Disuguaglianza e crescita
Materiali didattici

Daniele Checchi
Università degli Studi di Milano
febbraio 1997

Sommario:

The difference of natural talents in different men is, in reality, much less than we are aware of; and the very different genius which appears to distinguish men of different professions, when grown up to maturity, is not upon many occasions so much the cause, as the effect of the division of labour. The difference between the most dissimilar characters, between a philosopher and a common street porter, for example, seems to arise not so much from nature, as from habit, custom, and education. When they came into the world, and for the first six or eight years of their existence, they were, perhaps, very much alike, and neither their parents nor play-fellows could perceive any remarkable difference. About that age, or soon after, they come to be employed in very different occupations. The difference of talents comes then to be taken notice of, and widens by degrees, till at last the vanity of the philosopher is willing to acknowledge scarce any resemblance. But without the disposition to truck, barter, and exchange, every man must have procured to himself every necessary and conveniency of life which he wanted. All must have had the same duties to perform, and the same work to do, and there could have been no such difference of employment as could alone give occasion to any great difference of talents.

A.Smith, The Wealth of Nations, I,ii, pp.28-29

Introduzione

In questo lavoro si passano in rassegna diversi modelli, accomunati dal trattare congiuntamente i temi della crescita e della disuguaglianza. Originariamente questi materiali costituivano parte integrale di una monografia dal titolo *Disuguaglianza e conflitto distributivo*. Successivamente ragioni editoriali ed il desiderio di non escludere potenziali lettori spaventati dalla formalizzazione hanno raccomandato l'esclusione della parte modellistica. Ritenendo che essi possano comunque costituire un utile ausilio didattico, ho raccolto e ordinato la presentazione di alcuni modelli rappresentativi dei diversi risultati ottenuti dalla letteratura su disuguaglianza e crescita nel corso dell'ultima trentina d'anni. Per il lettore interessato all'approfondimento, le tematiche individuate in questo lavoro sono discusse in modo più esteso nel volume *La disuguaglianza - Istruzione e mercato del lavoro*, in corso di pubblicazione per i tipi della casa editrice Laterza.

Il problema della disuguaglianza è esaminato partendo dalla *distribuzione funzionale* dei redditi (o primaria, quella cioè basata sui ruoli produttivi - salari, profitti e rendite). Si parte dal riprendere le principali teorie sulla distribuzione funzionale del reddito, quella marginalista che associa la remunerazione di un fattore al suo contributo marginale (sezione 1.1) e quella basata sul livello della domanda effettiva (sezione 1.2). In questi due approcci, solo nell'ambito del secondo è possibile porre la domanda sull'esistenza di un possibile legame tra disuguaglianza e crescita.

È infatti nell'ambito delle "vecchie" teorie della crescita di ispirazione keynesiana che si riscontra un legame (positivo) tra quota dei profitti sul valore aggiunto e tasso di crescita garantito. Se nel contempo si analizza il legame tra la stessa quota e un qualunque indicatore di disuguaglianza (per esempio l'indice di Gini), ci si accorge di come disuguaglianza e crescita possano essere correlate positivamente in quanto dipendenti dalla stessa variabile (paragrafo 2.1). Secondo questa impostazione rimane cruciale la distribuzione funzionale dei redditi, e non quella personale: si può infatti mostrare che non conta quello che percepiscono personalmente capitalisti o lavoratori (che possono rispettivamente ottenere redditi da lavoro o da capitale), quanto piuttosto è rilevante per le prospettive di crescita la decisione di risparmio dei possessori dei fattori cumulabili (sezione 2.2).

Viceversa, il problema della disuguaglianza scompare in un contesto neoclassico caratterizzato da rendimenti marginali decrescenti dei fattori cumulabili, in quanto modalità comuni di risparmio in una popolazione caratterizzata da un diverso grado di possesso del fattore capitale producono la convergenza ad una distribuzione egualitaria dei redditi (sezione 2.3).

È solo nell'ambito dei più recenti modelli di political economy che si possono ottenere risultati differenti sul rapporto tra disuguaglianza e crescita: se infatti maggior disuguaglianza produce una più intensa pressione politica a favore di politiche redistributive, e queste hanno un effetto disincentivante sugli investimenti, può darsi il risultato che maggior disuguaglianza produca minor crescita (sezione 2.4).

Se ci si interroga sulle cause della disuguaglianza nella distribuzione personale dei redditi, la teoria economica offre diverse spiegazioni, non necessariamente alternativa. La prima spiegazione invoca differenze nella dotazione di abilità degli individui alla nascita: in questo caso si può definire una allocazione Pareto-efficiente degli individui ai diversi ruoli produttivi in accordo con la loro dotazione iniziale, e la disuguaglianza che ne consegue è socialmente desiderabile (sezione 3.1). Se le dotazioni individuali non sono direttamente osservabili, può darsi la possibilità di inferire la qualità dei singoli lavoratori dal curriculum scolastico degli stessi: in questo caso la differenza nel grado di istruzione acquisita si riflette nella differenza della capacità di guadagno individuale, ma questo non è che il riflesso di una disuguaglianza originaria nelle dotazioni (sezione 3.2). Un'impostazione parzialmente diversa attribuisce invece al percorso scolastico la capacità di modificare la capacità produttiva degli individui, attraverso l'accrescimento del loro capitale umano: in questo caso la diversa dotazione di abilità naturali può ancora rappresentare una ragione per la diversità nelle capacità di guadagno, ma possono anche introdursi ragioni relative alla diversa dotazione di ricchezza familiare (sezione 3.3). Si può infatti far vedere che la disuguaglianza di una generazione può riflettersi in quella successiva quando vi sia ereditarietà non solo della ricchezza finanziaria, ma anche dell'abilità naturale (sezione 3.4). Da ultimo si considera anche la possibilità che la disuguaglianza sia totalmente indipendente dalle caratteristiche individuali dei singoli lavoratori, e che invece dipenda dalle strategie retributive delle imprese, le quali, in un contesto di salari di efficienza, offrono contratti diversi a persone identiche per creare una divisione artificiale tra i lavoratori che ne riduca il potere contrattuale (sezione 3.4).

Data un distribuzione diseguale delle risorse, il problema che interessa dal punto di vista del benessere sociale è quello di determinare il suo grado di persistenza nel tempo. Al riguardo si analizza come l'indivisibilità dell'investimento in capitale umano, combinata con l'imperfezione dei mercati finanziari, possano produrre disuguaglianza persistente nel tempo (sezioni 4.1 e 4.2). Questo porta a concentrare l'attenzione sulle caratteristiche del finanziamento dell'acquisizione dell'istruzione, in quanto un sistema di finanziamento diretto per via familiare offre maggiori incentivi (in quanto internalizza in senso dinastico i benefici della maggior istruzione) ma produce nel contempo maggior disuguaglianza (sezione 4.3). Un ulteriore aspetto è rappresentato dagli effetti dell'ambiente di formazione (indicato in letteratura come capitale sociale), che attraverso modelli comportamentali e/o forme di finanziamento locale possono produrre il risultato di persistenza nel tempo della disuguaglianza (sezione 4.4).

Da ultimo si mostra come i comportamenti contrattuali dei sindacati possano influenzare il grado di disuguaglianza nella distribuzione dei redditi, producendo conseguenze in termini di competitività e crescita del sistema produttivo nazionale (sezione 5).

Nel complesso i materiali riportati in questa dispensa permettono di esaminare come la letteratura economica corrente abbia affrontato il tema della disuguaglianza, e quali risultati sia in grado di offrire. Restano totalmente inesplorati altri risvolti, quali per esempio quelli relativi ai riflessi che la disuguaglianza produce sui comportamenti individuali.

Elenco dei modelli presentati in questa rassegna

1. Kaldor N. 1955, Alternative theories of distribution, *Review of Economic Studies* 1955-56, p.83-100 (trad.it.: *Teorie alternative della distribuzione* in Lunghini G. 1971 (a c.di), *Valore, prezzi ed equilibrio generale*, Mulino)
2. Pasinetti L. 1962, Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth, *Review of Economic Studies* 29, p.267-279
3. Bertola G. 1993, Factor shares and savings in endogenous growth, *American Economic Review* 83/5, p.1184-1198
4. Stiglitz J. 1969, Distribution of income and wealth among individuals, *Econometrica* vol.37/3, p.382-397
5. Persson T.-Tabellini G. 1994, Is inequality harmful for growth ?, *American Economic Review* 84/3, p.600-621
6. Murphy K.-Shleifer A.-Vishny R. 1990, The allocation of talent: implication for growth, *Quarterly Journal of Economics*, May 1991, p.503-530
7. Stiglitz J. 1975, The theory of "screening", education and the distribution of income, *American Economic Review* 64 vol.3 p.283-300

8. Bowles S. 1985, The production process in a competitive economy: Walrasian, Neo-Hobbesian, and Marxian models, *American Economic Review* 75/1, p.16-36
9. Becker G.-Tomes N. 1986, Human capital and the rise and fall of families, *Journal of Labor Economics* vol.4, p.S1-S39
10. Galor O.-Zeira J. 1993, Income distribution and macroeconomics, *Review of Economic Studies* 60, p.35-52
11. Banerjee A.-Newman A. 1993, Occupational choice and the process of development, *Journal of Political Economy* vol.101/2, p. 274-298
12. Glomm G.-Ravikumar B. 1992, Public versus private investment in human capital: endogenous growth and income inequality, *Journal of Political Economy* vol.100/4, p.818-834
13. Benabou R. 1996, Equity and efficiency in human capital investment: the local connection, *Review of Economic Studies*, 63, p.237-264
14. Agell J.-Lommerud K.E. 1993, Egalitarianism and growth, *Scandinavian Journal of Economics* 95, pp.559-579

Sezione 1 - **Teorie alternative sulla distribuzione funzionale del reddito**

1.1 - La distribuzione funzionale del reddito secondo l'approccio neoclassico

Sia rappresentata la tecnologia di produzione come

$$Y = f\,(L, K, T) \tag{1.1}$$

dove Y è la produzione, L è il numero di lavoratori, K è lo stock di capitale e T è la terra e ogni altra risorsa scarsa che debba essere affittata durante il processo produttivo. Se l'impresa massimizza i profitti risolve il seguente problema

$$\max_{L,K,T} \quad Y - w \cdot L - r \cdot K - s \cdot T \tag{1.2}$$

dove w = salario, r = costo d'uso del capitale, e s = canone d'affitto della risorsa esauribile; w, r e s sono dati dal mercato. La soluzione del problema (1.2) consiste nell'utilizzare i fattori fino al punto in cui le loro produttività marginale eguagliano i rispettivi costi. Indicando con un asterisco queste soluzioni, deve valere che

$$\begin{cases} f_L\,(L^*, K^*, T^*) = w \\ f_K\,(L^*, K^*, T^*) = r \\ f_T\,(L^*, K^*, T^*) = s \end{cases} \tag{1.3}$$

dove $f_L(L^*, K^*, T^*) = \dfrac{\partial f\,(L, K, T)}{\partial L}$ = produttività marginale del fattore lavoro, e analogamente f_K e f_T. Se esistono rendimenti costanti di scala deve valere sempre che

$$f\,(\alpha L, \alpha K, \alpha T) = \alpha f\,(L, K, T) \tag{1.4}$$

cioè aumentando l'uso dei fattori di un fattore proporzionale α, anche il livello della produzione deve crescere dello stesso fattore.[1] Derivando rispetto ad α entrambi i lati dell'uguaglianza (1.4) si ottiene la applicazione del teorema di Eulero

$$f_L \cdot L + f_K \cdot K + f_T \cdot T = f\,(L, K, T) \tag{1.5}$$

e sostituendo le condizioni (1.3) nell'equazione (1.5) si ottiene

$$f\,(L, K, T) = w \cdot L + r \cdot K + s \cdot T \tag{1.6}$$

Si dimostra così che distribuendo a ciascun fattore secondo la sua produttività marginale, il prodotto viene interamente distribuito.[2]

1.2 - La distribuzione funzionale del reddito secondo l'approccio della domanda

Si supponga che lavoratori e capitalisti (che includono anche i rentier) spendano rispettivamente le frazioni c_w e c_k del loro reddito, dove ovviamente la propensione a spendere dei primi è più alta di quella dei secondi (ovvero $1 \geq c_w > c_k$). Allora il risparmio che si determina è pari a

---

[1] Matematicamente, diciamo che la funzione f è omogenea di grado 1.

