PERCORSO SUI PRINCIPALI CONCETTI ECONOMICI
① IL COMPORTAMENTO DELL'AGENTE ECONOMICO

L'agente economico:
* razionalità (persegue una funzione obiettivo)
* conoscenza (della propria funzione obiettivo e dell'ambiente in cui deve operare)
* capacità di calcolo
* self interest

Per poter rappresentare una funzione obiettivo per il consumatore si assume che le preferenze soddisfino:
- ⇨ completezza
- ⇨ riflessività
- ⇨ transitività (grazie a questa ipotesi le curve di indifferenza non si incrociano)
- ⇨ monotonicità o non sazietà (grazie a questa ipotesi le curve di indifferenza sono inclinate negativamente)
- ⇨ convessità o preferenza per la diversità (grazie a questa ipotesi un paniere intermedio è sempre preferito agli estremi, ovvero i beni presentano utilità marginale decrescente).

In forma generale una **FUNZIONE DI UTILITÀ** viene indicata come $U = f(x_1, x_2, ..., x_n)$ che associa per ogni punto dello spazio a n dimensione un livello di soddisfazione individuale. Si noti che il self-interest richiede che il mio benessere dipende solo da quanto consumo io (assenza di esternalità).

Esempi di funzioni (esplicite) di utilità:

perfetti sostituti	$U = x_1 + x_2$
perfetti complementi	$U = \min(x_1, x_2)$
Cobb-Douglas	$U = x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$
quasi lineari	$U = \log(x_1) + x_2$ oppure $U = x_1 + x_2^2$

L'insieme delle possibilità di consumo è dato dal reddito spendibile m e dal prezzo di acquisto dei beni $(p_1, p_2, ..., p_n)$. Il vincolo di bilancio richiede che $m \geq \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$.

Definiamo allora come **insieme opportunità** l'insieme dei panieri che sono accessibili al reddito del consumatore, ovvero che soddisfano $m \geq p_1 x_1 + p_2 x_2 + ... + p_n x_n$. Il reddito e i prezzi sono **dati** (parametri) del problema: la scelta ottima del consumatore sarà quindi paramtrizzata su questi dati.

Il consumatore scelgie il paniere di beni (cioè la combinazione di consumo) che gli assicura il livello più elevato di soddisfazione compatibile con il suo reddito spendibile. In simboli

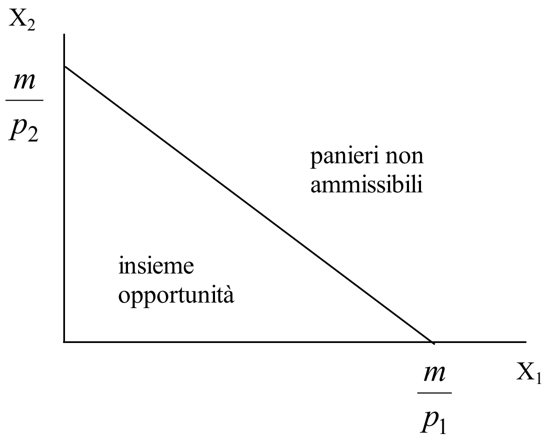
$$\max_{x_1, x_2, ..., x_n} U(x_1, x_2, ..., x_n) \text{ condizionatamente a } m \geq \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$$

Nel caso di due soli beni la condizione diventa

$$m \geq p_1 x_1 + p_2 x_2$$

Si può rappresentare le combinazioni di beni che stanno sotto la retta di bilancio come

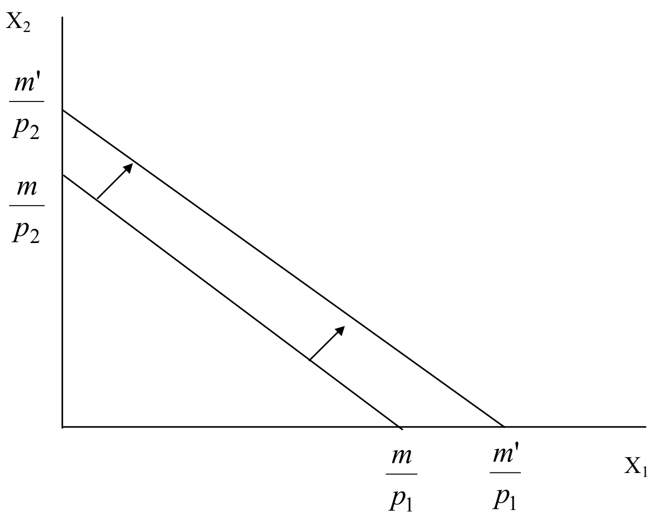
$$m = p_1 x_1 + p_2 x_2 \qquad \Leftrightarrow \qquad x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$$



