PERCORSO SUI PRINCIPALI CONCETTI ECONOMICI
④ ANALISI DEI COSTI DELL'IMPRESA

I diversi fattori produttivi offrono diversi gradi di flessibilità: alcuni possono essere variati istantaneamente (per esempio il consumo di energia), altri richiedono mesi (per esempio addestrare un lavoratore) ed altri addirittura anni (basti pensare alla costruzione di un impianto petrolchimico).

Nella analisi dei costi si distingue tipicamente tra due casi estremi: almeno un fattore è fisso (**BREVE PERIODO**) e tutti i fattori sono variabili (**LUNGO PERIODO**). Vediamo come differisce il comportamento d'impresa nei due casi, restando nell'ambito di due soli fattori produttivi.

① BREVE PERIODO ($K = \overline{K}$)

Se vi è un solo fattore variabile, il lavoro, non vi è una reale scelta tra combinazioni alternative ⇨ la quantità di fattore domandato dipende dalla produzione che si vuole effettuare, ed analogamente il costo di produzione dipende dalla stessa quantità.

Indicando con w il salario per unità di lavoro e con r il costo d'uso dei servizi del capitale, definiamo la **FUNZIONE DI COSTO** (ovvero i **COSTI TOTALI** (TC)) come

$$C = w \cdot L + r \cdot K$$

Se $K = \overline{K}$, una parte dei costi è fissa e indipendente dal livello di produzione, mentre la parte relativa al lavoro varia col variare delle produzione.

Chiamiamo

COSTI FISSI (FC) $= r \cdot \overline{K}$

COSTI VARIABILI (VC)$= w \cdot L$ dove $L = f(Y)$

Possiamo anche ridefinire tutte le stesse grandezze in termini unitari.

☞COSTO MEDIO per unità di prodotto

$$(\text{ATC}) = \frac{TC}{Y} = \frac{w \cdot L + r \cdot \overline{K}}{Y}$$

☞COSTO MEDIO FISSO per unità di prodotto

$$(\text{AFC}) = \frac{FC}{Y} = \frac{r \cdot \overline{K}}{Y}$$

☞COSTO MEDIO VARIABILE per unità di prodotto

$$(\text{AVC}) = \frac{VC}{Y} = \frac{w \cdot L(Y)}{Y}$$

Ovviamente vale il fatto che

ATC=AVC+AFC

Invece il **COSTO MARGINALE** (MC) è l'incremento di costo dovuto all'ultima unità di produzione aggiunta

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Y} \xrightarrow[\Delta Y \to 0]{} \frac{dC}{dY}$$