[2] Questo risultato dipende crucialmente dall'assunzione dell'omogeneità di grado 1 della funzione di produzione. Se questa condizione cade (perchè i rendimenti di scala non sono costanti), il prodotto può restare parzialmente non assegnato (caso di rendimenti di scala crescenti) o essere insufficiente (caso di rendimenti di scala decrescenti).

$$S = Y - C = Y - c_w \cdot W - c_k \cdot \Pi \tag{1.7}$$

dove S = risparmio del settore privato, Y = valore aggiunto del settore privato (considerato uguale al reddito disponibile), C = consumo del settore privato, W = totale dei salari (monte salari) e Π = totale dei profitti. Usando la definizione di valore aggiunto come somma di salari e profitti si ottiene

$$S = (W + \Pi) - c_w \cdot W - c_k \cdot \Pi = s_w \cdot W + s_k \cdot \Pi \tag{1.8}$$

dove s_w e s_k sono rispettivamente le propensioni al risparmio di lavoratori e capitalisti. Immaginando per semplicità un'economia chiusa agli scambi con l'estero e senza settore pubblico, la condizione di uguaglianza tra domanda e produzione può essere espressa come uguaglianza tra risparmio del settore privato ed investimenti, indicati con I

$$\frac{I}{Y} = \frac{S}{Y} = s_w \cdot \frac{W}{Y} + s_k \frac{\Pi}{Y} = s_w + (s_k - s_w) \cdot \frac{\Pi}{Y} \tag{1.9}$$

Considerando che la variabile sotto il diretto controllo dei capitalisti sono gli investimenti, l'equazione (1.9) può essere meglio interpretata quando venga riscritta come

$$\frac{\Pi}{Y} = \frac{1}{s_k - s_w} \cdot \frac{I}{Y} - \frac{s_w}{s_k - s_w} \tag{1.10}$$

che corrisponde al caso dell'"orcio della vedova".[3] Se poi si assume che i lavoratori guadagnino al livello di sussistenza (tale per cui non restano loro margini di risparmio, e quindi $s_w = 0$), ed indicando con ν il rapporto tra capitale e prodotto, si ottiene quella che è nota come "equazione di Cambridge"

$$r = \frac{\Pi}{K} = \frac{1}{s_k \cdot \nu} \cdot \frac{I}{Y} = \frac{1}{s_k} \cdot \frac{I}{K} = \frac{1}{s_k} \cdot g \tag{1.11}$$

Essa indica che il tasso di profitto dipende dal tasso di crescita del capitale, per ogni dato comportamento di risparmio dei capitalisti.[4]

Se poi si considera che i profitti vengano determinati come ricarico μ sui costi variabili (nel caso specifico rappresentati dai soli costi salariali), dove μ indica il grado di monopolio, abbiamo che

$$\Pi = \mu \cdot W \tag{1.12}$$

e quindi

$$Y = \Pi + \frac{\Pi}{\mu} = \left(\frac{1 + \mu}{\mu} \right) \cdot \Pi \tag{1.13}$$

[3] Si tratta di un riferimento biblico al caso di un orcio, il cui olio veniva utilizzato per preparare focaccie per un profeta in un periodo di siccità, e che miracolosamente non si vuotava mai.

[4] Vi è stato un lungo dibattito se l'equazione (1.9) (o le sue trasformazioni (1.10) o (1.11)) debbano essere interpretate come identità contabili, o possano essere intese come relazioni causali. Nel primo caso non potremmo affermare che uno dei due lati dell'uguaglianza determina l'altro, mentre possiamo farlo nel secondo caso. Poiché l'equazione (1.9) ipotizza un comportamento specifico (consumare una quota del proprio reddito e risparmiare l'altra), seguo l'interpretazione della stessa come relazione funzionale, ed è per questo che non uso il segno di identità (≡).

Quindi gli investimenti determinano i profitti, e per data distribuzione del valore aggiunto anche il reddito, replicando per questa via il più noto risultato del moltiplicatore keynesiano[5]

$$Y = \frac{1+\mu}{\mu \cdot s_k} \cdot I \tag{1.14}$$

È chiaro che l'equazione (1.14) avrebbe una forma più complessa se si rilasciasse l'assunzione di assenza di risparmio dei salariati, ma l'effetto diretto tra investimenti e reddito permarrebbe. Ma non solo: variazioni della distribuzione del reddito, modificando la propensione media al risparmio dell'intero sistema economico, modificano l'intensità di questo legame.

[5] Cfr. Kalecki 1939, cap.2

Sezione 2 - **Crescita e diseguaglianza**

2.1 - Diseguaglianza, crescita e distribuzione funzionale del reddito in un modello a due classi

Si supponga dato il reddito Y di un paese e sia $\gamma, \gamma \in (0,1)$ la quota della popolazione n appartenente alla classe dei capitalisti, a cui viene distribuita la frazione $\theta = \frac{\Pi}{Y}$ del reddito nazionale. Definendo come R_k ed R_l i redditi medi rispettivamente di un capitalista e di un lavoratore, essi saranno pari a

$$R_k = \frac{\theta Y}{\gamma n} \quad , \quad R_l = \frac{(1-\theta)Y}{(1-\gamma)n} \tag{2.1}$$

Per costruzione, se la quota di reddito dei capitalisti eccede la quota di popolazione che essi rappresentano ($\theta > \gamma$), il loro reddito medio eccede quello dei lavoratori ($R_k > R_l$). Supponiamo di misurare la diseguaglianza con l'indice di Gini.[6] Applicandolo ad un contesto di gruppi (omogenei) di popolazione ed indicando con q_i le quote di popolazione di ciascuno degli m gruppi e con $\bar{x}_i$ il reddito medio di ciascun gruppo otteniamo

$$G = \frac{1}{2n^2 \cdot \mu} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| x_i - x_j \right| = \frac{1}{2n \cdot \mu} \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{m} \left| \bar{x}_i - \bar{x}_j \right| \cdot q_i \cdot q_j \tag{2.2}$$

Nel caso di due sole classi si ha che

$$G = \frac{\left| R_k - R_l \right| \cdot \gamma (1-\gamma) \cdot 2n}{2Y} = \frac{\left(\frac{\theta Y}{\gamma n} - \frac{(1-\theta)Y}{(1-\gamma)n} \right)}{\frac{Y}{n}} \cdot \gamma (1-\gamma) = \theta - \gamma \tag{2.3}$$

La diseguaglianza si accresce tutte le volte che aumenta la quota di reddito destinata ai profitti e/o si riduce la quota di popolazione appartenente a quella classe. Definiamo ora con g il tasso di crescita (garantito) della produzione; se la tecnologia non muta nel corso del processo di crescita, il rapporto tra capitale e prodotto ν non muta, ed il capitale cresce allo stesso tasso della produzione (ignorando il problema del deprezzamento). Indicando con un puntino posto sulla variabile la sua variazione al trascorrere del tempo (cioè ponendo $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$), possiamo quindi riesprimere l'equazione (1.9) precedente come

$$g = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I}{K} = \frac{I}{Y} \cdot \frac{Y}{K} = \frac{I}{Y} \cdot \frac{1}{\nu} = \frac{S}{Y} \cdot \frac{1}{\nu} = \frac{\left(s_w \cdot \frac{W}{Y} + s_k \frac{\Pi}{Y} \right)}{\nu} = \frac{\left[s_w + (s_k - s_w) \cdot \theta \right]}{\nu} \tag{2.4}$$

Si può quindi verificare come sia la crescita g che la diseguaglianza G variano nella stessa direzione al variare di θ. Il fatto che g e θ siano positivamente correlati sotto l'ipotesi ragionevole che i capitalisti risparmino una quota del loro reddito maggiore di quanto non possano fare i lavoratori (cioè $s_k \geq s_w$) non deve far ritenere erroneamente

---

[6] Intuitivamente l'indice di concentrazione di Gini può essere interpretato come la differenza media esistente tra le risorse di due individui estratti a caso dalla popolazione, rapportata alla media dei redditi (*valore atteso della differenza relativa*). L'indice prende infatti in considerazione tutte le differenze tra ogni coppia di redditi normalizzate con la media. Esso varia tra 0 (massima uguaglianza) e 1 (massima diseguaglianza). La sua formula è

$$G = \frac{1}{2n^2 \cdot \mu} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \left| x_i - x_j \right| .$$

Se si ordinano i redditi dal più alto al più basso, G può anche essere scritto (e più facilmente calcolato) come $G = 1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2 \cdot \mu} \left[x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \ldots + nx_n \right]$, $x_1 \geq x_2 \geq \ldots \geq x_n$. Si può inoltre dimostrare che il valore misurato dell'indice è pari alla metà dello scostamento medio dalla media.

che la distribuzione funzionale "causi" la crescita, ma semplicemente che essa condizioni la determinazione del saggio garantito di crescita.[7]

2.2 - Ancora su crescita e distribuzione funzionale del reddito

Un contributo importante della letteratura sviluppatasi in seguito al dibattito sulle teorie della crescita è stato quello di mettere in luce che, nell'analizzare il rapporto tra distribuzione e crescita, è principalmente la *distribuzione funzionale dei redditi e non quella personale che deve essere presa in considerazione*.[8] Se infatti si vuole anche tener conto del fatto che i lavoratori risparmino ottenendo per ciò stesso un reddito da capitale sui loro risparmi, distribuzione funzionale e personale non coincidono più. Assumiamo quindi che i profitti vengano ripartiti tra lavoratori e capitalisti:

$$\Pi = \Pi_w + \Pi_k \tag{2.5}$$

dove Π_w e Π_k sono i profitti percepiti rispettivamente dalle due classi. In questo caso l'uguaglianza tra investimenti e risparmi richiede che

$$I = S = S_w + S_k = s_w \cdot (W + \Pi_w) + s_k \cdot \Pi_k = s_w \cdot Y + (s_k - s_w) \cdot \Pi_k \tag{2.6}$$

ovvero

$$\frac{I}{K} = \frac{s_w}{\nu} + \frac{s_k - s_w}{\nu} \cdot \frac{\Pi_k}{Y} \tag{2.7}$$

Se si suppone che la remunerazione dei capitali sia uniforme (cioè indipendente dalla tipologia del proprietario, sia esso lavoratore o capitalista: i lavoratori ottengono quindi lo stesso saggio di profitto dei capitalisti) e che *la quota di capitale posseduta dai lavoratori sia equivalente alla loro quota di contribuzione al risparmio complessivo*, si ottiene la seguente determinazione del saggio di profitto:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\Pi}{K} = \frac{\Pi_k}{K} + \frac{\Pi_w}{K} = \left(\frac{1}{s_k - s_w} \cdot \frac{I}{K} - \frac{s_w}{(s_k - s_w) \cdot \nu} \right) + \frac{r \cdot K_w}{K} = \\ &= \left(1 - \frac{K_w}{K} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{s_k - s_w} \cdot \frac{I}{K} - \frac{s_w \cdot Y}{(s_k - s_w) \cdot K} \right) = \\ &= \left(1 - \frac{S_w}{S} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{I - s_w \cdot Y}{(s_k - s_w) \cdot K} \right) = \\ &= \frac{S}{S_k} \cdot \left(\frac{s_w \cdot Y + (s_k - s_w) \cdot \Pi_k - s_w \cdot Y}{(s_k - s_w) \cdot K} \right) = \\ &= \frac{I}{s_k \cdot \Pi_k} \cdot \frac{\Pi_k}{K} = \frac{I}{K} \cdot \frac{1}{s_k} = \frac{g}{s_k} \end{aligned} \tag{2.8}$$

L'equazione (2.8) ci dice che il saggio di profitto (come indicatore della distribuzione funzionale del reddito) e il tasso di crescita (come risultato delle decisioni di investimento dei capitalisti) sono tra loro collegati solo attraverso le scelte di risparmio dei capitalisti (descritte dalla loro propensione al risparmio s_k). Qualunque sia il reddito complessivo che affluisce ai lavoratori, esso è irrilevante ai fini del legame tra distribuzione funzionale e crescita.