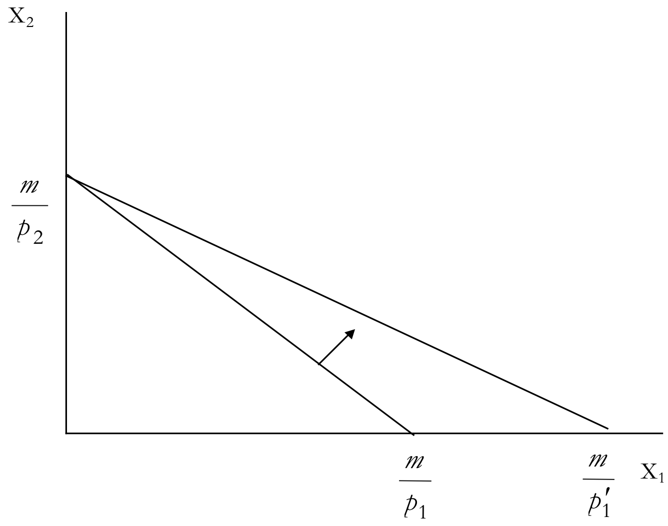
Si noti che le intercette coincidono con la situazione in cui tutto il reddito viene spese in uno solo dei due beni. Se m è il **reddito nominale**, $\frac{m}{p_1}$ è il **reddito reale** (in termini del bene 1), ovvero il potere d'acquisto di questo reddito. La frontiera dell'insieme delle opportunità di consumo è chiamato **VINCOLO DI BILANCIO**.

La pendenza del vincolo di bilancio, pari a $\frac{p_1}{p_2}$, è data dai prezzo relativo del bene 1 in rapporto al bene 2, ovvero ci dice quanto vale il bene 1 rispetto al bene 2 (cioè quante unità del bene 1 posso comprare quando rinuncio ad una unità del bene 2).

Il vincolo di bilancio varia al variare del reddito disponibile m o dei prezzi di acquisto (relativo) dei beni. Un aumento del reddito spendibile $\Delta m > 0$ aumenta la dimensione dell'insieme opportunità.



Una riduzione del prezzo di acquisto di un bene (per esempio $\Delta p_1 < 0$) aumenta il potere d'acquisto del reddito spendibile principalmente lungo quella dimensione.



Una variazione di reddito e prezzi della stessa entità percentuale (per esempio un aumento di π per cento in periodo di inflazione) non modifica l'insieme opportunità. Infatti

$$m(1+\pi) = p_1(1+\pi)x_1 + p_2(1+\pi)x_2$$

$$\frac{m(1+\pi)}{1+\pi} = \frac{p_1(1+\pi)x_1}{1+\pi} + \frac{p_2(1+\pi)x_2}{1+\pi}$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2$$

Queste proprietà si estendono al caso di n beni. Si può sempre pensare che $(n-1)$ beni costituiscano un ipotetico bene composito (ovvero il reddito restante da spendere sugli altri beni, con prezzo unitario) che chiamiamo Y. In questo caso il vincolo di bilancio diventa $m = p_1x_1 + Y$.

Una **curva di indifferenza** è la combinazione dei beni che assicura $U = \text{costante}$. Essa ci permette di studiare a quale ritmo si scambino tra di loro due beni, ovvero come siano valutati in senso relativo dal consumatore. Questo concetto prende nome di **saggio marginale di sostituzione** (MRS).

Il MRS si ottiene dal differenziale totale della funzione di utilità $U(x_1, x_2)$:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}dx_2$$

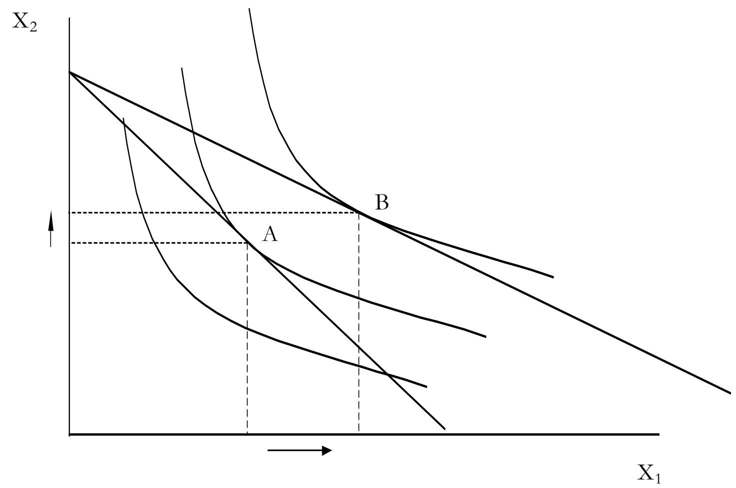
Lungo una curva di indifferenza $dU = 0$ ovvero

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = -\frac{\text{utilità marginale } x_1}{\text{utilità marginale } x_2} = \text{MRS}$$

La **scelta ottima** del consumatore è data dal punto associato alla curva di indifferenza più alta appartenente al vincolo di bilancio (=frontiera dell'insieme ammissibile).