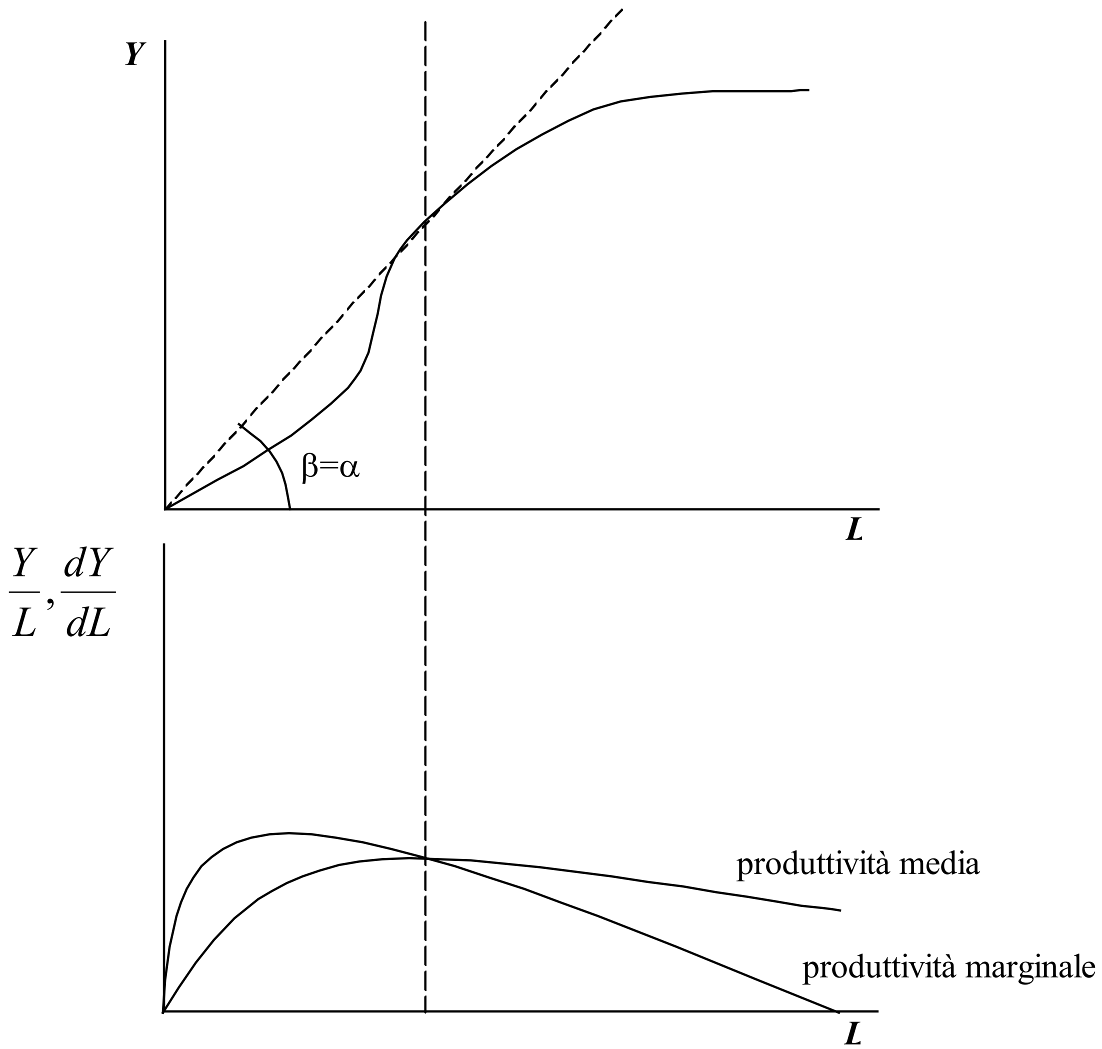
Poiché i costi fissi non variano con il livello di produzione, vale anche che

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Y} = \frac{\Delta VC}{\Delta Y} + \frac{\Delta FC}{\Delta Y} = \frac{\Delta VC}{\Delta Y}$$

