PERCORSO SUI PRINCIPALI CONCETTI ECONOMICI
③ IL COMPORTAMENTO DELL'IMPRESA

Cos'è un'impresa ?
Nella teoria neoclassica è una aggregazione temporanea di soggetti identici (anche se diversamente dotati di capitale e di lavoro) che si riuniscono per sfruttare nel modo più efficiente la tecnologia esistente.

Non vi sono quindi ruoli predefiniti:
- il capitalista può assumere i salariati, oppure
- i salariati possono affittare le macchine dal capitalista.

Viene così trascurato il problema del conflitto distributivo, a partire dal diverso ruolo esercitato nella produzione.

Per questo la teoria neoclassica non sa dare risposte alla domanda: *da dove viene il profitto* ?

In questa sua incapacità svela tutto il suo carattere ideologico, nel mascherare la non simmetria dei ruoli produttivi nella società capitalistica:

⇨ i salariati vendono per necessità la propria disponibilità ad essere subordinati per la durata dell'orario di lavoro contrattuale (cioè devono eseguire mansioni sotto la direzione altrui), rinunciando nel contempo alla proprietà dei frutti del proprio lavoro, ed ottenendo in cambio un salario definito contrattualmente

⇨ i manager, e per il loro tramite i proprietari dei capitali, acquistano la subordinazione dei salariati e la impiegano produttivamente nell'uso delle proprie strutture se e solo se il prodotto di tale attività possa essere venduto ad un prezzo superiore ai costi di realizzo.

Questa diversità di ruoli conduce ad un **CONFLITTO INELIMINABILE** tra **LAVORO** e **CAPITALE**:

☞ il salariato ha come interesse principale il produrre impiegando il minimo sforzo in cambio del massimo salariato garantito con la massima garanzia di durata;

☞ il manager ha come interesse principale l'assicurarsi la massima collaborazione del salariato, affinché quest'ultimo si ritenga soddisfatto e produca senza bisogno di essere sorvegliato.

Solo se si modificano i diritti di proprietà cambia la struttura degli incentivi, ed il conflitto può scomparire (esempio: lavoratori-azionisti).

Per analizzare come funziona realmente un'impresa dobbiamo porre attenzione alle STRUTTURE GERARCHICHE implicite o esplicite.

Esiste infatti un problema di incentivi:

✓ tra proprietario dei capitali e manager (valorizzazione dei capitali col minor rischio *contro* accrescimento del proprio potere di mercato)

✓ tra manager e intermediari creditizi (capitale a prestito per imprese rischiose *contro* garanzia di restituzione dei prestiti)

✓ tra manager e lavoratori (massimo impegno con minima retribuzione *contro* garanzia occupazionale con minimo sforzo).

Inoltre occorre chiarire quale è l'obiettivo d'impresa:

⇨ accrescimento dei capitali investiti
⇨ allargamento della quota di mercato
⇨ aumento della produzione pro-capite (*produttività*)
⇨ ………

Definiamo come Valore Presente Scontato (VPS) il valore (attualizzato all'oggi) del flusso delle entrate R e delle uscite C che un progetto di investimento di durata T comporta

$$VPS = (R_0 - C_0) + \frac{(R_1 - C_1)}{(1+r)} + \frac{(R_2 - C_2)}{(1+r)^2} + \ldots = \sum_{i=0}^{T} \frac{(R_i - C_i)}{(1+r)^i}$$

Lo stesso concetto può essere applicato ad una impresa. In questo caso il VPS di un'impresa diventa il valore corrente dei profitti futuri attesi. Indicando con π_i^e i profitti attesi nel periodo i, il VPS di una impresa è dato da

$$VPS = \sum_{i=0}^{T} \frac{\pi_i^e}{(1+r)^i}$$

Esso rappresenta quello che vale un'impresa, in quanto la sua proprietà assicura il diritto ad incassare quel flusso di entrate. Possiamo quindi dire che esso equivale al valore azionario dell'impresa; come tale esso è volatile perché determinato non dai profitti correnti, ma dalle aspettative sui profitti futuri.

Se facciamo l'ipotesi aggiuntiva che le aspettative sul futuro siano basate sul presente ($\pi_i^e = \pi_0, \forall i$, ipotesi che viene indicata come *aspettative statiche*) allora il valore azionario di una impresa diventa direttamente proporzionale alla profittabilità corrente

$$VPS = \sum_{i=0}^{T} \frac{\pi_i^e}{(1+r)^i} = \pi_0 \sum_{i=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^i} = \pi_0 \frac{1 - \frac{1}{(1+r)^{T+1}}}{1 - \frac{1}{(1+r)}} \xrightarrow[T \to \infty]{} VPS = \pi_0 \frac{1+r}{r}$$

Per questo motivo possiamo assumere che

l'obiettivo d'impresa sia la massimizzazione dei profitti correnti, cioè la differenza tra i ricavi e i costi (incorporando anche i costi opportunità degli input già posseduti)

Limiti:
↳ fa delle ipotesi molto forti sulla formazione delle aspettative, in quanto l'impresa opera in un contesto incerto (non sa se venderà il proprio prodotto, non sa a che prezzo lo venderà, non sa se troverà gli input necessari, né a quale prezzo li pagherà).
↳ ipotizza che il mercato azionario sia efficiente, in quanto riflette nei prezzi le informazioni disponibili sulla profittabilità futura dell'impresa.