Nel punto **A** il MRS è uguale a $\frac{p_1}{p_2}$, ovvero la valutazione soggettiva del consumatore coincide con quella oggettiva del mercato ⇨ non vi sono incentivi a cambiare scelta.

Se varia il vincolo di bilancio (per esempio p_1 diminuisce) cambia la scelta ottima (passaggio da **A** a **B).**



In modo più rigoroso formalmente, il consumatore risolve il seguente problema

$$\max_{x_1,x_2} U(x_1,x_2) \text{ sotto il vincolo } p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

Esprimendo il vincolo in termini di

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1$$

e sostituendo nella funzione massimizzanda otteniamo

$$\max_{x_1} U\left(x_1, \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1\right)$$

che rappresenta un problema di massimizzazione libera in una sola variabile.
Prendendo la derivata prima e azzerandola

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2}\left(-\frac{p_1}{p_2}\right) = 0$$

e risistemandola

$$\text{MRS} = \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_1}}{\dfrac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

che è identica alla condizione geometrica di tangenza vista prima. Essa può essere riscritta come

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_1}}{p_1} = \frac{\dfrac{\partial U}{\partial x_2}}{p_2}$$

che ci dice che il beneficio in termini monetari della scelta al margine di ciascun bene consumato deve essere identico.

Esempio: $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{(1-\alpha)}$

Si tratta di una funzione di utilità di tipo esponenziale, che diventa lineare nei logaritmi. Infatti $\log(U) = \alpha \log(x_1) + (1-\alpha)\log(x_2)$. Viene ampiamente utilizzata in economia, e viene indicata col nome di "funzione Cobb-Duglas" dal nome degli economisti che per primi la hanno introdotta nella formalizzazione delle scelte economiche.

Calcolo il MRS e lo uguaglio ai prezzi

$$\text{MRS} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_1}}{\frac{\partial U}{\partial x_2}} = \frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{(1-\alpha)}}{(1-\alpha) x_1^{\alpha} x_2^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

Insieme al vincolo di bilancio questa condizione di tangenza ci permette di trovare le scelte ottime (sistema di due equazioni in due incognite, x_1 e x_2).

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{(1-\alpha)} \frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \\ p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \end{cases}$$

Esprimendo la prima condizione come

$$p_1 x_1 = \frac{\alpha}{(1-\alpha)} p_2 x_2$$

e sostituendo nella seconda trovo

$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)} p_2 x_2 + p_2 x_2 = \frac{1}{(1-\alpha)} p_2 x_2 = m$$

ovvero

$$x_2 = (1-\alpha) \frac{m}{p_2} = f(m, p_2)$$

e analogamente risostituendo nella condizione di tangenza

$$x_1 = \alpha \frac{m}{p_1} = f(m, p_1)$$

Questa è una proprietà generale delle funzioni di utilità esponenziali: la scelta ottima è associata ad una quota di spesa sul reddito costante. Infatti

$$\alpha = \frac{p_1 x_1}{m} \text{ e } (1-\alpha) = \frac{p_2 x_2}{m}$$

Questa proprietà è valida solo se la somma degli esponenti nella funzione esponenziale è pari ad 1. Alternativamente occorre trasformare la funzione di utilità per ricondurla a questo caso.

Se per esempio viene assegnata la funzione di utilità $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta,\ \alpha + \beta \neq 1$, posso sempre immaginare una trasformazione della mia utilità che mi dia una funzione esponenziale con somma unitaria degli esponenti

$$V(x_1, x_2) = U^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = x_1^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} x_2^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

e quindi le domande ottimali che ne conseguono sono date da

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot \frac{m}{p_1}$$
$$\frac{p_2 x_2}{m} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot \frac{m}{p_2}$$

Questa proprietà delle funzioni di utilità Cobb-Douglas è generale, e vale anche per il caso con n beni.