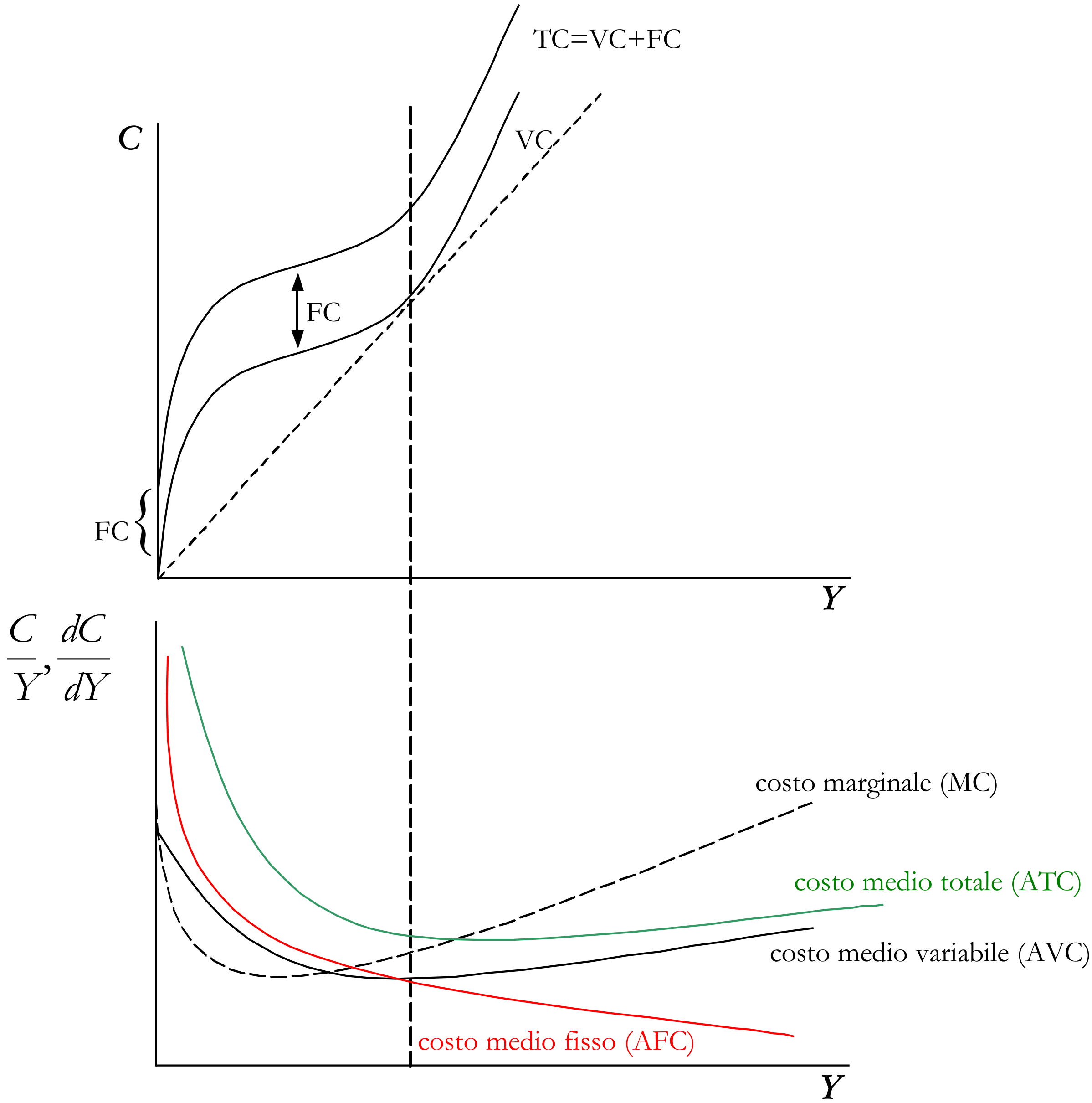
$$\frac{\Delta VC}{\Delta Y} \xrightarrow[\Delta Y \to 0]{} \frac{d(w \cdot L)}{dY} = \frac{w \cdot dL}{dY} = \frac{w}{\frac{dY}{dL}} = \frac{w}{MP_L}$$

Vi è quindi una relazione di proporzionalità inversa tra produttività marginale e costo marginale: **quando cresce la produttività marginale, diminuisce il costo marginale, e viceversa.**

Supponiamo che la tecnologia della funzione di produzione sia descrivibile da una curva che presenta produttività marginale prima crescente e poi decrescente.



Allora esiste una perfetta simmetria con l'andamento delle curve di costo marginale e costo medio variabile (il costo medio fisso altro non è che una aggiunta decrescente con le quantità prodotte).



Possiamo fare le seguenti osservazioni:

☞ la curva dei costi totali (TC) è una traslazione in alto della curva dei costi variabili (VC), la distanza essendo data dai costi fissi (FC).

☞ la curva di costo marginale (MC) è interpretabile come la pendenza della curva dei costi totali TC (o della curva dei costi variabili VC, in quanto parallela a TC).

☞ le curve del costo medio variabile (AVC) e del costo medio totale (ATC) corrispondono alla pendenza di un raggio che congiunge l'origine con un punto delle rispettive curve.