Occorre inoltre definire il contesto istituzionale, ovvero le **FORME DI MERCATO**, sia sul mercato del prodotto che sui mercati dei fattori.

		MERCATO DEI FATTORI	
		concorrenza perfetta	concorrenza imperfetta
MERCATO DEI BENI	concorrenza perfetta	**A**	**B**
	concorrenza imperfetta	**C**	**D**

Nel caso **A** l'impresa è price-taker su entrambi i mercati e non ha quindi limiti di produzione ⇨ fissa gli input e di conseguenza l'output.

Nel caso **B** l'impresa subisce il salario fissato dai sindacati o il costo del capitale fissato dalle banche, oppure fissa lei i costi a cui acquistare questi input ⇨ sceglie la combinazione di input meno costosa e poi sceglie l'output.

Nel caso **C** l'impresa sa che il prezzo di vendita è collegato alle quantità vendute ⇨ sceglie la combinazione di input meno costosa, e poi fissa il prezzo di vendita (lasciando la quantità al mercato) oppure la quantità (lasciando il prezzo alla concorrenza tra consumatori).

Da un punto di vista logico, il caso **C** è un caso particolare del caso **A**, in quanto l'impresa può sempre decidere PRIMA di minimizzare i costi per ogni data quantità di produzione, e SUCCESSIVAMENTE porsi il problema di quanto produrre per massimizzare i profitti.

* * *

IL PRINCIPIO GENERALE DELLA MASSIMIZZAZIONE DEI PROFITTI

Analizziamo il caso generale della scelta di una impresa che persegua la massimizzazione del profitto qualunque sia la condizione di concorrenzialità sui diversi mercati. Per semplicità consideriamo il caso di un solo input. Definita la tecnologia di produzione come

$$Y = f(L)$$

la scelta ottima dell'impresa che massimizza i profitti sarà data da

$$\max_L \pi = \max_L p(Y)\cdot Y - w(L)\cdot L = \max_L p(Y)\cdot f(L) - w(L)\cdot L$$

dove si è tenuto conto di mercati non concorrenziali sia sul mercato del prodotto (dove quindi il prezzo può variare al variare delle quantità vendute) che sul mercato del fattore L (il sui prezzo può variare al variare delle quantità acquistate). Ci si aspetta che $\frac{dp}{dY} \le 0$ (cioè l'impresa sa che per vendere quantità maggiori deve abbassare il prezzo di vendita del bene) e che $\frac{dw}{dL} \ge 0$ (cioè l'impresa sa che se vuole utilizzare quantità maggiori di input deve pagare un prezzo più elevato). Quando entrambe le derivate sono nulle, siamo in condizioni di mercati concorrenziali, dove cioè prezzi e salari sono dati ($p = \overline{p}$ e $w = \overline{w}$).

Massimizzando l'espressione precedente rispetto al fattore lavoro si ottiene come condizione del primo ordine

$$\frac{dp}{dY}\cdot\frac{dY}{dL}\cdot Y + p\cdot\frac{dY}{dL} - \frac{dw}{dL}\cdot L - w = 0 \quad\Leftrightarrow\quad p\cdot\left(-\frac{1}{-\frac{dY}{dp}\cdot\frac{p}{Y}}+1\right)\cdot\frac{dY}{dL} = w\cdot\left(\frac{1}{\frac{dL}{dw}\cdot\frac{w}{L}}+1\right)$$

che può anche essere riscritta come

$$\boxed{\underbrace{p\cdot\left(1-\frac{1}{\eta_{Yp}}\right)}_{\substack{\text{ricavo}\\ \text{marginale}}}\cdot\underbrace{\frac{dY}{dL}}_{\substack{\text{produttività}\\ \text{marginale}}} = \underbrace{w\cdot\left(1+\frac{1}{\eta_{Lw}}\right)}_{\substack{\text{costo}\\ \text{marginale}}}}$$

L'impresa utilizza i fattori produttivi fino al punto in cui la loro resa economica (data dalla loro produttività – resa fisica – moltiplicata per le condizioni di vendita del prodotto) è superiore o uguale al loro costo. Se il lato sinistro diminuisce al crescere dell'impiego del fattore (a causa sia della produttività marginale decrescente e/o dei ricavi marginali decrescenti) ed il lato destro aumenta (per via dei costi crescenti), esisterà sempre un livello di utilizzo del fattore che rende soddisfatta questa uguaglianza.