Altri esempi:

⇨ se perfetti sostituti

$$U = x_1 + x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = \begin{cases} 0 & p_1 > p_2 \\ \forall x_1 \in (0, m / p_1) & p_1 = p_2 \\ m / p_1 & p_1 < p_2 \end{cases}$$

⇨ se perfetti complementi

$$U = \min(x_1, x_2) \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = x_2 = \frac{m}{p_1 + p_2}$$

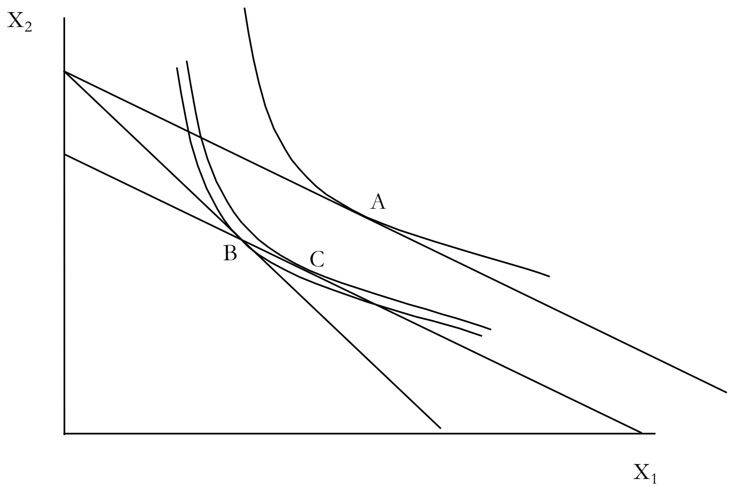
⇨ se preferenze quasi-lineari

$$U = \log(x_1) + x_2 \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = \frac{p_2}{p_1}; \qquad x_2 = \frac{m}{p_2} - 1$$

⇨ se preferenze CES (constant elasticity of substitution)

$$U = \left[x_1^\alpha + x_2^\alpha\right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = \frac{p_1^{\frac{1}{\alpha-1}}}{p_1^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + p_2^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}} m\ ; \ \ x_2 = \frac{p_2^{\frac{1}{\alpha-1}}}{p_1^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} + p_2^{\frac{\alpha}{\alpha-1}}} m$$

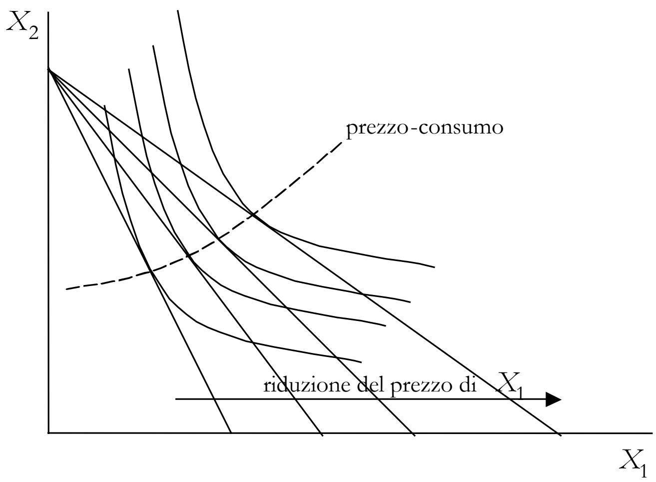
Applicazione: a parità di gettito (**B** e **C** appartengono allo stesso vincolo di bilancio), è meglio la tassazione del reddito (*lump sum tax*) (passaggio da **A** a **C**) che la tassazione di un singolo bene (passaggio da **A** a **B**).

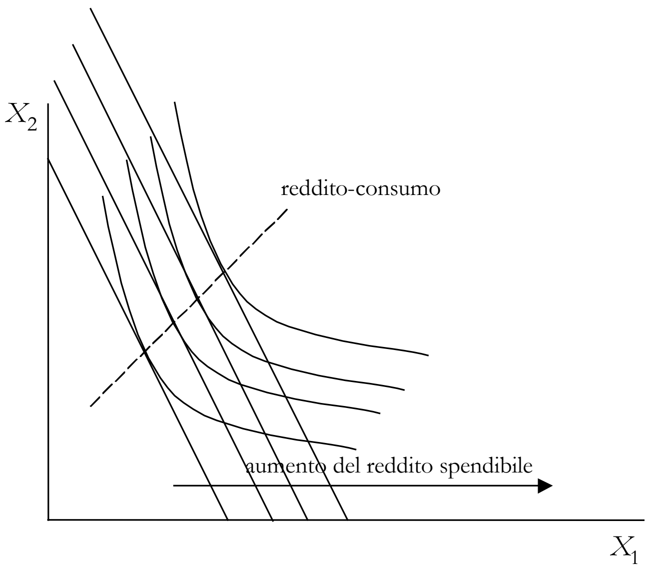


Le quantità desiderate ottimamente dipendono

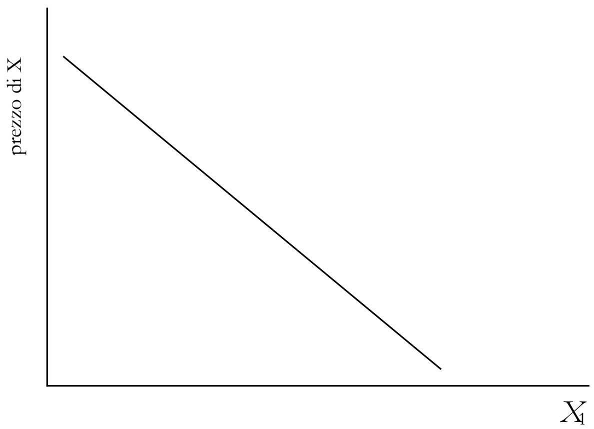
☒ dal potere d'acquisto dei consumatori
☒ dal prezzo relativo dei beni

Questo può essere visualizzato dalla curva **prezzo-consumo** da cui esplicitiamo la **curva di domanda del bene** (da parte del singolo consumatore). Si mantengono costanti il reddito ed i prezzi degli altri beni.