---

[7] La scuola neokeynesiana esprime piuttosto una interpretazione di causalità che va dalla crescita alla distribuzione del reddito. Si veda l'equazione (1.10) nella sezione precedente, e anche Pasinetti 1971, cap.5.

[8] Mi riferisco ai risultati di quello che è noto come teorema di Pasinetti: si veda Pasinetti 1962, ripreso come cap.5 di Pasinetti 1971.

Lo stesso risultato può essere derivato anche nell'ambito di modelli neoclassici di crescita quando si abbandoni il contesto di rendimenti marginali decrescenti.[9] Si può infatti affermare che quando esistano fattori produttivi cumulabili (per esempio il capitale) e fattori non cumulabili (quali il lavoro umano o le risorse naturali), sono le decisioni di risparmio relative ai redditi che remunerano i fattori cumulabili (e quindi le decisioni di risparmio dei capitalisti) che condizionano le possibilità di crescita dell'intera economia.

Immaginiamo che la tecnologia di produzione sia rappresentabile come

$$Y = A \cdot K^{1-\alpha} L^{\alpha} \tag{2.9}$$

dove Y rappresenta la produzione, K il fattore cumulabile, L il fattore non cumulabile ed A la possibilità di esternalità.[10] Ignorando differenze tra i prezzi relativi ed esprimendo tutto in termini reali, il vincolo di bilancio per un consumatore rappresentativo è

$$C + \dot{K} = w \cdot L + r \cdot K = Y \tag{2.10}$$

dove C rappresenta il consumo, w ed r le remunerazioni competitive dei fattori lavoro e capitale.[11] Il consumatore rappresentativo decide il proprio livello di consumo massimizzando l'utilità derivabile dal consumo presente e futuro: il suo programma-obiettivo prevede

$$\max_C U_0 = \max_C \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \cdot U(C_t)\, dt = \max_C \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \cdot \frac{C_t^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}\, dt \tag{2.11}$$

Data questa specifica forma funzionale della funzione di utilità (dove σ rappresenta l'elasticità dell'utilità marginale al variare del consumo), si ottiene come soluzione ottimale[12]

$$\frac{\dot{C}}{C} = \frac{r - \rho}{\sigma} \tag{2.12}$$

Se r rimane costante nel corso della crescita (e non diminuisce per via del rendimento marginale del capitale - ciò è possibile se il rapporto capitale/prodotto rimane costante, esattamente come nei modelli neokeynesiani), il consumo crescerà ad un tasso di crescita costante e sarà pari ad una quota costante della ricchezza cumulata

$$C = \frac{r(\sigma - 1) + \rho}{\sigma} \cdot K = \hat{c}_k \cdot K \tag{2.13}$$

dove $\hat{c}_k$ rappresenta la propensione (costante) a consumare la ricchezza posseduta.[13] Tenuto conto della costanza del rapporto capitale/prodotto, il sentiero bilanciato di crescita dell'intera economia sarà quindi pari a

[9] Il contesto è quello delle "nuove" teorie della crescita, in cui esistono esternalità che prevengono la caduta della produttività marginale del capitale al procedere dell'accumulazione (noti anche in letteratura come modelli *Ak*). I risultati seguenti sono ripresi da Bertola 1990, 1993 e 1994.

[10] *A* descrive la possibilità di progresso tecnico del tipo *learning by doing*, oppure la presenza di esternalità dovute all'accumulo di conoscenze tecnologiche (stock di capitale umano aggregato) o all'intervento pubblico in economia (Romer 1986). Affinché si dia la possibilità di crescita sostenuta nel tempo, occorre che *A* sia proporzionale al capitale cumulato: nel caso particolare in cui sia $A = K^{\alpha}$, il rapporto capitale/prodotto associato alla tecnologia descritta dalla equazione (2.9) rimane costante e la produttività marginale del capitale non si abbassa nel corso della crescita.

[11] Si noti che nel derivare l'equazione (2.10) di è fatto uso del teorema di Eulero (vedi paragrafo 1.1 precedente) che assicura l'esaurimento del prodotto quando i fattori siano remunerati secondo le produttività marginali e ci si trovi in presenza di rendimenti costanti di scala.

[12] Si veda per esempio Blanchard-Fischer 1989, cap.2. L'equazione (2.12) è nota come "equazione di Eulero" (da non confondere col teorema di Eulero sulla ripartizione del prodotto in presenza di rendimenti costanti di scala, di cui alla nota precedente), ed è una condizione necessaria che deve essere soddisfatta lungo ogni sentiero ottimale del consumo. Se la funzione di utilità non presenta elasticità dell'utilità marginale costante (*CRRA-constant relative risk aversion*), allora σ può essere interpretata come elasticità di sostituzione istantanea tra due livelli temporalmente contigui di consumo.

$$g = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{r - \rho}{\sigma} \tag{2.14}$$

Combinando i risultati delle equazioni (2.13) e (2.14) otteniamo

$$r = g + \hat{c}_k \tag{2.15}$$

che è sostanzialmente analogo a quanto ottenuto precedentemente con l'equazione (2.8): il saggio di profitto e il tasso di crescita sono direttamente proporzionali, e un aumento della propensione al consumo della ricchezza da parte dei capitalisti (analogo concettualmente ad una riduzione della loro propensione al risparmio) diminuisce il tasso di crescita.[14]

Questo fa sì che quando esistano nel sistema economico agenti sprovvisti di fattori cumulabili (i lavoratori) e agenti dotati solo di fattori cumulabili (i capitalisti) insorga un conflitto inerente la distribuzione funzionale del reddito. Dal momento che il loro reddito deriva dalla produzione effettuata di periodo in periodo, i primi preferiscono ottenere come remunerazione una quota più alta possibile della stessa ignorando che per questa via abbassano le prospettive di crescita future. Per contro i capitalisti, che guadagnano proporzionalmente al capitale cumulato, preferiscono un tasso di crescita più elevato, e quindi una quota di reddito destinata ai lavoratori inferiore. Immaginando che la distribuzione funzionale del reddito possa essere modificata attraverso la tassazione, ne consegue la predizione che "[si avrà] minor crescita, per ogni dato rapporto capitale/prodotto, quanto maggiore sarà la capacità di influenza politica (*political power*) degli agenti o dei gruppi di agenti che posseggono quote relativamente piccole dei fattori cumulabili".[15]

2.3 - Diseguaglianza nella distribuzione personale dei redditi in un modello di crescita neoclassico [16]

Partiamo col riesprimere la tecnologia rappresentata dalla funzione di produzione in termini pro-capite, e facciamo coincidere la dimensione della popolazione con il numero dei lavoratori presenti.

$$\frac{Y}{L} = f\left[\frac{K}{L}, \frac{L}{L}\right] \quad \Rightarrow \quad y = \phi(k), \;\; \phi' > 0, \;\; \phi'' < 0 \tag{2.16}$$

Se i prezzi sono flessibili, i mercati competitivi e l'impresa massimizza i profitti, a livello aggregato avremo che lavoro e capitale sono remunerati al valore della loro produttività marginale

$$r = \phi'(k) \tag{2.17.1}$$
$$w = \phi(k) - k \cdot \phi'(k) = \phi(k) \cdot (1 - \eta) = y \cdot (1 - \eta) \tag{2.17.2}$$

---

13 La spiegazione intuitiva dell'equazione (2.13) è la seguente: se le quote distributive restano costanti, il reddito dei lavoratori si accresce allo stesso ritmo della produzione, e analogamente fanno i loro consumi. Essi pertanto non hanno bisogno di risparmiare. I capitalisti percepiscono come reddito rK. Se essi desiderano che anche il loro consumo cresca ad un tasso di crescita analogo a quello dei lavoratori, essi devono far crescere il loro capitale allo stesso saggio g. Quindi il loro risparmio dovrà essere gK e il loro consumo non potrà che essere $(r - g)K$, che è quanto compare nell'equazione (2.13).

14 Vi è tuttavia una differenza interpretativa: nella tradizione neokeynesiana è piuttosto il tasso di crescita (dipendente dalle decisioni di investimento dei capitalisti) che determina il saggio di profitto, mentre in questo contesto sono le quote distributive (e la scelta di risparmio che endogenamente ne conseguono) che determinano il tasso di crescita (Bertola 1994).

15 Bertola 1986, pp.1196.

16 Si espone in forma semplificata il modello di Stiglitz 1969. Nel modello originario il capitale individuale è indicato con C_i invece che con K_i come nel testo.

dove η è l'elasticità del prodotto pro-capite al capitale pro-capite (che dipende dalla curvatura della funzione di produzione). Se supponiamo che ciascun individuo sia nel contempo lavoratore e possessore di capitali (anche se in modo differenziato), allora il reddito individuale per la persona *i*-esima sarà dato da

$$y_i = w + r \cdot k_i \tag{2.18}$$

dove k_i è la dotazione di capitale individuale per la persona *i*-esima. Si nota che la distribuzione dei redditi y_i dipende direttamente da quella della ricchezza k_i.[17] Supponiamo ora che il risparmio individuale sia costituito da una quota costante *s* del reddito percepito:[18] il capitale individuale si accumula al ritmo dato del risparmio, una volta dedotta l'obsolescenza δ del capitale investito.[19]

$$\dot{k}_i = s \cdot y_i - \delta \cdot k_i = s \cdot w + (s \cdot r - \delta) k_i \tag{2.19}$$

Poiché il capitale aggregato altro non è che la somma dei capitali individuali (cioè $k = \frac{K}{L} = \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{L} k_i$), allora la sua variazione dipenderà dalla accumulazione individuale.

$$\dot{k} = \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{L} \dot{k}_i = s \cdot w + (s \cdot r - \delta) \cdot \frac{1}{L} \cdot \sum_{i=1}^{L} k_i = s \cdot w + (s \cdot r - \delta) \cdot k = s \cdot y - \delta \cdot k \tag{2.20}$$

Si noti che *l'accumulazione del capitale privato è indipendente dalla distribuzione del reddito e della ricchezza*. Questo risultato contraddice esplicitamente quanto ottenuto nel paragrafo precedente, e dipende crucialmente dalla assunzione che gli individui siano nel contempo lavoratori e capitalisti.