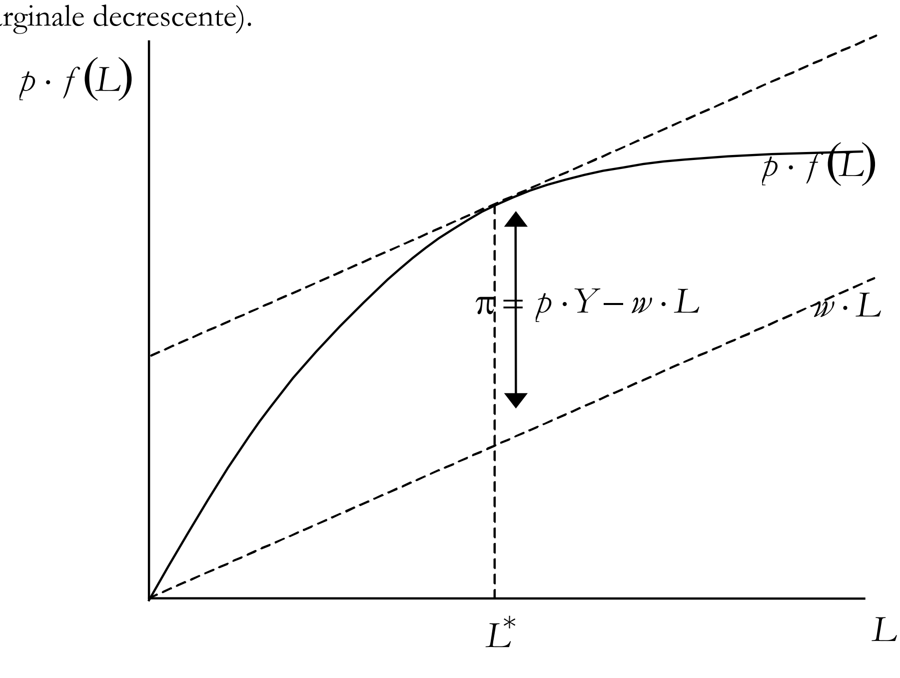
Quando ci si trovi in condizioni concorrenziali $\eta_{Yp}\to\infty, \eta_{Lw}\to\infty$, la condizione precedente viene riscritta come

$$\underbrace{p\cdot\frac{dY}{dL}}_{\substack{\text{valore}\\ \text{produttività}}} = \underbrace{w}_{\substack{\text{salario}\\ \text{nominale}}} \quad\Leftrightarrow\quad \underbrace{\frac{dY}{dL}}_{\substack{\text{produttività}\\ \text{fisica}}} = \frac{w}{\underbrace{p}_{\substack{\text{salario}\\ \text{reale}}}}$$

La condizione del secondo ordine in questo caso richiede

$$\frac{d\pi}{dL} = p\cdot\frac{d^2Y}{dL^2} < 0$$

condizione che è sempre soddisfatta per le funzioni di produzione concave (ovverosia in presenza di produttività marginale decrescente).



Da un punto di vista grafico, questo equivale a trovare il punto di massima distanza tra la curva che descrive l'andamento del valore della produzione e la retta che descrive l'andamento dei costi: esso coincide con il punto della curva che ha la stessa pendenza della curva dei costi.

* * *

Consideriamo ora il caso più generale, in presenza di due fattori produttivi, L e K, entrambi considerati variabili. Per semplicità, ci collochiamo nel caso **A**, ovverosia quando l'impresa è price-taker su entrambi i mercati e non ha quindi limiti alla produzione.

In generale questa situazione non ammette soluzione definita in presenza di rendimenti costanti di scala, in quanto se l'impresa può fare profitti avrà la convenienza ad espandere la produzione ad infinito, mentre invece sceglierà di non produrre se realizza perdite. Per illustrare questo risultato, consideriamo una tecnologia di tipo Cobb-Douglas

$$Y = L^{\alpha} K^{\beta}$$

che ammette rendimenti costanti di scala quando $\alpha + \beta = 1$.

MASSIMIZZAZIONE DEI PROFITTI IN PRESENZA DI DUE FATTORI VARIABILI

Il problema dell'impresa può essere descritto come

$$\max_{L,K} \pi = \max_{L,K} \overline{p} \cdot Y - \left(\overline{w} \cdot L + \overline{r} \cdot K\right) = \max_{L,K} \overline{p} \cdot L^{\alpha} K^{\beta} - \left(\overline{w} \cdot L + \overline{r} \cdot K\right)$$

che comporta due condizioni del primo ordine

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi}{\partial L} = \overline{p}\alpha L^{\alpha-1} K^{\beta} - \overline{w} = 0 \\ \dfrac{\partial \pi}{\partial K} = \overline{p}\beta L^{\alpha} K^{\beta-1} - \overline{r} = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} L = \left(\dfrac{\overline{w}}{\overline{p}\alpha K^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\dfrac{\overline{p}\alpha K^{\beta}}{\overline{w}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ \overline{p}\beta \left(\dfrac{\overline{p}\alpha K^{\beta}}{\overline{w}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} K^{\beta-1} = \overline{r} \end{cases}$$

da cui si ottengono le domande ottimali dei due fattori produttivi.

$$\begin{cases} L^{*} = \left(\dfrac{\overline{p}\alpha^{1-\beta}\beta^{\beta}}{\overline{w}^{1-\beta}\overline{r}^{\beta}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} = L\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \\ K^{*} = \left(\dfrac{\overline{p}\alpha^{\alpha}\beta^{1-\alpha}}{\overline{w}^{\alpha}\overline{r}^{1-\alpha}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} = K\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \end{cases}$$

Si possono fare le seguenti osservazioni:

1) le domande dei fattori dipendono esclusivamente dai prezzi che si verificano sui mercati del prodotto e dei fattori: un aumento del prezzo di vendita rende più conveniente la produzione e quindi fa

aumentare la domanda dei fattori, mentre un aumento dei costi produce l'effetto opposto. Per questa ragione queste vengono indicate come **domande non condizionate dei fattori.**

2) un aumento del prezzo dell'altro fattore produce una riduzione dell'uso del primo fattore (per esempio, un aumento del costo del lavoro riduce la domanda del fattore capitale). Questo perché l'effetto di sostituzione porterebbe ad usare di più il fattore diventato relativamente più a buon mercato (nell'esempio, il capitale diventa relativamente più conveniente del lavoro); tuttavia l'aumento del costo complessivo di produzione induce una riduzione della scala di produzione (effetto di scala). Se il secondo effetto è più forte del primo, si produce una riduzione della domanda.