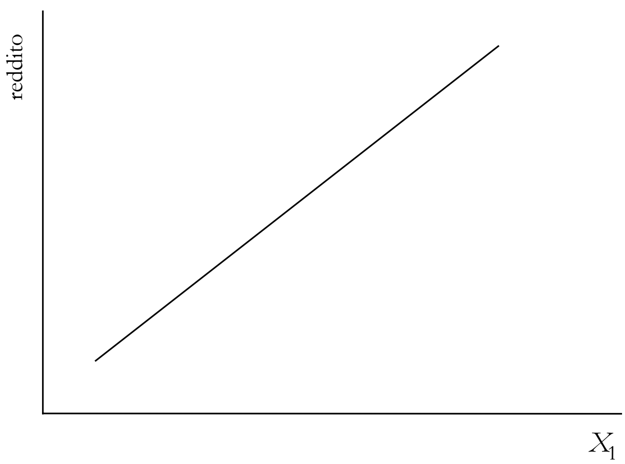




Nei grafici **prezzo-consumo** e **reddito-consumo** si osserva l'evoluzione della domanda di entrambi i beni al variare dei parametri. Se isoliamo un solo bene, otteniamo la **curva di domanda** (variazione della quantità desiderata al variare del proprio prezzo e a reddito dato e costante) e la **curva di Engel** (variazione della quantità desiderata al variare del reddito per dati prezzi di acquisto).



curva di domanda



curva di Engel

Questo è coerente con quanto abbiamo trovato in riferimento alla scelta ottima. Infatti nell'esempio siamo partiti da

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{(1-\alpha)}$$

e siamo arrivati a

$$x_1 = \alpha \frac{m}{p_1} = f\left(\underset{+}{m}, \underset{-}{p_1}\right)$$

Per descrivere la caratteristiche della domanda di un bene generico, ed in particolare l'effetto che una variazione di un parametro (reddito, prezzo) produce sulla quantità desiderata si utilizza il concetto di **elasticità**.

L'elasticità è data dal rapporto tra due variazioni percentuali, e quindi è indipendente dall'unità di misura delle variabili.

Consideriamo l'elasticità della domanda al reddito, che indichiamo come η_m. Essa indica di quanto varia la quantità desiderata dai consumatori al variare del loro reddito, ovvero

$$\eta_m = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta m}{m}} = \frac{\Delta x_1}{\Delta m} \cdot \frac{m}{x_1} \xrightarrow[\Delta m \to 0]{} = \frac{dx_1}{dm} \cdot \frac{m}{x_1}$$

Per esempio, se la funzione di utilità è del tipo Cobb-Douglas $U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, sappiamo che la domanda ottimale sarà del tipo

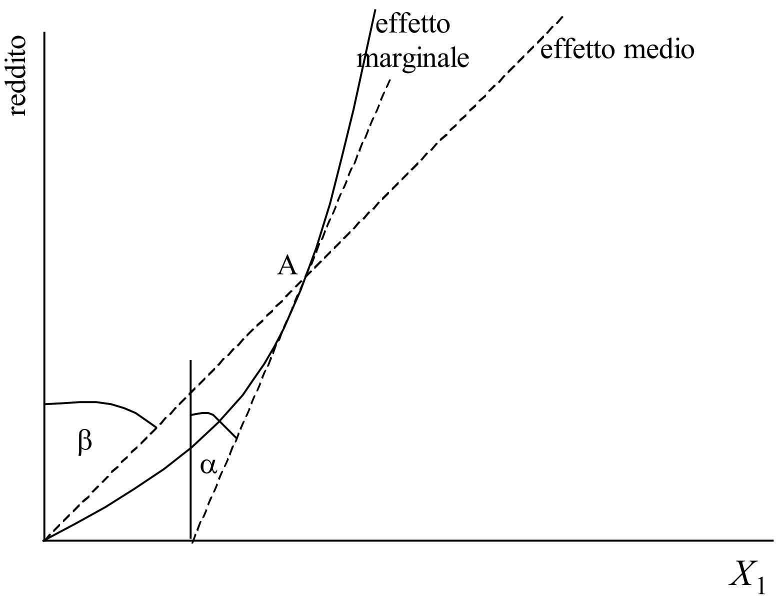
$$x_1 = \alpha \frac{m}{p_1}$$

Allora l'elasticità sarà data da

$$\eta_m = \frac{dx_1}{dm} \cdot \frac{m}{x_1} = \frac{\alpha}{p_1} \cdot \frac{m}{\alpha \frac{m}{p_1}} = 1$$

Ma questo corrisponde esattamente al caso di quote di spesa sul reddito costanti.