Esiste un livello dello stock di capitale (che indichiamo con $k^* = \frac{s \cdot y(k^*)}{\delta}$) che corrisponde allo stato stazionario, dove quindi la crescita del capitale si arresta.[20] Se l'equilibrio associato allo stato stazionario è stabile,[21] il sistema economico aggregato convergerà a quel livello di capacità produttiva. Cosa succede nel frattempo all'accumulazione individuale, e quindi ai redditi individuali ? Se facciamo uso dell'equazione (2.20) e della definizione di k^* possiamo riesprimere l'equazione (2.19) come

$$\begin{aligned} \dot{k}_i &= s \cdot w + (s \cdot r - \delta) \cdot k - (s \cdot r - \delta) \cdot k + (s \cdot r - \delta) \cdot k_i = [s \cdot y - \delta \cdot k] + (\delta - s \cdot r) \cdot (k - k_i) = \\ &= \dot{k} + (\delta - s \cdot r) \cdot (k - k_i) \end{aligned} \tag{2.21}$$

Da essa si nota che durante il processo di transizione allo stato stazionario i capitali individuali si accrescono più velocemente per tutti coloro che dispongono di un capitale individuale inferiore a quello medio, e più lentamente per coloro che si trovano nella situazione opposta. Poiché le condizioni di stabilità sono identiche sia a livello

[17] Il modello originario di Stiglitz prevede una popolazione composta da gruppi omogenei di individui, che si accrescono tutti allo stesso tasso mantenendo costante la distribuzione della popolazione tra i gruppi. Inoltre si escludono politiche ereditarie che favoriscano la primogenitura, o matrimoni fuori dal gruppo di appartenenza. Nel testo si usa l'ipotesi semplificatrice di gruppi costituiti da singoli individui, assenza di crescita della popolazione e presenza di deprezzamento del capitale.

[18] Di nuovo in questo modo il risparmio è indipendente dalla distribuzione dei redditi e dipende solo da quella della ricchezza. Se il risparmio fosse funzione concava del reddito (la propensione a risparmiare diminuisce al crescere del reddito) i risultati non si modificano. Se invece fosse funzione convessa (cioè per il reddito che cresce ad infinito la propensione a risparmiare tende ad uno), allora la distribuzione della ricchezza converge ad una distribuzione non egualitaria, con una ricchezza alta ed una bassa, a seconda del livello di partenza. Questa situazione è anche Pareto superiore, perchè assicura livelli di produzione e consumo più elevati. Si veda Bourguignon 1981.

[19] Stiglitz 1969 ignora l'obsolescenza (che andrebbe più correttamente dedotta dalla remunerazione del capitale) e introduce una riduzione del capitale pro-capite dovuta alla crescita della popolazione.

[20] In realtà esistono due equilibri per l'equazione differenziale del primo ordine rappresentata dall'equazione (2.20): quello associato a $k = 0$ e quello discusso nel testo. Il primo è instabile ed il secondo è stabile.

[21] Questo vale se $sr < \delta$ ovvero quando lo stock di capitale supera una certa soglia che rende sufficientemente bassa la sua produttività marginale.

individuale che aggregato, lo stato stazionario per l'accumulazione individuale sarà quindi rappresentato da k^* in modo identico per tutti gli individui, indipendentemente dal livello di partenza. *Nello stato stazionario quindi scompare la diseguaglianza nella distribuzione dei capitali e di conseguenza in quella dei redditi*.[22]

2.4 - Diseguaglianza e crescita in un modello con scelta endogena delle politiche ottimali [23]

Continuiamo a considerare una popolazione costante, ma modifichiamo due assunzioni:
1) la tecnologia
2) la sequenza delle azioni.

Nel primo caso supponiamo che il rapporto tra capitale e prodotto sia costante in aggregato e pari a ν, mentre a livello individuale introduciamo una diversificazione delle abilità, che si riflettono sul livello di produttività di cui gode l'individuo. In simboli

$$y_i = \frac{1}{\nu}\bar{k} + e_i\bar{k} = \left(\frac{1}{\nu} + e_i\right)\bar{k}, \qquad \bar{k} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i, \qquad \bar{e} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i = 0 \tag{2.22}$$

dove y_i è il reddito ottenuto dalla persona *i*-sima, e_i è la sua abilità individuale e $\bar{k}$ è lo stock (medio) di capitale per individuo. Nella media della popolazione il contributo della abilità individuale è nullo: gli individui meno abili saranno caratterizzati da un $e_i < 0$, mentre quelli più abili presenteranno un $e_i > 0$. È facile riconoscere che

$$e_i > 0 \quad \Leftrightarrow \quad y_i > \bar{y} \tag{2.23}$$

ovvero gli individui più abili godranno di un reddito superiore a quello medio. La diseguaglianza viene quindi supposta derivare dalle caratteristiche "naturali" della popolazione, e permane nella misura in cui permane una distribuzione diseguale delle abilità individuali.

Per quanto riguarda la sequenza delle azioni, consideriamo una *struttura a generazioni sovrapposte*. Per semplicità si suppone che ciascun individuo viva per due periodi di tempo (per esempio la fase della giovinezza-maturità e quella della vecchiaia). In ogni intervallo di tempo nasce una nuova generazione e muore quella precedente.[24] Nel primo periodo di vita, da giovane, l'individuo lavora, ottiene un reddito secondo l'equazione (2.22), ne consuma una parte (pari a c_i) e ne risparmia l'altra parte (pari a k_i) per il periodo seguente, quando sarà vecchio. Il suo vincolo di bilancio da giovane sarà pertanto

$$c_{it} + k_{it+1} = y_{it} = \left(\frac{1}{\nu} + e_i\right)\bar{k}_t \tag{2.24}$$

dove c_{it} è il consumo al tempo *t* dell'individuo *i* da giovane, k_{it+1} è la sua decisione di investimento per il periodo seguente quando sarà vecchio, e $\bar{k}_t$ è lo stock medio di accumulazione scelto dalla generazione precedente. L'unico legame intertemporale che lega due generazioni contigue è quindi rappresentato dalla esternalità positiva che

[22] Stiglitz introduce un livello minimo di risparmio anche in assenza di reddito. In questo caso si individuano due equilibri di stato stazionario con capitale positivo. Poiché quello col capitale più basso è instabile, occorre che l'economia parta da una condizione iniziale di capitale superiore a quel livello. Alternativamente la distribuzione dei redditi permane non egualitaria: tutti coloro che hanno un capitale individuale inferiore a quella soglia decumulano tutto il loro capitale, mentre gli altri convergono al valore di equilibrio più elevato.

[23] Si espone in forma semplificata il modello di Persson-Tabellini 1994.

[24] Per semplicità indichiamo come *nonni*, *genitori* e *figli* tre generazioni successive. Quando la generazione dei genitori è "giovane", quella dei nonni è "vecchia", mentre quella dei figli non è ancora nata. Nascendo la generazione dei figli, muore quella dei nonni. Non sono quindi presenti più di due generazioni per ogni istante di tempo, di cui una composta da *vecchi* (che non lavorano ma vivono di rendita sugli investimenti compiuti da giovani), e l'altra composta da *giovani* (che lavorano e guadagnano sulla base delle abilità individuali).

l'accumulazione di una generazione produce sulla capacità produttiva della generazione seguente.[25] A differenza del modello presentato nel paragrafo precedente, in questo caso l'accumulo di capitale non conduce ad uno stato stazionario, in quanto la costanza del rapporto capitale-prodotto impedisce una caduta del rendimento del capitale investito, e può quindi prodursi crescita mantenuta nel tempo.

Da vecchio un individuo vive di rendita sul capitale investito. Grazie all'assunzione di costanza del rapporto capitale-prodotto, possiamo supporre che esista un tasso di rendimento (o di profitto) sul capitale investito pari ad r, che rimane costante nel tempo.[26] Supponiamo infine che esista un programma pubblico di redistribuzione della ricchezza θ. Quando $\theta = 0$ la redistribuzione è assente. Quando $\theta > 0$ si ha una redistribuzione di tipo progressivo (da chi è più ricco della media a chi è meno ricco); infine quando $\theta < 0$ la redistribuzione è regressiva (dal povero verso il ricco). Questa variabile di natura politica descrive indirettamente il grado di avversione sociale alla diseguaglianza. Si assume che ciascuna generazione scelga da giovane il grado di redistribuzione di cui intende avvalersi quando è vecchia; in questo modo il vincolo di bilancio del secondo periodo (da vecchi) avrà la forma seguente

$$c_{it+1} = rk_{it+1} + r\theta_{t+1}\left(\bar{k}_{t+1} - k_{it+1}\right) = r\left[\left(1-\theta_{t+1}\right)k_{it+1} + \theta_{t+1}\bar{k}_{t+1}\right] \qquad (2.25)$$

dove c_{it+1} rappresenta il consumo da vecchio dell'individuo i-esimo, $\bar{k}_{t+1}$ il livello medio di accumulazione raggiunto dalla sua generazione e θ_{t+1} il grado di redistribuzione scelto dalla stessa nel periodo precedente quando era giovane.

Gli individui hanno tutti le stesse preferenze, espresse in riferimento ai livelli di consumo possibili nei due periodi.[27] Assumendo per semplicità preferenze di tipo Cobb-Douglas del tipo

$$U_i = c_{it}^{\alpha} \cdot c_{it+1}^{1-\alpha}, \qquad i = 1, \dots, n \qquad (2.26)$$

possiamo derivare le scelte ottime nei livelli di consumo di ciascun individuo condizionatamente ai vincoli di bilancio espressi dalla equazioni (2.24)-(2.25).

$$c_{it} = \alpha\left[\left(\frac{1}{\nu} + e_i\right)\bar{k}_t + \frac{\theta_{t+1}}{1-\theta_{t+1}}\bar{k}_{t+1}\right] \qquad (2.27.1)$$

$$c_{it+1} = (1-\alpha)r(1-\theta_{t+1})\left[\left(\frac{1}{\nu} + e_i\right)\bar{k}_t + \frac{\theta_{t+1}}{1-\theta_{t+1}}\bar{k}_{t+1}\right] \qquad (2.27.2)$$

Dalla osservazione delle equazioni (2.27) si nota che gli individui più abili godranno di livelli di consumo maggiori, mentre è incerto l'effetto di una variazione nel grado di redistribuzione sul consumo del secondo periodo.

Se consideriamo ora il vincolo di bilancio (2.24) in versione aggregata (cioè prendendo i valori corrispondenti alla media della popolazione) otteniamo

$$\bar{c}_t + \bar{k}_{t+1} = \frac{1}{\nu}\bar{k}_t \qquad (2.28)$$

e sostituendo $\bar{c}_t$ con la sua espressione analitica derivabile dalla equazione (2.27.1) otteniamo

---

[25] Una interpretazione possibile di questo effetto è l'accumulo di conoscenze che non possono essere tenute come conoscenza privata e divengono patrimonio collettivo. Si veda al riguardo Arrow 1962 o Romer 1986.

[26] Alternativamente si può supporre che esista un mercato internazionale dei capitali, rispetto al quale il paese di riferimento è troppo piccolo per influenzarne la dinamica.