3) l'intensità dell'effetto di sostituzione viene misurata dalla **elasticità di sostituzione**, che misura di quanto varia l'impiego relativo dei fattori al variare del loro prezzo relativo, ovverosia

$$\eta_{sost} = \frac{\frac{\Delta(K/L)}{K/L}}{\frac{\Delta(r/w)}{r/w}}$$

Nell'esempio specifico, l'elasticità di sostituzione può essere calcolata prendendo il rapporto tra le due domande ottimali dei fattori, ottenendo

$$\frac{K}{L} = \frac{\beta w}{\alpha r} = \frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{r}{w}\right)^{-1} \quad \Rightarrow \quad \eta_{sost} = \frac{d(K/L)}{d(r/w)} \cdot \frac{r/w}{K/L} = -\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{r}{w}\right)^{-2} \cdot \frac{\frac{r}{w}}{\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{r}{w}\right)^{-1}} = -1$$

4) in presenza di rendimenti di scala costanti ($\alpha + \beta = 1$) le domande non condizionate sono indeterminate, anche se resta determinata la sostituibilità tra i fattori: quando il costo del lavoro (definito in termini relativi rispetto al coste del capitale) aumenta del 10%, l'impiego del lavoro deve ridursi del 10% rispetto al capitale.

5) sostituendo le domande ottimali non condizionate nella funzione di produzione, individuiamo la decisione ottima di produzione, ovverosia la **funzione di offerta dell'impresa**.

$$Y = L^{\alpha} K^{\beta} = \left(\frac{\overline{p}\alpha^{1-\beta}\beta^{\beta}}{\overline{w}^{1-\beta}\overline{r}^{\beta}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{\overline{p}\alpha^{\alpha}\beta^{1-\alpha}}{\overline{w}^{\alpha}\overline{r}^{1-\alpha}}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} = \overline{p}^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{\alpha^{\alpha}\beta^{\beta}}{\overline{w}^{\alpha}\overline{r}^{\beta}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} = Y\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right)$$

L'impresa produce di più al crescere del prezzo di vendita e/o al diminuire del costo di acquisto dei fattori produttivi. Di nuovo il livello di produzione resta indeterminato in presenza di rendimenti costanti di scala.

6) vi è una ulteriore ragione per la indeterminatezza del livello di produzione in presenza di rendimenti costanti di scala, che ha a che fare con il cosiddetto teorema di **esaustione del prodotto** (che in matematica è noto come teorema di Eulero applicato alle funzioni omogenee di grado 1).

Teorema di Eulero: data una funzione omogenea di grado 1, essa può essere espressa come

$$f(x,z) = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot z$$

Dimostrazione: dalla definizione di omogeneità di grado 1 di una funzione

$$y = f(x,z) \quad \Leftrightarrow \quad \lambda y = f(\lambda x, \lambda z) \backslash$$

basta prendere la derivata rispetto a λ di entrambi i lati

$$\frac{d(\lambda y)}{d\lambda} = y = \frac{df(\lambda x, \lambda z)}{d\lambda} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot \frac{d(\lambda x)}{d\lambda} + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot \frac{d(\lambda z)}{d\lambda} = \frac{\partial f}{\partial x} \cdot x + \frac{\partial f}{\partial z} \cdot z\ .$$

Applicando questo teorema alla funzione di produzione, esso comporta che

$$Y = \frac{\partial f}{\partial L} \cdot L + \frac{\partial f}{\partial K} \cdot K$$

Quando un'impresa massimizza i profitti, essa domanda i fattori fino al punto in cui $\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{w}{p}, \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{r}{p}$, ovverosia deve valere che

$$Y = \frac{w}{p} \cdot L + \frac{r}{p} \cdot K \qquad \Leftrightarrow \qquad \pi = p \cdot Y - W \cdot L - r \cdot K = 0$$

Ovverosia i profitti sono sistematicamente nulli quando i fattori vengono pagati in misura equivalente al loro contributo produttivo. Questo spiega perché l'impresa sia indifferente al livello produttivo in presenza di rendimenti costanti di scala.

MINIMIZZAZIONE DEI COSTI IN PRESENZA DI DUE FATTORI VARIABILI

Consideriamo ora il caso in cui l'impresa possa trovarsi in presenza di mercati non competitivi sul mercato dei prodotti (tale per cui sia obbligata razionata dal lato della produzione massima che può effettuare). In questo caso essa ricercherà di individuare la combinazione produttiva meno costosa, lasciando al mercato di definire la quantità da produrre.