Osserviamo che l'elasticità può essere pensata come rapporto tra impatto marginale $\frac{\Delta x_1}{\Delta m}$ ed impatto medio $\frac{x_1}{m}$, ed infatti può essere letto geometricamente in questo modo: $\eta_m = \frac{\alpha}{\beta}$.

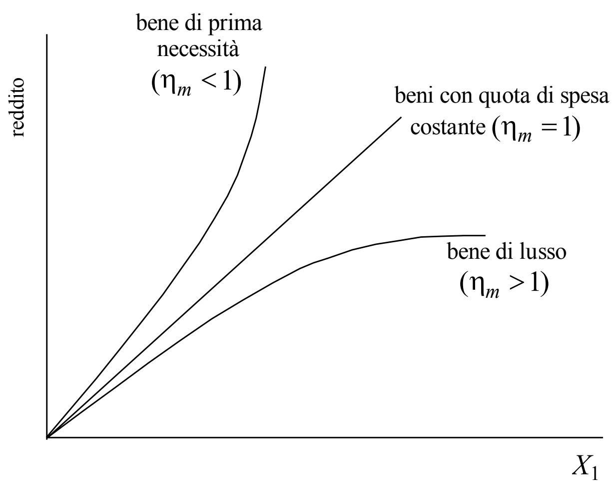


Quando l'effetto marginale è inferiore a quello medio, ovvero $\eta_m < 1$, l'ulteriore aumento del reddito fa crescere la quantità domandata ad un ritmo inferiore.

Possiamo così classificare i beni in questo modo:

* $\eta_m < 1$: ***beni di prima necessità***
* $\eta_m > 1$: ***beni di lusso***
* $\eta_m = 1 \Leftrightarrow x_1 = m \cdot \text{costante}$

In tutti i casi definiamo ***beni normali*** quelli per cui $\eta_m > 0$. Ci sono anche beni per i quali $\eta_m < 0$. Sono i ***beni inferiori***, cioè quei beni che vengono abbandonati non appena ce lo si può permettere (esempio: uso del mezzo pubblico). In questo caso la curva di Engel è inclinata negativamente.

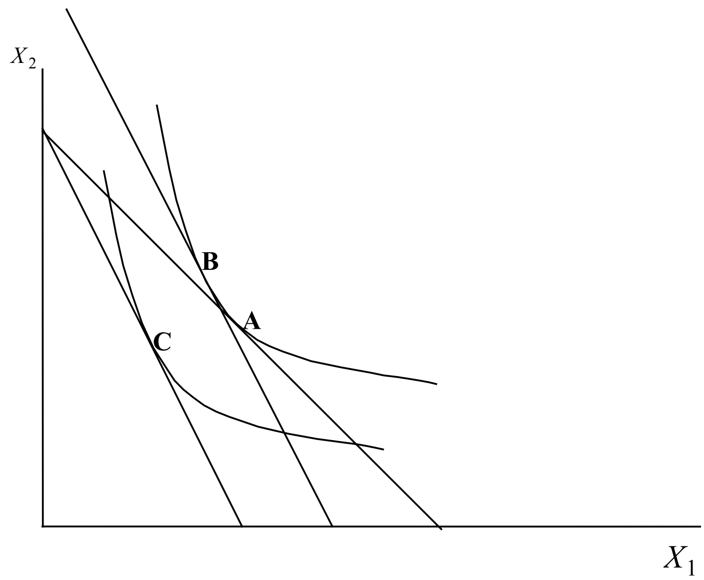


Analogamente si può analizzare l'effetto di una variazione del prezzo sulla domanda, attraverso l'elasticità al prezzo

$$\eta_p = \frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1} \xrightarrow[\Delta p_1 \to 0]{} = \frac{dx_1}{dp_1} \cdot \frac{p_1}{x_1}.$$

Poiché il primo fattore è tipicamente negativo, si definiscono ***beni ordinari*** i beni per cui $\eta_p < 0$.

Ma da cosa dipende questa relazione negativa ?
Immaginiamo che aumenti il prezzo e che si riduca la quantità consumata. Ciò sarà dovuto alla composizione di due effetti:
➦ al maggior costo opportunità nel consumo di quel bene, che rende conveniente spostarsi a consumare beni equivalenti ma meno cari (effetto **sostituzione**)
➦ al minor potere d'acquisto a seguito dell'aumento dei prezzi (effetto **reddito**).