[27] Si ignora in questo caso un interesse altruistico a lasciare eredità alle generazioni future. Ogni fenomeno redistributivo avviene quindi all'interno di ogni singola generazione.

$$\bar{k}_{t+1} = \frac{1}{\nu}\bar{k}_t - \bar{c}_t = \frac{1}{\nu}\bar{k}_t - \frac{\alpha}{\nu}\bar{k}_t + \frac{\alpha\cdot\theta_{t+1}}{1-\theta_{t+1}}\bar{k}_{t+1} = \frac{(1-\alpha)(1-\theta_{t+1})}{\nu\cdot\left[1-\theta_{t+1}(1-\alpha)\right]}\bar{k}_t = (1+g)\bar{k}_t \qquad (2.29)$$

da cui

$$g = \frac{1-\alpha}{\nu}\cdot\frac{1-\theta_{t+1}}{1-\theta_{t+1}(1-\alpha)} - 1 = f(\theta), \qquad f' < 0 \qquad (2.30)$$

Abbiamo così ottenuto un espressione analitica per il tasso di crescita del capitale (o della produzione, in quanto i due tassi coincidono per mantenere costante il rapporto capitale-prodotto). Si noti che in assenza di redistribuzione ($\theta = 0$) esso coincide con quanto previsto dall'equazione (2.4), in quanto ($1-\alpha$) rappresenta la propensione al risparmio di ciascun individuo (e quindi anche quella aggregata). Si noti che il tasso di crescita si abbassa al crescere dell'ammontare di redistribuzione introdotto.[28] Questo deriva dal fatto che la tassazione riduce l'incentivo individuale alla accumulazione, in quanto una parte dei benefici della stessa viene ridistribuita a tutti. Questo induce un abbassamento della accumulazione aggregata, che si traduce poi in minori possibilità produttive per la generazione seguente.

Si tratta ora di ricostruire la scelta dell'ammontare di tassazione deliberato da ciascuna generazione. Se introduciamo le scelte ottimali descritte dalle equazioni (2.27) nella funzione di utilità individuale, otteniamo l'*utilità indiretta* di cui gode un individuo che si comporti in modo ottimizzante.

$$V_i = \alpha^{\alpha}(1-\alpha)^{1-\alpha} r^{1-\alpha}(1-\theta_{t+1})^{1-\alpha}\left\{\left(\frac{1}{\nu}+e_i\right)\bar{k}_t + \frac{\theta_{t+1}}{1-\theta_{t+1}}\bar{k}_{t+1}\right\} \qquad (2.31)$$

Ciascun individuo preferirà uno specifico grado di redistribuzione, che dipenderà tra le altre cose dalla sua dotazione di abilità individuale e_i. Se indichiamo con θ_i^* il grado di redistribuzione preferito dall'individuo *i*-esimo, possiamo dimostrare che[29]

$$\theta_i^* = \arg\max\left[V\right] = 1 + \frac{2-\alpha}{1-\alpha}\cdot\frac{1+g}{\left(\frac{1}{\nu}+e_i\right)-(1+g)} \qquad (2.32)$$

Si noti che il grado di redistribuzione desiderato decresce al crescere della abilità dell'individuo. Immaginiamo ora che il processo decisionale avvenga a maggioranza, in modo analogo a quanto descritto nel testo: ciascun individuo propone il proprio livello desiderato, e tutti votano su tutte le coppie possibili di alternative. La proposta in grado di sconfiggere tutte le altre sarà quella dell'individuo caratterizzato dalla dotazione di abilità mediana e_m.[30]

Otteniamo così un equilibrio politico-economico, dove:

i) le decisioni economiche di tutti gli agenti sono ottimali, date le politiche adottate, ed i mercati sono in equilibrio;

---

28 È infatti sufficiente considerare $\frac{\partial g}{\partial\theta} = \frac{-\alpha}{\left[1-\theta(1-\alpha)\right]^2} < 0$.

29 Nella derivazione suppongo per semplicità analitica che l'individuo *i*-esimo ignori le conseguenze aggregate del proprio comportamento, cioè pongo $\frac{\partial\bar{k}_{t+1}}{\partial\theta} = 0$. Un risultato analogo si ottiene comunque anche senza questa assunzione: si veda Persson-Tabellini 1994, equazione (7).

30 Si vedano le proprietà generali di questo processo decisionale in Grandmont 1978.

ii) la politica adottata non può essere sconfitta da nessuna alternativa in un voto a maggioranza tra i cittadini che posseggono il diritto di voto.[31]

Combinando gli elementi emersi, è facile osservare che

$$g = g\left(\theta_m^*\right) = g\left[\theta_m^*\left(e_m\right)\right], \qquad \frac{dg}{de_m} > 0 \tag{2.33}$$

Dal momento che una dotazione mediana più elevata corrisponde ad una situazione di partenza meno diseguale (condizionatamente ad una distribuzione sbilanciata sulla parte bassa, come quella dei redditi o della ricchezza), possiamo concludere che *si dovrà osservare maggior crescita nei paesi caratterizzati da una distribuzione più egualitaria delle risorse*. La ragione risiede nel minor bisogno di interventi redistributivi attuati attraverso politiche scelte per via democratica. Solo una limitazione del diritto di voto ai possidenti (fenomeno verificatosi nella fase iniziale degli attuali sistemi democratico-parlamentari) può ridurre questo tipo di inefficienza.

[31] Vedi Persson-Tabellini 1994, pg.603.

Sezione 3 - **Distribuzione personale dei redditi, abilità naturali e scolarità**

3.1 - Diseguaglianza come allocazione efficiente[32]

Consideriamo una popolazione composta da *n* individui che siano differentemente dotati di abilità produttiva. α_i indica la dotazione di abilità dell'individuo *i*-esimo; si assume che l'abilità individuale sia perfettamente osservabile. Nel seguito l'abilità viene considerata alla stregua di un fattore produttivo qualsiasi, di cui gli individui sono proprietari e che possono vendere sul mercato del lavoro. In questa economia supponiamo che esistano *m* imprese, $m < n$, la cui tecnologia è descritta dalla seguente funzione di produzione

$$q_j = \alpha_j \cdot L_j^{\beta}, \qquad \beta < 1 \tag{3.1}$$

dove α_j = abilità dell'individuo *j*-esimo che agisce come imprenditore dell'impresa *j*-esima, L_j = abilità complessivamente posseduta dai lavoratori assunti dall'imprenditore *j*-esimo. Si noti che questa tecnologia presenta rendimenti marginali decrescenti nell'abilità posseduta dai dipendenti, ma presenta rendimenti non decrescenti nell'abilità di chi agisce come imprenditore.

Su un mercato concorrenziale in cui l'abilità sia osservabile, il prezzo a cui verrà scambiata sarà identico tra tutte le imprese, perchè alternativamente converrebbe al singolo individuo andare a vendere la propria abilità all'impresa che offre la remunerazione più elevata. Inoltre, dato un prezzo unico sul mercato dell'abilità pari a *w*, ciascuna impresa assumerà lavoratori (e quindi abilità) fino al punto in cui la produttività marginale dell'abilità uguagli il suo costo *w*. Supponendo che il prezzo del prodotto omogeneo *q* sia pari a uno per semplicità, la domanda di abilità da parte dell'impresa *j*-esima sarà data da

$$L_j = \left(\frac{\beta\alpha_j}{w}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} \tag{3.2}$$

Possiamo fare due considerazioni sull'equazione (3.2):

i) la concorrenza tra lavoratori conduce ad una equalizzazione del prezzo di una unità di abilità; dal momento che i diversi individui sono diversamente dotati di abilità, questo conduce ad una differenziazione delle retribuzioni pro-capite.

ii) la massimizzazione dei profitti implicita nell'equazione precedente comporta che le imprese organizzate da individui dotati da maggior capacità organizzativa hanno dimensione maggiore, in quanto $\frac{\partial L_j}{\partial \alpha_j} > 0$. Ma non solo. Maggiore è la capacità organizzativa, maggiore è la remunerazione per unità di abilità di cui gode l'individuo che opera come imprenditore. In altri termini, diciamo che il rendimento marginale dell'abilità dell'imprenditore è crescente con la sua dotazione. Infatti, definendo i profitti dell'impresa *j*-esima come

$$\pi_j = q_j - wL_j = \alpha_j L_j^{\beta} - wL_j = \alpha_j \left(\frac{\beta\alpha_j}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} - w\left(\frac{\beta\alpha_j}{w}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} = \alpha_j^{\frac{1}{1-\beta}} \left(\frac{\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} (1-\beta) \tag{3.3}$$

la remunerazione dell'abilità imprenditoriale sarà data da

$$\frac{\pi_j}{\alpha_j} = \left(\frac{\alpha_j\beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} (1-\beta), \qquad \frac{\partial\left(\pi_j/\alpha_j\right)}{\partial\alpha_j} > 0 \tag{3.4}$$

Quindi non solo gli individui otterranno redditi complessivi diversi in quanto diversamente dotati di abilità, ma anche perchè il fattore abilità ottiene una diversa remunerazione sul mercato quando impiegato nel lavoro

[32] Si riprende qui una versione semplificata del modello di Murphy-Shleifer-Vishny 1990. Questo modello è stato originariamente proposto per studiare la scelta occupazionale degli individui più dotati (*superstars*) tra attività produttive ed attività improduttive (*rent-seeking*). Qui si riprende solo la parte relativa alla struttura occupazionale nel caso di un solo settore. Sulla stessa tematica si veda anche Agemoglu 1995.

dipendente oppure nel lavoro imprenditoriale. Si pone allora immediatamente il problema di cosa determini il ruolo produttivo svolto da ciascun individuo. La condizione (3.4) ci assicura che per persone sufficientemente dotate di abilità, la remunerazione della stessa sarà più elevata quando operano da imprenditori (in quanto $\frac{\pi_j}{\alpha_j} > w$), e quindi preferiranno operare come tali. Viceversa ci saranno individui per i quali la minor dotazione di abilità rende più conveniente la collocazione come lavoratore dipendente, in quanto $\frac{\pi_j}{\alpha_j} < w$.[33] Esisterà quindi un individuo marginale k per il quale è indifferente la collocazione lavorativa tra lavoratore dipendente ed imprenditore, in quanto

$$\frac{\pi_k}{\alpha_k} = w \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{\alpha_k \beta}{w}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}} (1-\beta) = w \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_k = \frac{w^{\frac{1}{\beta}}}{\beta} \left(\frac{1}{1-\beta}\right)^{\frac{1-\beta}{\beta}} \tag{3.5}$$

Per tutti gli individui con dotazione individuale di abilità inferiori ad α_k converrà, nel proprio interesse, fare i lavoratori dipendenti in quanto insufficientemente dotati. Per tutti gli altri converrà, sempre altrettanto egoisticamente, agire come imprenditori. *Questa allocazione degli individui è Pareto-efficiente*. Se si costringesse un individuo poco dotato a fare l'imprenditore, il suo reddito individuale sarebbe minore di quello che conseguirebbe come dipendente; ma non solo, la produzione dell'azienda da lui diretta e l'occupazione connessa risulterebbero inferiori. Analogamente, se si costringesse un individuo molto dotato di abilità a lavorare come dipendente, egli subirebbe una perdita di reddito dovuta alla minor retribuzione della propria abilità.[34] Abbiamo così ottenuto il risultato centrale del modello, che *una distribuzione differenziata delle abilità originarie conduce ad una diseguaglianza nei ruoli produttivi e nei redditi ottenibili, e quindi sia nella distribuzione funzionale che in quella personale, con caratteristiche di Pareto-ottimalità.*

Ogni politica di redistribuzione delle occupazioni è Pareto-inferiore, così come lo è una politica ridistribuiva che alteri il salario competitivo per unità di abilità. Dal momento che il salario w è determinato concorrenzialmente uguagliando l'offerta complessiva di abilità (di tutti gli individui con dotazione inferiore a α_k) con la domanda complessiva di abilità (di tutti gli individui che operano come imprenditori in quanto dotati individualmente di quantità di abilità superiori a α_k)

$$w_{equilibrio}: \qquad \int_0^{a_k} a f(a)\, da = \int_{a_k}^{a_{\max}} \left(\frac{b a_j}{w}\right)^{\frac{1}{1-b}} f(a)\, da \tag{3.6}$$

dove $f(\alpha)$ è è la densità di frequenza nella distribuzione di abilità della popolazione, ogni alterazione di w produrrà eccessi di offerta o di domanda sul mercato del lavoro, con conseguente disoccupazione in entrambi i casi (in un caso di aspiranti lavoratori dipendenti, nell'altro di aspiranti imprenditori).

