 1955 | .     | 12832  | 166245 | 34385 | 3585  | 0.0772 | 0.1042 | .    | .    |
| 1956 | .     | 13494  | 167041 | 34941 | 3787  | 0.0808 | 0.1083 | .    | .    |
| 1957 | .     | 14227  | 170434 | 35466 | 3928  | 0.0834 | 0.1107 | .    | .    |
| 1958 | .     | 15013  | 175182 | 35893 | 4028  | 0.0856 | 0.1122 | .    | .    |
| 1959 | .     | 15802  | 182697 | 36580 | 4157  | 0.0864 | 0.1136 | .    | .    |
| 1960 | .     | 16573  | 189586 | 37366 | 4225  | 0.0874 | 0.1130 | .    | .    |
| 1961 | .     | 17422  | 193663 | 37985 | 4366  | 0.0899 | 0.1149 | .    | .    |
| 1962 | .     | 18438  | 197837 | 38366 | 4560  | 0.0931 | 0.1188 | .    | .    |
| 1963 | 5.30  | 19565  | 206304 | 38568 | 4689  | 0.0948 | 0.1215 | .    | .    |
| 1964 | 5.80  | 20868  | 212644 | 39041 | 4889  | 0.0981 | 0.1252 | .    | .    |
| 1965 | 6.43  | 22151  | 215002 | 39016 | 5059  | 0.1030 | 0.1296 | .    | .    |
| 1966 | 6.91  | 23391  | 218707 | 39445 | 5297  | 0.1069 | 0.1342 | .    | .    |
| 1967 | 6.80  | 24579  | 223851 | 40094 | 5485  | 0.1098 | 0.1368 | .    | .    |
| 1968 | 7.54  | 26451  | 230135 | 40303 | 5696  | 0.1149 | 0.1413 | .    | .    |
| 1969 | 9.05  | 28054  | 231201 | 40418 | 6035  | 0.1213 | 0.1493 | .    | .    |
| 1970 | 9.21  | 30547  | 237739 | 40824 | 6429  | 0.1284 | 0.1574 | .    | .    |
| 1971 | 8.85  | 34250  | 245429 | 40861 | 7105  | 0.1395 | 0.1738 | .    | .    |
| 1972 | 8.90  | 38780  | 261277 | 40789 | 7614  | 0.1484 | 0.1866 | .    | .    |
| 1973 | 10.71 | 44360  | 275705 | 41770 | 8751  | 0.1608 | 0.2095 | .    | .    |
| 1974 | 14.77 | 51126  | 271228 | 41038 | 10028 | 0.1884 | 0.2443 | 32.0 | .    |
| 1975 | 14.39 | 62881  | 270421 | 41050 | 12313 | 0.2325 | 0.2999 | 35.3 | .    |
| 1976 | 14.43 | 73060  | 271477 | 41484 | 14459 | 0.2691 | 0.3485 | 44.3 | .    |
| 1977 | 12.73 | 83504  | 270434 | 41126 | 16596 | 0.3087 | 0.4035 | 50.5 | .    |
| 1978 | 12.47 | 96368  | 284901 | 41879 | 18373 | 0.3382 | 0.4387 | 50.5 | .    |
| 1979 | 12.99 | 114458 | 297453 | 42812 | 20988 | 0.3847 | 0.4902 | 59.0 | 43.4 |
| 1980 | 13.78 | 132663 | 297256 | 42866 | 23655 | 0.4462 | 0.5518 | 69.3 | 53.0 |
| 1981 | 14.74 | 147120 | 297237 | 42591 | 24946 | 0.4949 | 0.5857 | 78.5 | 58.2 |
| 1982 | 12.88 | 160997 | 299810 | 42694 | 26490 | 0.5369 | 0.6204 | 83.4 | 66.7 |
| 1983 | 10.80 | 176881 | 313648 | 43416 | 28061 | 0.5639 | 0.6463 | 88.1 | 67.7 |
| 1984 | 10.69 | 189244 | 319357 | 42676 | 29274 | 0.5925 | 0.6859 | 96.6 | 70.0 |
| 1985 | 10.62 | 206600 | 331404 | 43213 | 30657 | 0.6234 | 0.7094 | 96.6 | 74.0 |
| 1986 | 9.87  | 228848 | 353831 | 44572 | 32574 | 0.6467 | 0.7308 | 81.0 | 76.9 |
| 1987 | 9.47  | 251143 | 372601 | 45709 | 34402 | 0.6740 | 0.7523 | 82.6 | 78.6 |
| 1988 | 9.36  | 283425 | 400427 | 46745 | 36491 | 0.7078 | 0.7806 | 84.5 | 80.8 |
| 1989 | 9.58  | 310493 | 413498 | 47538 | 39143 | 0.7508 | 0.8234 | 89.1 | 84.8 |
| 1990 | 11.08 | 336492 | 415788 | 47055 | 41817 | 0.8092 | 0.8886 | 88.5 | 90.4 |