Questo equivale a decomporre il problema di massimizzazione dei profitti in due stadi:
a) determinazione della combinazione ottimale dei fattori per dato output da produrre (dove quindi le quantità da produrre operano come vincoli)
b) determinare le quantità da produrre (o del prezzo da fissare) per dato comportamento della domanda di mercato.

Il problema della minimizzazione dei costi corrisponde al primo di questi due passaggi: l'impresa deve scegliere la combinazione dei fattori che corrisponda al costo di produzione minimo per unità di prodotto.

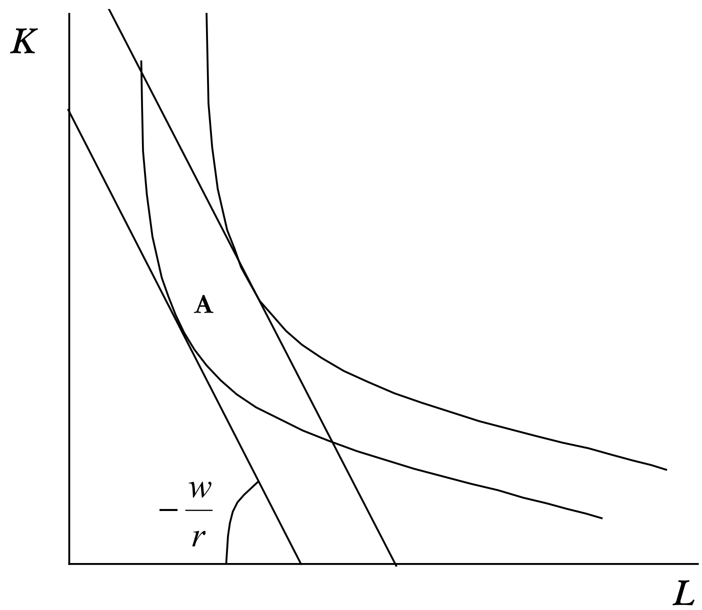
Data la mappa degli isoquanti, questo corrisponde all'individuare un punto su ciascun isoquanto, associato al minor costo.

Definiamo **CURVA DI ISOCOSTO** la retta associata ad un costo totale invariato

$$C = w \cdot L + r \cdot K \qquad \Leftrightarrow \qquad K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r} \cdot L$$

Vi è analogia con la scelta del consumatore (scelta della curva di indifferenza più elevata compatibile con il vincolo di bilancio): in questo caso si tratta di scegliere il livello di produzione più alto compatibile con dato costo *ovvero* scegliere il livello di costo più basso compatibile con dato livello di produzione.

Vale anche in questo caso la condizione di tangenza, che ci dice che per l'impresa sarà conveniente scegliere la combinazione di fattori che rende il saggio marginale di sostituzione tecnica uguale ai prezzi relativi dei fattori.



Nel punto **A** la pendenza dell'isoquanto (MRTS) coincide con quella dell'isocosto, ossia

$$\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{w}{r}$$

La stessa condizione può anche essere riletta come

$$\frac{MP_K}{r} = \frac{MP_L}{w}$$

che dice che il prodotto aggiuntivo che si ottiene spendendo un euro in più nel fattore capitale deve essere uguale al prodotto aggiuntivo che si ottiene spendendo lo stesso euro nel fattore lavoro. Alternativamente può anche essere scritta come

$$\frac{r}{MP_K} = \frac{w}{MP_L}$$

Essa ci dice che il costo del capitale per unità di prodotto (lato sinistro) deve essere uguale al costo del lavoro per unità di prodotto (lato destro). Dimostrazione per assurdo: supponiamo che sia

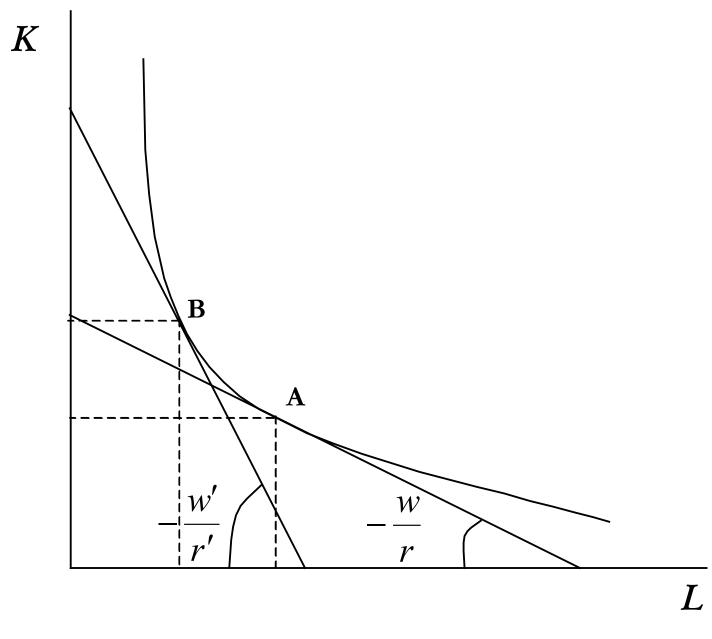
$$\frac{MP_K}{r} > \frac{MP_L}{w}$$

e che per semplicità $MP_K = MP_L$ e quindi $w > r$.

Non può trattarsi di una scelta ottima dell'impresa, perché spostando un euro dal fattore L al fattore K si riducono i costi a parità di output prodotto.