☞ la curva del costo medio totale (ATC) converge alla curva del costo medio variabile (AVC) in quanto la curva del costo medio fisso (AFC) tende a zero con la quantità prodotta che tende ad infinito.

☞ la curva del costo marginale MC interseca le curve di costo medio totale ATC e costo medio variabile AVC nel loro punto di minimo. Infatti quando MC<ATC, il contributo ai costi di ogni unità aggiuntiva prodotta deve ridurre il costo medio pre-esistente, e deve invece aumentarlo se MC>ATC. Analogamente per AVC.

Più formalmente, si osservi il seguente problema

$$\min_Y ATC = \min_Y \frac{TC(Y)}{Y}$$

Ponendo uguale a zero la derivata prima

$$\frac{\frac{dTC(Y)}{dY}\cdot Y - TC(Y)}{Y^2} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad MC = \frac{dTC(Y)}{dY} = \frac{TC(Y)}{Y} = ATC$$

Analogamente

$$\min_Y AVC = \min_Y \frac{VC(Y)}{Y}$$

comporta che

$$\frac{\frac{dVC(Y)}{dY}\cdot Y - VC(Y)}{Y^2} = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad MC = \frac{dVC(Y)}{dY} = \frac{VC(Y)}{Y} = AVC$$

Esempio: tecnologia Cobb-Douglas

$$Y = L^\alpha K^\beta$$

Nel breve periodo $K = \overline{K}$, e quindi la quantità di lavoro che occorre dipende dal livello di produzione che si intende effettuare. Invertendo la funzione di produzione (*domanda condizionata di lavoro*)

$$L = Y^{\frac{1}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

e la funzione di COSTO MINIMO è data da

$$C = w \cdot Y^{\frac{1}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}} + r \cdot \overline{K}$$

Applicando le definizioni precedenti

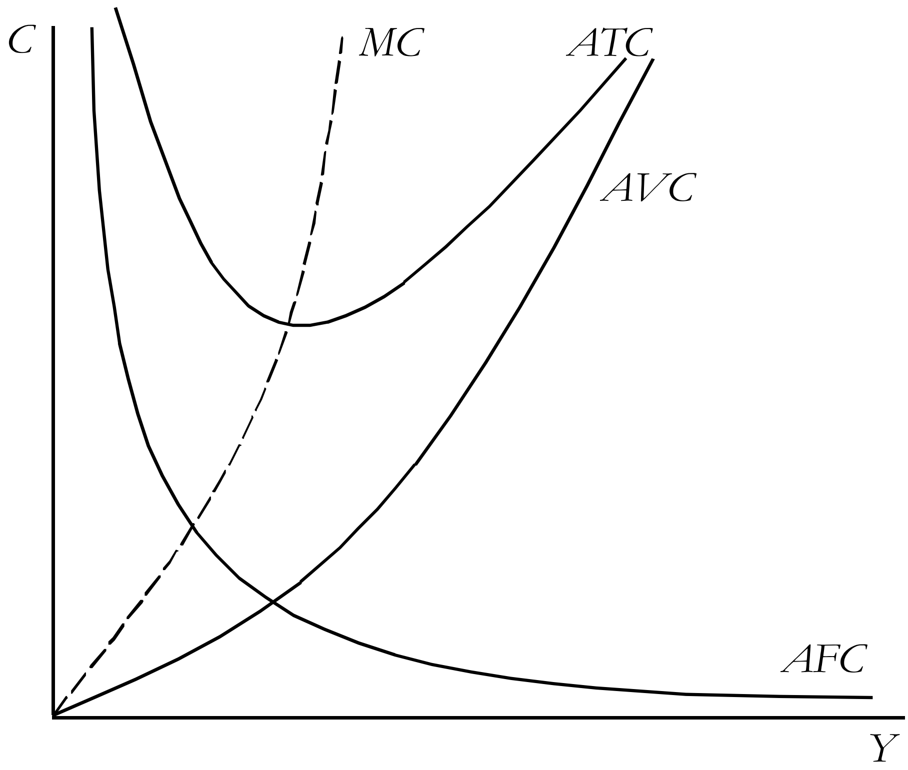
$$\text{ATC} = \frac{C}{Y} = \frac{w \cdot Y^{\frac{1}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}} + r \cdot \overline{K}}{Y} = w \cdot Y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}} + r \cdot \frac{\overline{K}}{Y}$$