Analizziamo l'effetto di $\Delta p_{x_1} > 0$. L'effetto finale è **A→C**, che però si decompone in

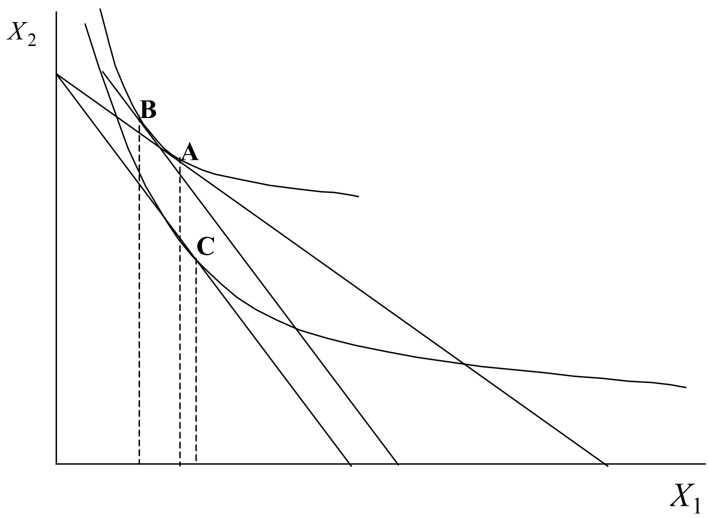
A→B: effetto di sostituzione (compensiamo fittiziamente il consumatore per assicurargli lo stesso livello di soddisfazione = stessa curva di utilità – equivale a tassare e restituire il provento della tassazione)

B→C: effetto di reddito (annulliamo l'aumento fittizio del reddito)
Per i beni normali (dove quindi $\eta_m > 1$) l'effetto di sostituzione e l'effetto di reddito operano nella stessa direzione:

un aumento del prezzo riduce il consumo desiderato
- **per EFFETTO SOSTITUZIONE in quanto è più conveniente consumare beni alternativi**
- **per EFFETTO REDDITO perché riduce il potere d'acquisto e quindi le possibilità di consumo.**

Tuttavia vi sono i beni inferiori, per i quali $\eta_m < 0$. In questo caso effetto di sostituzione ed effetto di reddito operano in direzioni opposte ⇨ diventa possibile il caso per cui un aumento del prezzo produce un aumento del consumo del bene.

Il passaggio **A→B** (effetto di sostituzione) riduce il consumo a seguito di aumento del prezzo, ma il passaggio **B→C** (effetto di reddito) aumenta il consumo se si tratta di bene inferiore.
Quando l'effetto di reddito è più elevato dell'effetto di sostituzione, abbiamo curve di domanda inclinate positivamente (beni di Giffen).



I beni di Giffen sono quindi dei beni inferiori, ma non tutti i beni inferiori sono beni di Giffen.

Tranne i beni di Giffen, tutti gli altri beni soddisfano la LEGGE DI DOMANDA (correlazione negativa tra quantità domandate e prezzo).

Cosa influenza l'importanza relativa di effetto di sostituzione ed effetto di reddito ?

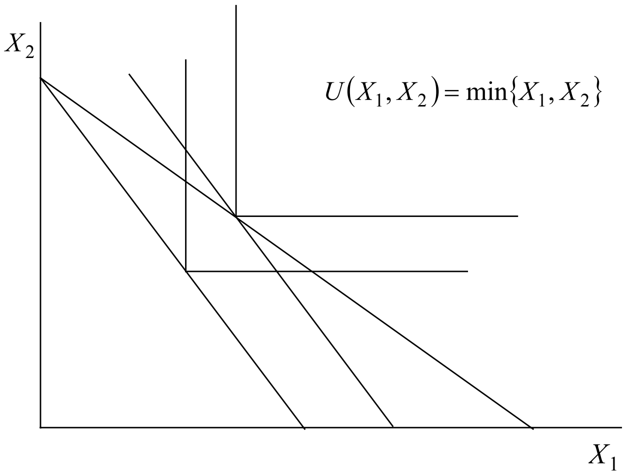
➲ Nel primo caso la disponibilità o meno di beni succedanei
➲ nel secondo caso l'importanza nel bilancio dell'individuo del consumo di quel bene.