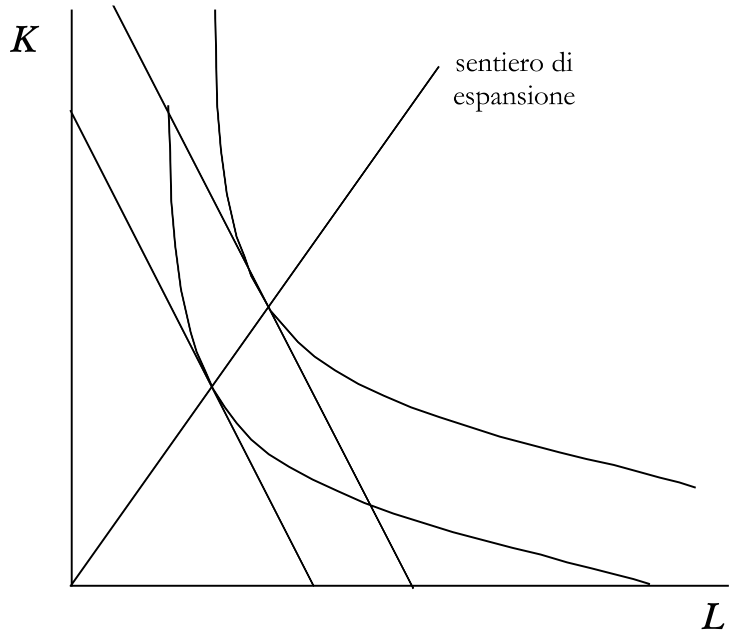
Si osservi che quando un fattore vede aumentare il suo costo relativo se ne riduce il suo impiego (sotto l'ipotesi mantenuta di lasciare inalterato il livello di output).

Se aumenta il costo del lavoro ($w' > w$) e/o si riduce il costo d'uso del capitale ($r' < r$), il lavoro diventa relativamente più costoso del capitale e l'impresa riaggiusta le sue scelte (**A→B**): il fattore lavoro viene così parzialmente sostituito dal fattore capitale.



Al secondo stadio, facendo poi variare le esigenze di produzione dell'impresa, individuiamo la sequenza delle combinazioni di lavoro e capitale che occorrono all'impresa. Si individua così il **sentiero di espansione** della produzione (del tutto analogo alla curva reddito-consumo del consumatore).

Se gli isoquanti sono omotetici (ovvero la funzione di produzione è omogenea di grado 1 e quindi presenta rendimenti di scala costanti), allora il sentiero di espansione sarà dato da una retta.



Consideriamo ora il problema dal punto di vista analitico. Formalmente il problema è descrivibile come

$$\min_{L,K}\left(w \cdot L + r \cdot K\right)$$

sotto il vincolo

$$\overline{Y} = L^{\alpha} K^{\beta}$$

Data la pendenza dell'isoquanto

$$\text{MTRS} = \frac{Y'_L}{Y'_K} = \frac{\alpha L^{\alpha-1} K^{\beta}}{\beta L^{\alpha} K^{\beta-1}} = \frac{\alpha L^{-1} K^{1}}{\beta} = \frac{\alpha K}{\beta L}$$

e sfruttando la condizione di tangenza otteniamo

$$\frac{\alpha K}{\beta L} = \frac{w}{r} \qquad \Leftrightarrow \qquad K = \frac{\beta w}{\alpha r} L$$

Sostituendo nel vincolo dato dalla tecnologia ed esplicitando rispetto ai fattori di produzione otteniamo le **domande condizionate dei fattori produttivi**.

$$\overline{Y} = L^{\alpha} K^{\beta} = L^{\alpha}\left(\frac{\beta w}{\alpha r} L\right)^{\beta} = L^{\alpha+\beta}\left(\frac{\beta w}{\alpha r}\right)^{\beta}$$

ovvero esplicitando rispetto al lavoro

$$\overline{Y} = L^{\alpha}K^{\beta} = \left(\frac{\alpha r}{\beta w}K\right)^{\alpha}K^{\beta} = \left(\frac{\alpha r}{\beta w}\right)^{\alpha}K^{\alpha+\beta}$$

Da esse ricaviamo

$$L^{*} = \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha r}{\beta w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} = L\Big(\underset{+}{\overline{Y}},\underset{-}{w},\underset{+}{r}\Big)$$

$$K^{*} = \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\beta w}{\alpha r}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} = K\Big(\underset{+}{\overline{Y}},\underset{+}{w},\underset{-}{r}\Big)$$

Notiamo che l'impiego ottimale di entrambi i fattori (indicato con un asterisco) dipende positivamente dalla produzione da effettuare, negativamente dal proprio prezzo e positivamente dal prezzo dell'altro fattore.[1] Questo contrasta con quanto trovato nelle domande non condizionate, dove invece l'aumento del prezzo dell'altro fattore riduceva la domanda: ma questo è dovuto alla nozione stessa di domanda condizionata, ovvero quella domanda che deve assicurare un dato livello di produzione. In questo caso è evidente che una riduzione dell'uso di un fattore deve necessariamente comportare l'aumento del dell'uso dell'altro fattore.