$$\text{AVC} = w \cdot Y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

$$\text{AFC} = r \cdot \frac{\overline{K}}{Y}$$

$$\text{MC} = \frac{dC}{dY} = w \cdot \frac{1}{\alpha} Y^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \overline{K}^{-\frac{\beta}{\alpha}}$$

Notiamo che MC>AVC se $\alpha < 1$.
Graficamente



② LUNGO PERIODO (*K* variabile)

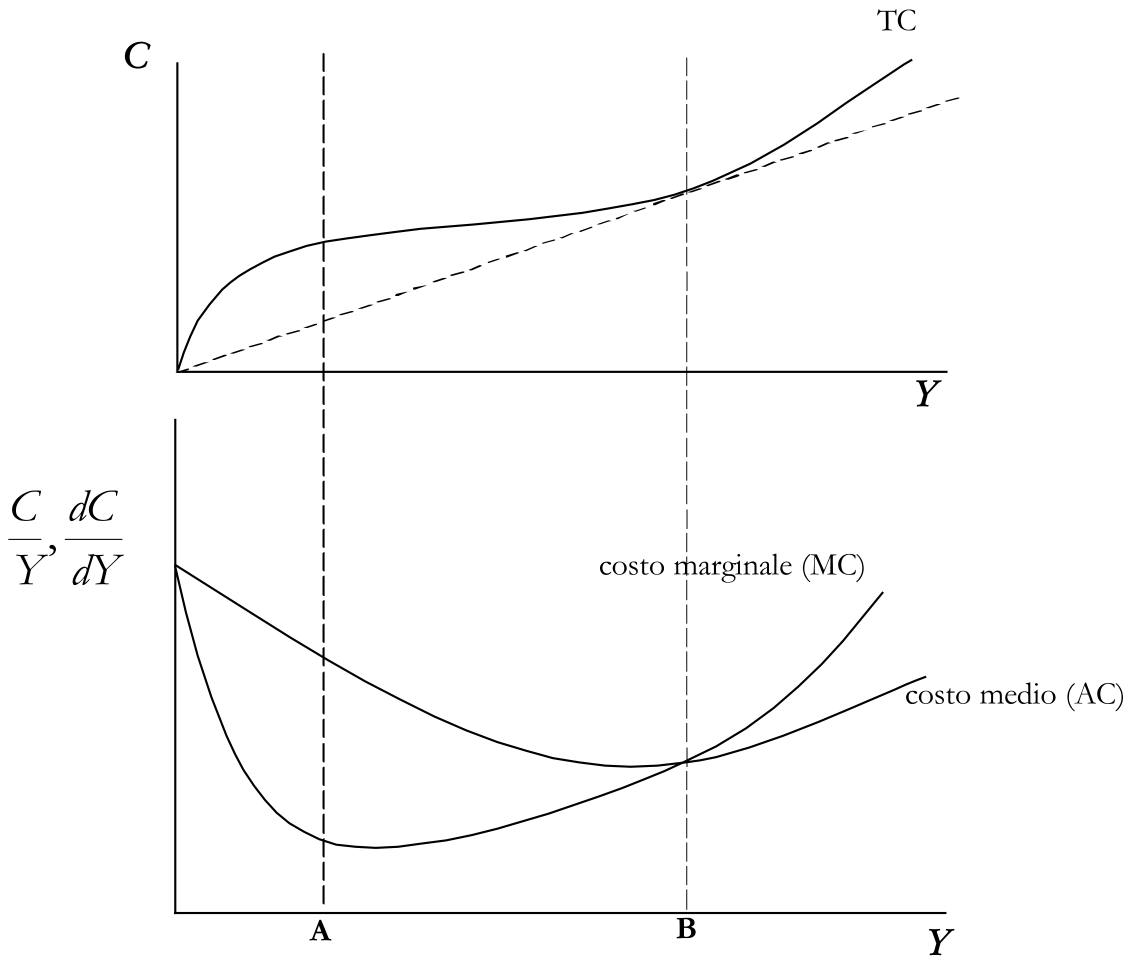
L'impresa deve scegliere la combinazione dei fattori che corrisponda al costo di produzione minimo per unità di prodotto. Abbiamo già mostrato nella dispensa precedente che la funzione di costo minimo corrisponde al punto di tangenza su ciascun isoquanto, associato al minor costo.