Casi particolari:

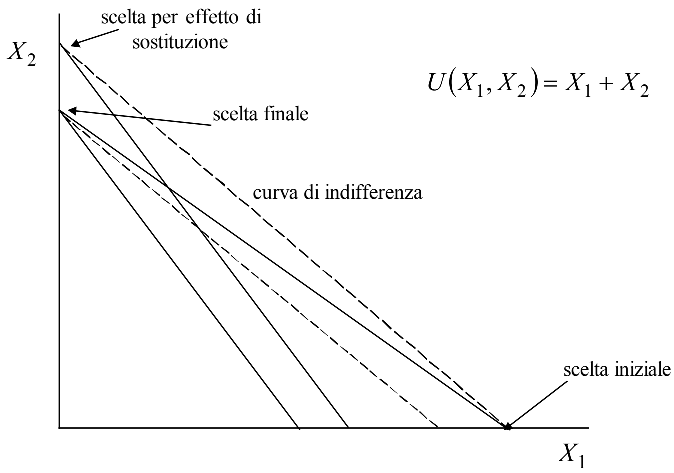
* beni complementari hanno effetti di sostituzione pressocchè nulli ed effetti di reddito rilevanti

* beni sostitutivi hanno effetti di sostituzione negativi e molto forti, ed effetti di reddito pressocchè nulli.

BENI PERFETTAMENTE COMPLEMENTARI



BENI PERFETTAMENTE SOSTITUTIVI



Esiste anche l'**elasticità incrociata di prezzo** quando si consideri l'effetto di una variazione del prezzo di un altro bene

$$\eta_{p_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} \cdot \frac{p_2}{x_1} \xrightarrow[\Delta p_2 \to 0]{} = \frac{dx_1}{dp_2} \cdot \frac{p_2}{x_1}.$$

Il concetto di ***sostituibilità*** può essere riformulato in termini di $\eta_{p_2} > 0$, mentre quello di ***complementarietà*** come il caso $\eta_{p_2} < 0$.

Come faccio a passare da una curva di domanda individuale ad una curva di domanda di mercato ?

Devo sommare le quantità domandate da ciascun individuo.

Date due domande individuali

$$x_1^A = \alpha \frac{m_A}{p_1} \text{ e } x_1^B = \beta \frac{m_B}{p_1}$$

la domanda di mercato sarà

$$X_1 = \frac{\alpha m_A + \beta m_B}{p_1} \neq \gamma \frac{\sum_i m_1}{p_1}$$

Se ciascuna domanda individuale soddisfa la legge di domanda, anche la domanda aggregata soddiferà la legge di domanda (correlazione negativa ta quantità e prezzo).

Non si può comunque più distinguere tra effetto di sostituzione ed effetto di reddito, tranne casi particolari (tutti i consumatori sono uguali e hanno tutti lo stesso reddito).

Solo quando esistono queste condizioni, possiamo parlare di ***consumatore rappresentativo***, come colui che ha preferenze uguali al resto della popolazione e reddito uguale alla media del reddito individuale.

Quando consideriamo la domanda di mercato, può diventare rilevante per i venditori conoscere l'elasticità della domanda al proprio prezzo η_p nel momento in cui essi abbiano il potere di decidere il prezzo di vendita del prodotto.

Infatti se un venditore possiede una risorsa scarsa (per esempio gli alloggi sfitti) e può decidere il prezzo di vendito (l'affitto che chiede), allora egli vorrà ottenere il massimo fatturato dalla vendita (cioè il massimo gettito).

Egli sa anche che più alza il prezzo minore sarà il numero di clienti che potranno permettersi l'acquisto. Come fissare il prezzo ?

Formalmente il problema può essere espresso come

$$\max_p p \cdot x \text{ sapendo che } x = x\left(\underset{-}{p}\right).$$

Se eseguo la derivazione

$$\frac{d[p \cdot x(p)]}{dp} = x + \frac{dx}{dp} \cdot p = x + \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} \cdot x =$$
$$= x \cdot \left[1 + \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x}\right] = x \cdot \left[1 + \eta_p\right]$$

Se pongo uguale a zero la derivata trovo che il fatturato della vendita è massimo quando

$$\eta_p = -1$$

Intuitivamente:
⇨ conviene aumentare i prezzi tutte le volte che $0 > \eta_p > -1$, perché le quantità diminuiscono meno di quanto aumentino i prezzi;
⇨ conviene diminuire i prezzi tutte le volte che $\eta_p < -1$, perché le quantità aumentano più di quanto diminuiscano i prezzi.

Se le curve di domanda sono lineari, l'elasticità non è costante lungo la curva.
Infatti, data la funzione

$$x = \alpha - \beta \cdot p + \gamma \cdot m$$

l'elasticità della domanda al prezzo è pari a

$$\eta_p = \frac{dx}{dp} \cdot \frac{p}{x} = -\beta \cdot \frac{p}{\alpha - \beta \cdot p + \gamma \cdot m} = -\beta \cdot \frac{1}{\frac{\alpha}{p} - \beta + \gamma \cdot \frac{m}{p}}$$

quindi l'elasticità cresce (in valore assoluto) al crescere del prezzo e diminuisce (in valore assoluto) al crescere del reddito.