* * *

Sostituendo nella definizione di costo troviamo la **FUNZIONE DI COSTO MINIMO**, ovvero quanto occorre spendere per realizzare ogni determinato livello di produzione scegliendo ottimalmente la combinazione dei fattori

$$C = w\cdot L^{*} + r\cdot K^{*} = w\cdot\overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\alpha r}{\beta w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + r\cdot\overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{\beta w}{\alpha r}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} =$$

$$= \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}w^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}r^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\right] = \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}(\alpha+\beta) = C\Big(\underset{+}{\overline{Y}},\underset{+}{w},\underset{+}{r}\Big)$$

[1] In alternativa il problema può essere risolto utilizzando la tecnica dei moltiplicatori di Lagrange, che è un metodo più generale, utilizzabile in presenza di più di due fattori. In questo caso la funzione lagrangiana viene definita come

$$\ell = wL + rK - \lambda\left(L^{\alpha}K^{\beta}\right)$$

e le condizioni del primo ordine

$$\begin{cases}\partial\ell/\partial L = w - \lambda\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta} = 0\\ \partial\ell/\partial K = r - \lambda\beta L^{\alpha}K^{\beta-1} = 0\\ \partial\ell/\partial\lambda = \overline{Y} - L^{\alpha}K^{\beta} = 0\end{cases} \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}w = \lambda\alpha\overline{Y}L^{-1}\\ r = \lambda\beta\overline{Y}K^{-1}\\ \overline{Y} = L^{\alpha}K^{\beta}\end{cases} \quad\Leftrightarrow\quad \begin{cases}L = \lambda\alpha\overline{Y}/w\\ K = \lambda\beta\overline{Y}/r\\ \overline{Y} = \lambda^{\alpha+\beta}\overline{Y}^{\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{w}\right)^{\alpha}\left(\frac{\beta}{r}\right)^{\beta}\end{cases}$$

Risolvendo poi per $\lambda = \left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}\overline{Y}^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}$ e sostituendo nelle domande ottimali si ottengono le domande condizionate dei due fattori.

Passando ora al primo stadio della scelta dell'impresa, essa affronterà ora il problema di determinare la quantità da produrre risolvendo il seguente problema

$$\max_Y \pi = \max_Y p(Y)\cdot Y - C(Y,w,r)$$

È cruciale quello che si assume sulla domanda del prodotto (monopolio, oligopolio, concorrenza monopolistica). In ogni caso, se il prezzo ricavato dal mercato dipende dalle quantità offerte, avremo che le condizioni del primo ordine sono date da

$$\frac{d\pi}{dY} = \frac{dp}{dY}\cdot Y + p - \frac{dC}{dY} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad p\left(\frac{dp}{dY}\cdot\frac{Y}{p}+1\right) = \underbrace{p\cdot\left(1-\frac{1}{\eta_{Yp}}\right)}_{\text{ricavo marginale}} = \underbrace{\frac{dC}{dY}}_{\text{costo marginale}}$$

Questa condizione determina la quantità ottimalmente offerta dall'impresa. Infatti utilizzando la funzione di costo minimo associata alla funzione di produzione Cobb-Douglas otteniamo

$$p\cdot\left(1-\frac{1}{\eta_{Yp}}\right) = Y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

ovverosia

$$Y = \left(p\cdot\left(1-\frac{1}{\eta_{Yp}}\right)\right)^{\frac{\alpha+\beta}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{\alpha}{w}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}}\left(\frac{\beta}{r}\right)^{\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}}$$

Un modo alternativo per rappresentare la condizione di mercato non concorrenziale sul mercato del prodotto è quella di mostrare che l'impresa fissa il prezzo di vendita del prodotto come **ricarico sui costi** (*mark-up*), dove il margine di ricarico (e quindi gli extra-profitti che l'impresa realizza) dipende inversamente dal grado di concorrenzialità sul mercato, approssimabile con l'elasticità della domanda stessa.

$$p = \left(\frac{\eta_{Yp}}{\eta_{Yp}-1}\right)\cdot Y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} = \underbrace{(1+\mu)}_{\substack{\text{margine}\\ \text{di ricarico}}}\cdot\underbrace{Y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}}\left(\frac{w}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\left(\frac{r}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}}_{\text{costo marginale}}, \mu = \frac{1}{\eta_{Yp}-1}\xrightarrow[\eta\to\infty]{}0$$

MASSIMIZZAZIONE DEI PROFITTI E MINIMIZZAZIONE DEI COSTI

Se mettiamo a confronto quanto ottenuto nel caso di massimizzazione dei profitti (indicato con deponente nc-non condizionate) con quanto ottenuto nel caso di minimizzazione dei costi (indicato con deponente c-condizionate), riscontriamo due regolarità:
⇨ un aumento del prezzo fa crescere la produzione e quindi la domanda dei fattori
⇨ un aumento del costo riduce la domanda di quel fattore, sia effetto di sostituzione che per effetto di scala.

massimizzazione dei profitti

$$\begin{cases} L_{nc}^* = L\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \\ K_{nc}^* = K\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \\ Y_{nc}^* = Y\left(\underset{+}{\overline{p}}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \end{cases}$$

minimizzazione dei costi

$$\begin{cases} L_{c}^* = L\left(\underset{+}{Y}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{+}{\overline{r}}\right) \\ K_{c}^* = K\left(\underset{+}{Y}, \underset{+}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \\ Y_{c}^* = Y\left(\underset{+}{p}, \underset{+}{\eta_{Yp}}, \underset{+}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) \end{cases}$$

Si noti altresì che il livello di produzione scelto ottimalmente in condizioni non concorrenziali converge a quello ottenuto sotto condizioni concorrenziali al crescere della elasticità della domanda del prodotto al prezzo.

$$Y_c^* \xrightarrow[\eta \to \infty]{} Y_{nc}^*$$

Vale inoltre che le domande condizionate convergono a quelle non condizionate quando il livello di produzione viene deciso in condizioni di mercato concorrenziali.