Così come nel breve periodo vi era una relazione tra produttività marginale del fattore lavoro e curva di costi variabili, analogamente vi è una relazione tra rendimenti di scala e curva di costi totali. Infatti:

➤ quando i rendimenti di scala sono decrescenti, il costo medio è crescente (e quindi il costo marginale è maggiore di quello medio).

➤ quando i rendimenti di scala sono costanti, il costo medio è costante e coincide con il costo marginale.

➤ quando i rendimenti di scala sono crescenti, il costo medio è decrescente (e quindi il costo marginale è minore di quello medio).



Si possono anche fare le seguenti osservazioni:

☞ la curva TC nel lungo periodo parte dall'origine perché non vi sono costi fissi.

☞ la curva MC è sempre interpretabile come la pendenza della curva TC. La curva AC corrisponde sempre alla pendenza di un raggio che congiunge l'origine con un punto della curva.

☞ la curva MC interseca le curve AC nel punto di minimo.

Una impresa difficilmente opererà nel tratto discendente della curva di costi medi, in quanto basterebbe aumentare la produzione per ottenere un aumento dei profitti (grazie alla caduta dei costi).

* * *

Per prevedere la struttura dell'industria (cioè l'insieme di tutte le imprese) è quindi importante conoscere dove si collochi il punto di minimo di AC:

▸ se in corrispondenza di elevate quantità (o addirittura superiori a quanto assorbibile dal mercato) avremo come probabile una sola impresa (*monopolio naturale*)

▸ se in corrispondenza di piccole quantità avremo piuttosto un settore molto concorrenziale data la non convenienza a sviluppare troppo la scala di produzione.

Secondo questa analisi si mostra come lo stato della tecnologia dia forma alla struttura produttiva di un settore produttivo.

* * *

In che relazione stanno i comportamenti di breve con i comportamenti di lungo periodo ?

Poiché nel breve periodo almeno un fattore è dato ($K = \overline{K}$), quello stesso fattore verrebbe ottimalmente domandato in corrispondenza di uno specifico livello di produzione

$$\overline{K} = K^* = f(\overline{Y}, w, r)$$

Allora in corrispondenza di $\overline{Y}$ la scelta dei fattori nel breve periodo coincide con quella ottima del lungo periodo (in quanto ci troviamo ad avere proprio quella dotazione di K che avremmo liberamente scelto).