3.2 - La scolarità come meccanismo selettivo e come segnale dell'abilità individuale[35]

A differenza che nel modello precedente, abbandoniamo l'ipotesi che l'abilità individuale sia osservabile: ciascun individuo conosce la sua dotazione α_i, ma questa non può essere verificata senza costi dall'esterno (*informazione asimmetrica*). Supponiamo inoltre che la produttività individuale sia proporzionale a quella dotazione

---

33 Ovviamente questo risultato dipende strettamente dalla assunzione di rendimenti marginali crescenti nella abilità implicata dall'equazione (3.1).

34 Nel modello di Murphy-Shleifer-Vishny 1990 il tasso di crescita dell'intera economia dipende dall'abilità dell'imprenditore più abile. Pertanto, se l'imprenditore costretto a lavorare come dipendente fosse il più abile, questo si tradurrebbe anche in un abbassamento del tasso di crescita generale.

35 Si espone la struttura di base del modello di Stiglitz 1975. L'articolo discute anche del caso di imperfetta informazione simmetrica sulla vera abilità individuale (cioè il caso in cui né l'individuo né l'impresa conoscono con esattezza l'esatto ammontare di abilità), e del problema di scelta dell'ammontare ottimo di scolarità che occorrerebbe in un equilibrio con votante mediano, dove la maggior scolarità rende più precisa la stima dell'abilità individuale.

$$q_i = m\alpha_i \tag{3.7}$$

Come nel caso precedente, supponiamo che esistano *m* imprese, con $m < n$ (*n* numero degli individui). Il problema per l'impresa è quello di determinare la retribuzione appropriata per ciascun individuo da assumere, tenuto conto che tutti gli individui appaiono identici quando ex-ante non può esserne osservata l'abilità individuale. Ciascuna impresa ha un ovvio interesse ad assumere i lavoratori più dotati di abilità, in quanto più produttivi, e per ottenere questo è disposta a remunerarli meglio degli altri.

Supponiamo che per semplicità esistano due sole dotazioni di abilità, elevata e bassa. La popolazione sarà quindi composta da una frazione *h* di individui con dotazione α_1 e dalla frazione complementare (1 - *h*) di individui con dotazione α_2, dove $\alpha_1 > \alpha_2$ per assunzione. La dotazione media dell'intera popolazione sarà quindi rappresentata da

$$\overline{\alpha} = h\alpha_1 + (1-h)\alpha_2 \tag{3.8}$$

In assenza di ulteriori informazioni la generica impresa *j*-sima al momento di assumere un generico individuo *i*-esimo si aspetta (in termini di valore atteso) che costui possegga un'abilità pari ad $\overline{\alpha}$, e lo remunererà in conseguenza della sua produttività individuale attesa

$$\overline{w} = \beta\overline{q} = \beta(m\overline{\alpha}), \qquad \beta < 1 \tag{3.9}$$

dove $\overline{w}$ rappresenta il salario offerto indistintamente a tutti e β è la quota di produttività riconosciuta a titolo di retribuzione. Dal momento che in concorrenza tutte le imprese si comportano identicamente, abbiamo che in assenza di qualsiasi tentativo di selezione (*screening*) tutti gli individui ottengono la stessa remunerazione $\overline{w}$ indipendentemente dalla dotazione di abilità posseduta individualmente (*no screening equilibrium*).

Supponiamo ora che esista la possibilità di individuare con sicurezza la qualità di ciascuno, per esempio sostenendo dei test attitudinali, ma che questo comporti un costo *c*. Chi avrà interesse a sostenere questo costo ? I lavoratori del tipo α_1 hanno interesse ad essere individuati come i migliori se a questo corrisponde una retribuzione più elevata della attuale anche al netto dei costi di screening che eventualmente dovrebbero sostenere.[36] Se invece vale la condizione

$$c > (w_1 - \overline{w}) = (\beta m\alpha_1 - \beta m\overline{\alpha}) = \beta m(1-h)(\alpha_1 - \alpha_2) \tag{3.10}$$

l'equilibrio in assenza di selezione permarrà nonostante l'esistenza di una possibilità di individuare la vera qualità degli individui. In questo caso gli individui meno abili del tipo α_2 vengono implicitamente sussidiati dalla presenza di individui più abili, in quanto ottengono una retribuzione più elevata della loro effettiva produttività.

Supponiamo inoltre che, qualora fosse nota alle imprese la qualità individuale, le imprese pagherebbero salari differenziati a seconda della dotazione dei singoli. Se il differenziale di reddito tra individui più e meno abili eccedesse il costo di screening, cioè se valesse la condizione

$$(w_1 - w_2) = \beta m\alpha_1 - \beta m\alpha_2 = \beta m(\alpha_1 - \alpha_2) > c \tag{3.11}$$

ci troveremmo in una situazione opposta: in questo caso sarebbe sufficiente che avvenisse un solo caso di screening (per esempio per il comportamento "irrazionale" di un individuo qualsiasi) affinché tutti gli individui del tipo α_1 trovassero conveniente sottoporsi volontariamente allo stesso screening. Infatti immediatamente le imprese abbandonerebbero la politica di offrire la stessa retribuzione a tutti (equazione (3.9)), per offrire w_1 agli individui

---

36 Questo vale ovviamente nel caso di informazione asimmetrica, quando cioè ciascuno conosce esattamente la propria abilità. Se invece si considera il caso di assenza di informazione simmetrica (né gli individui né le imprese conoscono la dotazione individuale di abilità), e gli individui sono avversi al rischio, allora nessuno avrà interesse a sottoporsi allo screening, anche se avesse costo zero.

che dimostrino di essere del tipo α_1, proponendo invece w_2 a tutti gli altri. In questo caso converrebbe a tutti gli individui del tipo α_1 pagare il costo dello screening: poiché l'alternativa in assenza di test consisterebbe nel venir classificati come poco dotati, il guadagno che otterrebbero (w_1 - w_2) eccede il costo c. Otteniamo così un equilibrio dove tutti i migliori si sottopongono allo screening, vengono identificati come più abili e ottengono una retribuzione più elevata (*full-screening equilibrium*).

La possibilità di screening, se utilizzata, crea quindi diseguaglianza. Ma non solo. Il reddito netto ottenuto dalla popolazione è inferiore: gli individui più abili ottengono $w_1 - c < \overline{w}$ in accordo con l'equazione (3.10), e i meno abili ottengono $w_2 < \overline{w}$. Possiamo quindi affermare che, qualora valgano congiuntamente le condizioni descritte dalle diseguaglianze (3.10) e (3.11), la situazione senza screening è Pareto superiore a quella con screening. Inoltre il rendimento sociale dello screening differisce da quello privato. Infatti il rendimento sociale netto è negativo (vi è un puro effetto ridistribuivo al costo c), mentre quello privato per i più abili è positivo, in quanto la diseguaglianza (3.11) può essere riscritta come

$$\frac{w_1 - w_2}{c} - 1 > 0 \qquad (3.12)$$

Vi è anche un conflitto sulla natura dell'informazione. Gli individui del tipo α_1 desiderano che la loro qualità migliore sia pubblica, perchè questo accresce il loro valore di mercato. Per contro, in assenza di screening, una singola impresa potrebbe avere interesse a condurre ricerche per individuare la reale natura dei propri dipendenti solo se questa informazione potesse restare riservata: in questo caso essa si approprierebbe del differenziale di produttività dei più abili rispetto a quello medio. Se invece quell'informazione divenisse pubblica, la concorrenza delle altre imprese le sottrarrebbe gli elementi migliori, vanificando gli sforzi di ricerca.

Abbiamo visto che la possibilità di screening dà luogo ad una molteplicità di equilibri. Tuttavia questo dipende crucialmente dalle assunzioni sui parametri del modello. Se infatti invertissimo il segno della diseguaglianza (3.10) assumendo

$$w_1 - \overline{w} > c \qquad (3.13)$$

avremmo che tutti i più abili vorrebbero sottoporsi a screening, e scomparirebbe l'equilibrio senza selezione.

Sin qui si è supposto che la possibilità di screening sia data dall'esterno, che gli individui decidano se avvalersene o meno, e che lo screening riveli con esattezza la qualità individuale. In realtà non esistono equivalenti empirici di quanto fin qui si è chiamato screening. Esiste piuttosto il sistema scolastico, che è possibile percorrere per livelli successivi, ottenendone un giudizio valutativo. In quanto tale, esso non rivela esattamente la qualità di un individuo, pur fornendo una valutazione approssimata della qualità complessiva dell'individuo. In questo senso, se supponiamo che il costo di selezione, che possiamo immaginare come il costo di acquisire un titolo di studio, dipenda inversamente dalla dotazione individuale di abilità, avremo che a parità di titolo di studio i più abili sostengono un costo più basso. Ovvero

$$c_1(\alpha_1) < c_2(\alpha_2) \qquad (3.14)$$

In questo caso, se l'impresa conosca i valori di c_1 e c_2, potrà fissare i salari corrispondenti alle due abilità in modo tale da rendere conveniente solo per i più abili l'acquisizione del titolo stesso, rivelando così la loro qualità.[37] In questo caso il sottoporsi ad uno screening, ovvero affrontare una carriera scolastica, diviene importante non per la sua capacità rivelatrice della reale qualità individuale, ma per la sua capacità di segnalare al potenziale datore di lavoro la propria qualità. Se infatti l'impresa offre due tipi di contratto, w_1 a chi possiede un titolo di studio e w_2 a tutti gli altri, rispettando la seguente condizione

$$c_2 > w_1 - w_2 > c_1 \qquad (3.15)$$

[37] Si tratta del caso di un *separating equilibrium*. Si veda Spence 1973.

si otterrà che gli individui del tipo α_1 acquisiranno il titolo di studio (in quanto $(w_1 - c_1) > w_2$), mentre per gli individui α_2 non sarà conveniente seguire la stessa scelta in quanto la retribuzione conseguita in assenza di un titolo di studio è maggiore della retribuzione in presenza del titolo stesso al netto dei costi di acquisizione (in quanto $w_2 > w_1 - c_2$). In questo caso conseguire un titolo di studio, una credenziale, viene remunerato in quanto segnale di una miglior qualità del portatore dello stesso.[38]

3.3 - La determinazione della capacità di guadagno secondo l'investimento in capitale umano[39]

Si consideri un individuo che, una volta terminata la carriera scolastica dell'obbligo, debba decidere se proseguire la sua carriera scolastica di *s* anni (per esempio continuando per 5 anni alla scuola superiore o per 4-5 anni all'università), oppure se entrare direttamente sul mercato del lavoro. Egli sa che in assenza di ulteriore istruzione il (profilo di) reddito che potrà conseguire è pari a *w*, mentre se prosegue la carriera scolastica per *s* anni il suo reddito sarà $w_s > w$. Questi valori vengono determinati dalle imprese sulla base della produttività relativa del personale che ha terminato solo la scuola dell'obbligo confrontata con quella di chi ha proseguito negli studi, e sono quindi considerati come esogeni dall'individuo al momento della sua scelta.[40]

Se l'individuo si aspetta una durata della vita lavorativa di *n* anni, il valore della scelta di non proseguire la carriera scolastica è valutabile col flusso (scontato ad oggi) dei guadagni attesi

$$V_n = \int_0^n w_t \cdot e^{-\delta_i t} dt \qquad (3.16)$$

dove δ_i è il tasso di preferenza intertemporale dell'individuo *i*-esimo. Viceversa, se intraprende la carriera scolastica per *s* anni, il flusso di reddito atteso è

$$V_s = \int_0^s \left(w'_{st} - D_t \right) \cdot e^{-\delta_i t} dt + \int_s^n w_s \cdot e^{-\delta_i t} dt \qquad (3.17)$$

dove w_{st} è l'eventuale reddito conseguibile durante il periodo degli studi, mentre *D* è il costo annuale per un anno di istruzione. Se gli individui si differenziano a seconda del tasso di preferenza intertemporale, saranno gli individui più impazienti (per i quali $V_n > V_s$) che non proseguiranno la carriera scolastica, mentre quelli più lungimiranti (per cui $V_n < V_s$) proseguiranno gli studi.