|             |      |        |        |       |       |        |        |       |       |
|-------------|------|--------|--------|-------|-------|--------|--------|-------|-------|
| <b>1991</b> | 9.92 | 357785 | 408309 | 47114 | 44044 | 0.8762 | 0.9348 | 86.6  | 94.8  |
| <b>1992</b> | 9.12 | 377147 | 410026 | 47664 | 45193 | 0.9198 | 0.9481 | 86.3  | 95.0  |
| <b>1993</b> | 7.87 | 399108 | 420081 | 48282 | 46334 | 0.9500 | 0.9596 | 90.2  | 94.8  |
| <b>1994</b> | 8.05 | 419262 | 431462 | 48931 | 47122 | 0.9717 | 0.9630 | 91.9  | 95.3  |
| <b>1995</b> | 8.26 | 438453 | 438453 | 49274 | 49274 | 1.0000 | 1.0000 | 100.0 | 100.0 |
| <b>1996</b> | 8.10 | 467841 | 454686 | 50931 | 52513 | 1.0289 | 1.0310 | 98.8  | 105.4 |
| <b>1997</b> | 7.09 | 498307 | 472701 | 51786 | 53188 | 1.0541 | 1.0270 | 90.6  | 109.2 |
| <b>1998</b> | 5.45 | 530851 | 491378 | 51627 | 53789 | 1.0803 | 1.0418 | 82.5  | 114.6 |
| <b>1999</b> | 4.70 | 564369 | 512864 | 52277 | 54862 | 1.1004 | 1.0494 | 83.7  | 115.0 |

## Serie storiche grezze

**ABPB** Spesa delle famiglie: Spesa totale delle famiglie in beni di consumo (p.correnti) NALL

**ABPF** Spesa delle famiglie: Spesa totale delle famiglie in beni di consumo: RALL  
(p.costanti 1995)

**CCBM** Spesa delle famiglie: Spesa delle famiglie in beni alimentari (p. costanti 1995) RFOD

**CCDW** Spesa delle famiglie: Spesa delle famiglie in beni alimentari (p. correnti) NFOD

**AJLX** BGS : tasso di interesse nominale di lungo periodo (20 anni) NLI

**LNNK** UWC : per l'intera economia (1995=100) PUW

**PLKW** PPI: 6292000000: acquisti di "Mat. prime e comb." Dell'ind. Manifatturiera PMAF

## Serie storiche elaborate

Indice dei prezzi totale NALL/RALL  
PALL

Indice dei prezzi dei beni alimentari NFOD/RFOD  
PFOD

Indice dei prezzi dei non beni alimentari (NALL-NFOD)/(RALL-RFOD)  
QFOD

## Valore delle variabili al 1999

NALL 564369  
PALL 1.10043  
PMAF 83.7  
NLI 4.7  
PUW 115  
PFOD 1.104945  
RFOD 52277

QFOD

1.106