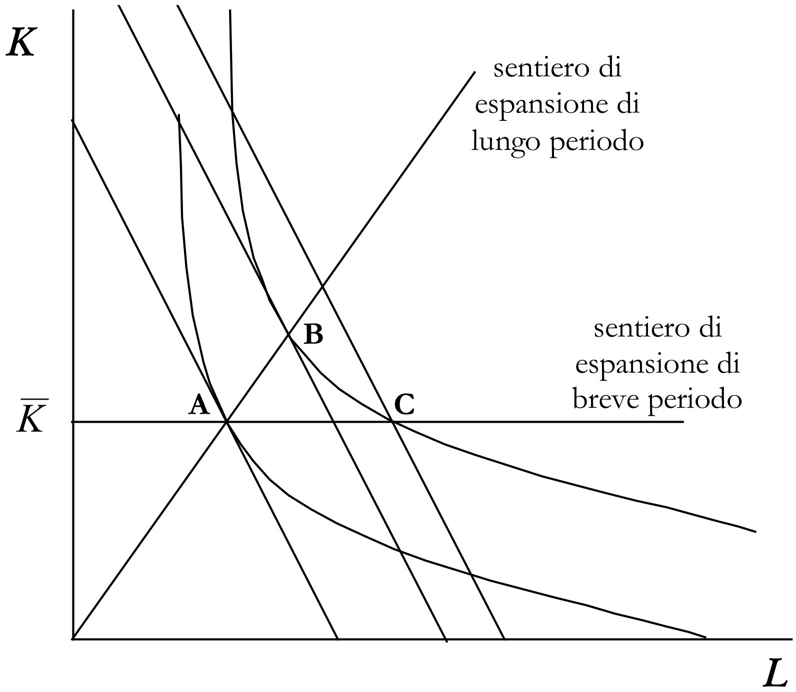
Per $\forall Y, Y \neq \overline{Y}$ lo stock di capitale è inappropriato, e quindi l'impresa sopporta dei costi aggiuntivi dovuti alla impossibilità di aggiustare ottimamente il fattore K.

Quindi i costi di breve periodo eccedono sempre (o al meglio sono uguali) i costi di lungo periodo ⇨ le curve dei costi di lungo periodo sono l'*inviluppo* delle curve dei costi di breve periodo.

La differenza può essere visualizzata guardando alla differenza tra il sentiero di espansione di breve periodo (vincolato da $K = \overline{K}$) e sentiero di espansione di lungo.

Per passare dal primo al secondo isoquanto nel lungo periodo l'impresa adegua sia L che K e quindi passa dal punto **A** al punto **B**.

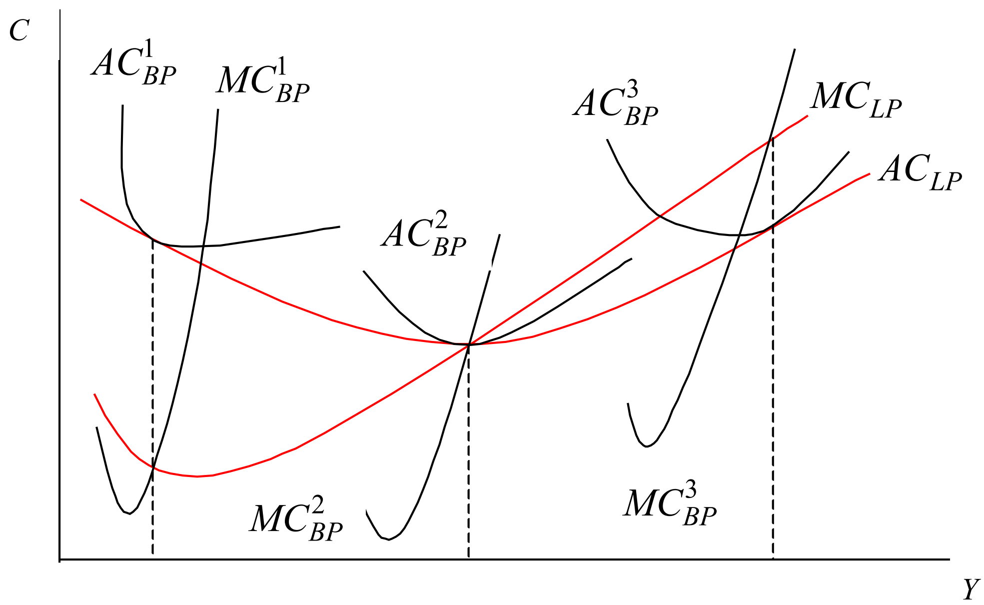
Nel breve periodo può modificare solo L e quindi è costretta a passare dal punto **A** al punto **C**. Ma per **C** passa una curva di isocosto più elevata.