Ma le equazioni (3.16) e (3.17) possono essere interpretate anche in un altro modo. Consideriamo la seguente uguaglianza

$$\int_0^n w_t \cdot e^{-rt} dt = \int_0^s \left(w'_{st} - D_{it} \right) \cdot e^{-rt} dt + \int_s^n w_s \cdot e^{-rt} dt \qquad (3.18)$$

In questo caso *r* è il costo opportunità (che incorpora quindi il tasso di sconto intertemporale qui assunto identico per tutti gli individuo) tale per cui l'individuo è indifferente tra studiare *s* anni e andare subito a lavorare. In

---

38 Questi risultati sono strettamente dipendenti da una serie di assunzioni che non sono state esplicitate, tra cui le più rilevanti sono l'impossibilità per l'impresa di individuare la qualità dei lavoratori attraverso l'osservazione della sua performance lavorativa (*on the job screening*), nonché la presenza di una offerta inelastica di lavoro da parte degli individui.

39 Si riprende l'esposizione del modello di Mincer proposta da Freeman 1986.

40 Egli cioè non ritiene che la sua scelta alteri i valori di *w* e w_s. Se questo è ragionevole dal punto di vista del singolo, è ovviamente irrealistico quando si consideri la scelta di una intera coorte generazionale. Se infatti tutti gli individui intraprendono una carriera scolastica addizionale, potrà prodursi un eccesso di offerta di persone istruite, con conseguente riduzione del divario relativo tra *w* e w_s, con conseguente possibile revisione delle scelte individuali.

analogia con una cedola obbligazionaria irredimibile che costi C e paghi annualmente un coupon pari a R, il cui rendimento r è determinato da

$$C = \frac{R}{r} \tag{3.19}$$

possiamo anche pensare r come il rendimento per un anno di istruzione addizionale associato ad un costo di istruzione pari a D_t. Se i costi sono differenziati tra gli individui, gli individui che fronteggiano costi più elevati richiederanno rendimenti più elevati per essere indotti ad acquisire un anno addizionale di istruzione.

Introduciamo ora alcune ulteriori ipotesi semplificatrici:

i) i profili di reddito sono costanti nell'arco della vita (ovvero w_t e w_{st} non variano al crescere dell'età e dell'esperienza cumulata);

ii) la vita lavorativa ha durata identica per entrambe le scelte, ovvero chi intraprende la carriera scolastica per s anni ha la possibilità di interrompere la vita lavorativa s anni più tardi di chi non la ha intrapresa;

iii) costi e guadagni durante il periodo di istruzione si compensano (cioè $D_t = w'_{st}$); in questo caso il costo dell'istruzione è rappresentato solo dalla posticipazione dei guadagni futuri.

Sotto queste ipotesi congiuntamente considerate, l'uguaglianza (3.19) viene riscritta come

$$\int_0^n w \cdot e^{-rt} dt = \int_s^{n+s} w_s \cdot e^{-rt} dt \tag{3.20}$$

Ricordando che w e w_s sono costanti

$$w\left(-\frac{e^{-rn} - 1}{r}\right) = w_s\left(-\frac{e^{-r(n+s)} - e^{-rs}}{r}\right) \tag{3.21}$$

ovvero

$$\frac{w_s}{w} = e^{rs} \tag{3.22}$$

e prendendo i logaritmi

$$\log(w_s) = \log(w) + r \cdot s \tag{3.23}$$

Se a questo punto il salario in assenza di istruzione addizionale dipende dall'esperienza (approssimata dall'età), e se quest'ultima esibisce rendimenti decrescenti (approssimato con l'età al quadrato, con segno negativo), si giunge alla versione standard della funzione di guadagno (*earning function*)

$$\log(w) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{età} - \beta_2 \cdot \text{età}^2 + \beta_3 \cdot \text{anni di scuola} + \beta_4 \cdot \text{caratteristiche individuali (genere, ecc.)} \tag{3.24}$$

Sotto le ipotesi precedenti, il coefficiente β_3 misura il rendimento (percentuale) nella media del campione di un anno addizionale di istruzione. Invece il valore età = $\frac{\beta_1}{2\beta_2}$ descrive l'età in cui si raggiunge la capacità massima di guadagno per l'individuo.

3.4 - La retribuzione come forma di controllo in un modello con sorveglianza[41]

Si supponga che la tecnologia di produzione sia data da

[41] Si presenta una versione semplificata del modello contenuto in Bowles 1985.

$$Y = f(L, X) \tag{3.25}$$

dove Y è la produzione e X siano tutti gli altri input intermedi. A differenza del modello neoclassico standard dove L è un input omogeneo e misurabile, in questo caso L è l'input di lavoro, che dipende dal numero di ore di lavoro contrattate tra impresa e lavoratore (che indicheremo con L_p e che supporremo invarianti per motivi istituzionali nel breve periodo) e dalla quantità di tempo trascorso producendo effettivamente. Assumendo che durante l'orario di lavoro si possa solo produrre a pieno ritmo od oziare, indichiamo con λ la quota del tempo di lavoro trascorsa producendo. Allora

$$L = L_p \cdot \lambda \tag{3.26}$$

Si osservi che a parità di ore contrattate l'input di lavoro erogato è variabile. Ovviamente λ è scelto dal lavoratore sulla base di due considerazioni: quanto sgradevole è lo sforzo necessario per lavorare continuativamente, e quanto è costosa la punizione in caso di individuazione da parte dell'azienda in un momento di non produzione. Il lavoratore che scelga razionalmente *uguaglierà l'utilità marginale del reddito atteso con la disutilità marginale dello sforzo*.

Il reddito atteso R è dato dal salario contrattuale w se il lavoratore lavora continuativamente (oppure se ozia ma non viene scoperto dalla sorveglianza aziendale). Se viene scoperto ad oziare, la punizione è il licenziamento, cui fa seguito la ricerca di una altra occupazione: se la ricerca ha esito positivo, il reddito ottenuto è analogo a quello precedente; in caso contrario si ottiene solo il sussidio di disoccupazione b.

$$R = w \cdot \{\lambda + (1-\lambda) \cdot (1-p)\} + p \cdot (1-\lambda) \cdot [(1-u) \cdot w + u \cdot b] = w - (w-b) \cdot u \cdot p \cdot (1-\lambda) \tag{3.27}$$

dove $p = p(s)$ è la probabilità di essere scoperti, che è funzione positiva dell'ammontare di sorveglianza s introdotta dall'impresa, e u è il tasso di disoccupazione. Se il lavoratore massimizza un'utilità definita rispetto a (R, λ) si mostra che la scelta ottimale di sforzo del lavoratore è data da

$$\lambda^* = \lambda\left[\underset{+}{w}, \underset{-}{b}, p(\underset{+}{s}), \underset{+}{u}\right] \tag{3.28}$$

Il lavoratore erogherà tanto più sforzo quanto più è alto è il salario pagato o quanto più è basso il sussidio di disoccupazione. Si tratta dell'idea nota in letteratura come teoria dei *salari di efficienza* secondo la quale l'impresa ottiene maggior sforzo alzando il costo opportunità della perdita del salario. In aggiunta si noti però che lo sforzo è crescente con l'ammontare di sorveglianza introdotto dall'azienda (perchè questo rende più rischioso il non produrre). Questo permette a Bowles di definirla *funzione di estrazione dello sforzo.* Questo implica che l'impresa può offrire diversi contratti a diversi lavoratori, pur ottenendo ex-post un identico ammontare di sforzo: agli uni può offrire alti salari e bassa sorveglianza, agli altri può offrire bassi salari e alta sorveglianza. L'identico risultato in termini di sforzo ottenuto fornisce un fondamento al*la teoria della discriminazione sul luogo di lavoro*. Si osservi inoltre che un innalzamento generalizzato del tasso di disoccupazione fa crescere lo sforzo erogato da tutti i lavoratori a parità di altre condizioni: dal punto di vista delle imprese esso è dunque benefico in quanto riduce i costi di sorveglianza.

Anticipando il comportamento del lavoratore, l'impresa sceglie la retribuzione w e l'ammontare di sorveglianza s che le assicurano la massimizzazione del profitto di breve periodo

$$\max_{L_p, w, s} \quad Y - (w + p_s \cdot s) \cdot L_p - p_x \cdot X \tag{3.29}$$

condizionatamente ai vincoli rappresentati dalle equazioni (3.25), (3.26) e (3.28). È facile far vedere che in equilibrio vale la seguente condizione

$$p_s = \frac{\lambda'_s}{\lambda'_w} \tag{3.30}$$

Il prezzo della sorveglianza pagato dall'impresa deve essere uguale al saggio marginale di sostituzione tra perdita di reddito quando si viene licenziati e probabilità di essere scoperti nella funzione di estrazione dello sforzo. In altre parole l'impresa sceglierà la combinazione tra salario e sorveglianza (w, s) che sia tangente alla curva di indifferenza (*curva di iso-sforzo*) individuale del lavoratore definita nello stesso spazio.

3.5 - Investimento in capitale umano in un contesto intergenerazionale

Consideriamo nuovamente un modello a generazioni sovrapposte, dove ogni individuo viva per due periodi.[42] Nel primo periodo un individuo nasce con una dotazione di abilità E_t riceve una eredità dai propri genitori pari a X_{t-1} e una disponibilità di servizi scolastici pubblici pari a S_{t-1}. Grazie a queste dotazioni, l'individuo forma il suo capitale umano H_t secondo una "tecnologia di produzione" dello stesso rappresentata da

$$H_t = f\left(\underset{+}{X_{t-1}}, \underset{+}{S_{t-1}}, \underset{+}{E_t}\right) \tag{3.31}$$

Ciascuna dotazione (una maggiore ricchezza familiare o una migliore fornitura di servizi pubblici) favorisce la formazione di capitale umano; inoltre l'esistenza di un effetto positivo dell'abilità sull'apprendimento rende possibile la differenziazione degli individui secondo quello che Backer definisce il modello "elitario". Nel secondo periodo di vita l'individuo ottiene un reddito proporzionale al capitale umano cumulato

$$Y_t = \gamma H_t + \nu_t, \qquad \nu_t \sim \left(0, \sigma^2_\nu\right) \tag{3.32}$$

dove ν_t rappresenta un disturbo casuale (con media nulla) che descrive la sorte imprevedibile durante la vita lavorativa. A questo punto l'individuo decide se e quanti figli generare, e successivamente quale quota di reddito destinare al proprio consumo e quale lasciare loro in eredità.

Soprassediamo al problema della decisione di fertilità, e supponiamo per semplicità che ciascun individuo generi un figlio. In questo caso il suo vincolo di bilancio sarà dato da

$$Y_t = C_t + X_t \tag{3.33}$$

dove C_t è il suo consumo nel secondo periodo e X_t è l'eredità che lascerà al figlio. Se le preferenze di ciascun individuo sono di tipo altruistico, esse dipenderanno dal proprio livello di consumo C_t e del livello di reddito di cui godrà il figlio Y_{t+1}. Poiché entrambi gli argomenti dipendono dall'ammontare di eredità da lasciare ai figli, l'individuo fronteggerà un trade-off tra il proprio benessere e quello del figlio.

$$\max_{X_t} U_t = U\left(C_t, Y_{t+1}\right) = U\left(Y_t - X_t, Y_{t+1}\left(H_{t+1}\left(X_t\right)\right)\right) \tag{3.34}$$

[42] Si riprende la struttura del modello di Becker-Tomes 1979 e 1986, riesposti come cap.10 di Becker 1993.