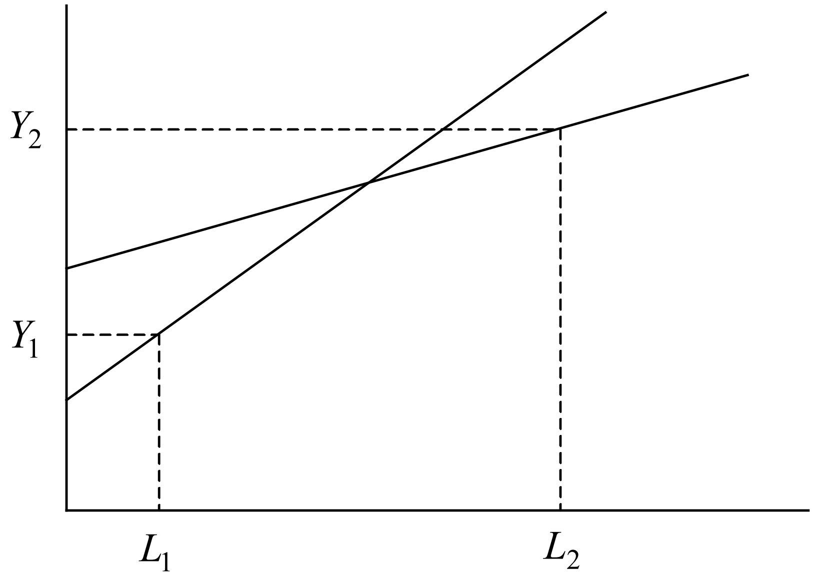
$$\begin{cases} L_{c}^* = L\left(\underset{+}{Y_{nc}^*(\overline{p}, \overline{w}, \overline{r})}, \underset{-}{\overline{w}}, \underset{+}{\overline{r}}\right) = L_{nc}^* \\ K_{c}^* = K\left(\underset{+}{Y_{nc}^*(\overline{p}, \overline{w}, \overline{r})}, \underset{+}{\overline{w}}, \underset{-}{\overline{r}}\right) = K_{nc}^* \end{cases}$$

PROFITTABILITÀ RIVELATA

Come nel caso del consumatore, possiamo verificare la razionalità dei comportamenti dell'impresa osservando come si modificano le scelte al variare delle condizioni esterne. Supponiamo di poter osservare le scelte di una impresa in due momenti distinti, indicati con deponenti 1 e 2. I due momenti si distinguono dal fatto che il prezzo di vendita e/o i costi dei fattori sono diversi nei due momenti. Se l'impresa ha scelto in ciascuno dei due momenti perseguendo la massimizzazione dei profitti, deve valere che

$$\begin{cases} p_1Y_1 - w_1L_1 - r_1K_1 > p_1Y_2 - w_1L_2 - r_1K_2 \\ p_2Y_2 - w_2L_2 - r_2K_2 > p_2Y_1 - w_2L_1 - r_2K_1 \end{cases}$$

Graficamente, nel caso di un solo input, questo equivale a richiedere che le combinazioni dominate giacciano sotto la curva di isoprofitto in vigore in quel momento.



Moltiplicando per (-1) la seconda diseguaglianza e sommando alla prima (maggiori con maggiori e minori con minori) otteniamo

$$(p_1 - p_2)Y_1 - (w_1 - w_2)L_1 - (r_1 - r_2)K_1 > (p_1 - p_2)Y_2 - (w_1 - w_2)L_2 - (r_1 - r_2)K_2$$

ovvero

$$(p_1 - p_2)(Y_1 - Y_2) - (w_1 - w_2)(L_1 - L_2) - (r_1 - r_2)(K_1 - K_2) > 0$$

o più sinteticamente

$$\Delta p \cdot \Delta Y - \Delta w \cdot \Delta L - \Delta r \cdot \Delta K > 0$$

Se i costi non sono variati ($\Delta w = \Delta r = 0$), allora $\Delta p \cdot \Delta Y > 0$, il che implica che prezzi e quantità offerte variano nella stessa direzione, ovverosia che la curva di offerta è inclinata positivamente.

Se il prezzo non è variato ($\Delta p = 0$) e/o le quantità prodotte non sono variate (come nel caso della minimizzazione dei costi) ($\Delta Y = 0$), allora $\Delta w \cdot \Delta L + \Delta r \cdot \Delta K < 0$, il che richiede che $\Delta w \cdot \Delta L < 0$ oppure $\Delta r \cdot \Delta K < 0$: questo implica che costi e uso dei fattori variano in modo inversamente proporzionale, ovverosia che le domande dei fattori sono inclinate negativamente.