Variando il livello di capitale si possono disegnare diverse curve di costo medio di breve periodo, che sono tutte superiori alla corrispondente curva di costo di lungo periodo. Si dice così che la curva dei costi di lungo periodo costituisce l'**inviluppo** delle curve dei costi di breve periodo.

Si noti che in corrispondenza dei livelli di produzione dove le curve di breve periodo sono tangenti a quella di lungo periodo, i corrispondenti costi marginali devono coincidere.

Questo significa che la curva di offerta dell'impresa (che coincide con la curva di costo marginale) nel lungo periodo **è più elastica** della curva di offerta nel breve periodo, perché l'impresa è in grado di variare simultaneamente tutti i fattori produttivi.



Esempio: tecnologia Cobb-Douglas

Sostituendo nella definizione di costo le domande condizionate dei fattori produttivi troviamo la FUNZIONE DI COSTO MINIMO, ovvero quanto occorre spendere per realizzare ogni determinato livello di produzione scegliendo ottimalmente la combinazione dei fattori

$$C = w \cdot L^* + r \cdot K^* = w \cdot \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\alpha r}{\beta w} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + r \cdot \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\beta w}{\alpha r} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} =$$

$$= \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} w^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} r^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right] = \overline{Y}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} (\alpha+\beta) = C\left(\underset{+}{\overline{Y}}, \underset{+}{w}, \underset{+}{r} \right)$$

In questo caso (LUNGO periodo) non esiste più la distinzione tra costi fissi e costi variabili. Pertanto abbiamo

$$\text{ATC} = \frac{Y^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} (\alpha+\beta)}{Y} = Y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} (\alpha+\beta)$$

$$\text{MC} = \frac{dC}{dY} = Y^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{w}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{r}{\beta} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

Di nuovo, MC>ATC se $(\alpha+\beta)<1$ (rendimenti di scala decrescenti) $\Rightarrow$ i costi medi per unità di prodotto aumentano con la scala di produzione.

Se invece MC<ATC (ovvero $(\alpha+\beta)>1$ - rendimenti di scala crescenti), allora i costi medi per unità di prodotto diminuiscono con la scala di produzione.

Infine se $(\alpha+\beta)=1$ (rendimenti costanti di scala) la funzione di costo minimo può essere riscritta come

$$C = C\left(\underset{+}{Y}, \underset{+}{w}, \underset{+}{r} \right) = C\left(\underset{+}{w}, \underset{+}{r} \right) Y$$

e quindi

$$\text{ATC} = C(w,r) = \text{MC}.$$

In altre parole, rendimenti costanti di scala comportano costi medi e marginali costanti ed indipendenti dal livello di produzione.

Esempi di funzioni di costo con altre tecnologie

a) tecnologia lineare del tipo $Y = \alpha L + \beta K$

In questo caso i rendimenti di scala sono costanti, e le produttività marginali sono costanti. L'offerta è quindi indefinita.

Gli isoquanti sono rette, in quanto i fattori produttivi sono perfetti sostituti ⇨ l'intersezione tra isoquanti ed isocosti avviene nelle intersezioni con gli assi. La scelta ottimale riguarderà quindi l'impiego del fattore che ha il costo per unità di prodotto inferiore.

La funzione di costo minimo quindi avrà forma

$$C = \min\left[\frac{w}{\alpha};\frac{r}{\beta}\right]\cdot Y$$

b) tecnologia a coefficienti fissi di produzione del tipo $Y = \min(\alpha L;\beta K)$.

In questo caso i rendimenti di scala sono costanti, mentre la produttività marginale è nulla: non serve infatti aumentare l'impiego di un fattore senza variare l'altro.

Occorrono $\frac{\alpha}{\beta}$ unità di L per ogni unità di K se si vuole aumentare la produzione: i fattori produttivi sono quindi perfetti complementi.

Poiché occorrono $\frac{1}{\alpha}$ unità di L e $\frac{1}{\beta}$ unità di K per una unità di produzione, la funzione di costo minimo quindi avrà forma

$$C = \left[\frac{w}{\alpha}+\frac{r}{\beta}\right]\cdot Y$$