Nello scegliere il livello ottimale di eredità, l'individuo decide in condizioni di incertezza, in quanto ignora la sorte di cui godrà il proprio figlio durante la sua carriera lavorativa. Inoltre egli non conosce con esattezza l'abilità di cui è dotato il figlio; tuttavia egli conosce che l'abilità ha un certo grado di trasmissibilità intergenerazionale[43]

$$E_{t+1} = \alpha + \beta E_t + u_{t+1}, \qquad u_t \sim \left(0, \sigma_u^2\right) \tag{3.35}$$

Si può dimostrare che la soluzione ottimale al problema (3.34) in forma implicita è data da

$$X_t^* = x\left[\underset{+}{E_{t+1}}, \underset{-}{S_t}, \underset{-}{r}\right] = x\left[\alpha + \underset{+}{\beta E_t} + u_t, \underset{-}{S_t}, \underset{-}{r}\right] \tag{3.36}$$

dove r è il rendimento medio dell'istruzione.[44] L'equazione (3.36) ci dice che l'ammontare di eredità sarà più elevato quanto più alta è la qualità (attesa) del figlio: quindi a parità di tutto il resto i più abili ottengono risorse maggiori per l'investimento nel loro capitale umano. Ovviamente l'ammontare dell'eredità si riduce al crescere della qualità dei servizi pubblici e del rendimento dell'istruzione sul mercato del lavoro.

Se utilizziamo in modo recursivo le equazioni (3.32), (3.31), (3.36) e (3.35) possiamo individuare la relazione che lega il reddito dei figli a quello dei genitori

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= \gamma H_{t+1} + \nu_{t+1} = \gamma\left[f\left(X_t, S_t, E_{t+1}\right)\right] + \nu_{t+1} = \\ &= \gamma\left[f\left(x\left(E_{t+1}, S_t, r\right), S_t, E_{t+1}\right)\right] + \nu_{t+1} = \phi\left(E_{t+1}, S_t, r\right) + \nu_{t+1} \end{aligned} \tag{3.37}$$

Linearizzando la funzione ϕ e utilizzando l'equazione (3.35)

$$Y_{t+1} = \phi_E E_{t+1} + \phi_S S_t + \phi_r r + \nu_{t+1} = \phi_E\left(\alpha + \beta E_t + u_{t+1}\right) + \phi_S S_t + \phi_r r + \nu_{t+1} \tag{3.38}$$

Esprimendo l'equazione (3.38) in termini di E_{t+1}, ritardandola di un periodo e reintroducendola nella stessa otteniamo

$$\begin{aligned} Y_{t+1} &= \phi_E \alpha + \phi_E \beta\left[\frac{1}{\phi_E} Y_t - \frac{\phi_S}{\phi_E} S_{t-1} - \frac{\phi_r}{\phi_E} r - \frac{1}{\phi_E}\nu_{t-1}\right] + \phi_E u_{t+1} + \phi_S S_t + \phi_r r + \nu_{t+1} = \\ &= \phi_E \alpha + \beta Y_t + \phi_S\left(S_t - \beta S_{t-1}\right) + \phi_r\left(1 - \beta\right) r + \nu_{t+1} - \beta\nu_{t-1} + \phi_E u_{t+1} \end{aligned} \tag{3.39}$$

Osservando l'equazione (3.39) possiamo inferire che in assenza di imperfezioni sui mercati finanziari[45] il coefficiente di autoregressione β che descrive l'evoluzione temporale (intergenerazionale) dei redditi coincide con la trasmissione (intergenerazionale) dell'abilità. Più elevato è β, maggiore è la persistenza nel tempo della diseguaglianza. Infatti definito $\overline{Y}$ come il valore di equilibrio, tale per cui $Y_{t+1} = Y_t = \overline{Y}$, possiamo riscrivere l'equazione (3.39) come

---

[43] Questo può rappresentare sia una trasmissione puramente genetica (genitori intelligenti generano figli intelligenti), oppure l'effetto dell'ambiente culturale familiare (i figli allevati in famiglie dove si parli correttamente imparano spontaneamente a parlare in modo corretto). Becker-Tomes 1986 sostengono che un genitore conosce l'abilità del figlio *prima* di decidere l'ammontare di eredità da lasciare. In Rustichini-Ichino-Checchi 1996 si abbandona questa ipotesi, sostenendo che è attraverso l'esperienza scolastica che si rivela indirettamente la qualità degli individui. Nel seguito mantengo l'ipotesi di Becker-Tomes.

[44] Sotto ipotesi che i mercati finanziari siano perfetti, l'equazione (3.36) può essere derivata uguagliando il tasso di interesse di mercato con il rendimento dell'istruzione del figlio.

[45] Questa ipotesi assicura che tutti gli individui ottengano lo stesso rendimento sull'istruzione che acquisiscono. Se si abbandona questa ipotesi, l'equazione (3.36) viene sostituita da $X_t^* = x\left[\underset{\pm}{E_{t+1}}, \underset{-}{S_t}, \underset{-}{r}, \underset{+}{Y_t}\right]$ e il coefficiente di autoregressione β nell'equazione (3.39) si alza per via dell'effetto esercitato dal reddito dei genitori.

$$Y_{t+1} - \overline{Y} = \beta\left(Y_t - \overline{Y}\right) \tag{3.40}$$

Se $|\beta| < 1$ l'evoluzione del reddito converge al valore di equilibrio di lungo periodo. Tuttavia la velocità di convergenza è più elevata quanto più β è basso. Immaginiamo che il reddito del genitore sia il doppio di quello di equilibrio: allora quello del figlio sarà pari a $(1+\beta)\overline{Y}$. Se β è vicino a 1, chi è "ricco" continuerà ad esserlo per molte generazioni, e analogamente succederà a chi è "povero". Se β è vicino a 0, la posizione relativa dei genitori sarà poco rilevante per prevedere la posizione dei figli. Questo comportamento è noto in statistica come regressione alla media.[46]

[46] Becker-Tomes 1986 stimano un valore di β inferiore a 0.20 su dati americani, e interpretano il basso valore ottenuto come evidenza della elevata mobilità sociale in quella società. Per una critica di questa interpretazione si veda Checchi-Ichino-Rustichini 1994.

Sezione 4 - **Imperfezione dei mercati finanziari, diseguaglianza e segregazione**

4.1 - Imperfezione dei mercati finanziari e indivisibilità dell'investimento in capitale umano[47]

Riprendiamo un modello a generazioni sovrapposte, dove gli individui vivono 2 periodi, simile a quello esposto nel paragrafo 3.5 precedente, in cui vengono modificate due assunzioni centrali, relative alla tecnologia di produzione del capitale umano individuale e alle possibilità di finanziamento dello stesso investimento. Nel primo caso gli individui fronteggiano una scelta dicotomica: o lavorano senza qualifica per entrambi i periodi, oppure pagano un costo di istruzione pari a h nel primo periodo in cui studiano (rinunciando quindi ad un eventuale reddito da lavoro) e acquisiscono il capitale umano che occorre loro per lavorare come qualificati nel secondo periodo. Tutti gli individui sono identici dal punto di vista delle abilità naturali, mentre differiscono in termini di ricchezza ereditata, che permette o meno l'accesso all'istruzione.

Si assume che la scelta di istruirsi investendo in capitale umano sia sempre conveniente. Indicando con w_n il salario percepito da un lavoratore senza qualifica, con w_s il corrispondente salario di un individuo che ha studiato e quindi viene impiegato come lavoratore qualificato, in termini di valore capitalizzato si richiede che

$$w_s - h(1+r) > w_n + w_n(1+r) = w_n(2+r) \tag{4.1}$$

dove r indica il tasso di interesse.[48] w_n, w_s ed r vengono considerati come esogeni.[49] Quindi tutti gli individui sceglierebbero di istruirsi se ne avessero la possibilità. Chi non si istruisce lo fa soltanto perchè non dispone delle risorse finanziarie sufficienti a pagare il costo dell'istruzione.
Dal momento che le risorse finanziarie provengono o da un lascito ereditario o dall'indebitamento verso il settore finanziario interno, una distribuzione diseguale delle risorse tende a preservarsi nel passaggio da una generazione alla successiva. Se tutti potessero accedere ai mercati finanziari internazionali, e non esistesse possibilità di ripudio del debito, tutti gli agenti si indebiterebbero al tasso r, si istruirebbero e ripagherebbero il debito contratto. Viceversa, se esiste la possibilità di ripudio, l'intermediario finanziario si trova a sostenere un costo di sorveglianza z per ridurre al minimo la probabilità che il debitore scompaia senza restituire il debito contratto. In questo caso, se l'intermediario finanziario (che per ipotesi accede ai mercati internazionali) fa profitti nulli per via della concorrenza interna al settore, egli ricaricherà sui clienti i costi di sorveglianza. In questo caso

$$id = rd + z \tag{4.2}$$

dove i è il tasso di interesse debitorio e d è l'ammontare del debito contratto. Se un individuo intende ripudiare il debito, fronteggerà dei costi di bancarotta (in termini di attività necessarie al sottrarsi alla sorveglianza del

---

47 Si riespone il modello di base presentato in Galor-Zeira 1993.

48 Un modo alternativo di formulare la condizione (4.1) è affermare che il rendimento dell'istruzione, pari a $\frac{w_s - h - 2w_n}{h + w_n}$ (dove il numeratore è il differenziale di reddito ottenuti attraverso l'istruzione, e il denominatore descrive i costi diretti e di mancato guadagno), eccede il tasso di interesse di mercato.

49 Per giustificare questa assunzione, Galor-Zeira 1993 assumono un'economia piccola aperta che produca un solo bene omogeneo. r rappresenta quindi il tasso di interesse prevalente sui mercati finanziari internazionali, a cui hanno libero accesso solo le imprese, ma non i lavoratori. Data una funzione di produzione a rendimenti costanti di scala, che impieghi capitale e lavoro qualificato, l'ipotesi di massimizzazione del profitto determina il rapporto ottimale capitale/lavoro per ogni dato r, e quindi il salario w_s corrispondente. Infatti, supponendo $Q = K^{\gamma} L_s^{1-\gamma}$, le condizioni del primo ordine per il capitale implicano $\gamma\left(\frac{L_s}{K}\right)^{1-\gamma} = r \quad \Leftrightarrow \quad \frac{K}{L_s} = \left(\frac{\gamma}{r}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}}$; sostituendo questo nelle condizioni del primo ordine per il lavoro (qualificato) si ottiene $w_s = (1-\gamma)\left(\frac{K}{L_s}\right)^{\gamma} = (1-\gamma)\left(\frac{\gamma}{r}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$. Dal momento che l'economia è aperta e piccola, il prezzo del bene è fissato internazionalmente e per semplicità posto pari a uno. Inoltre ogni quantità prodotta viene assorbita dal mercato: in questo modo l'assunzione che gli agenti offrano inelasticamente una unità di lavoro diviene meno condizionante. Infine, si assume che esista una seconda tecnologia che fa uso soltanto di lavoro non qualificato: in questo caso il salario w_n è pari alla produttività media di quel settore.

creditore), che si assume essere proporzionali all'ammontare di sorveglianza e pari a βz, $\beta > 1$. Conoscendo questa struttura degli incentivi, l'intermediario sceglierà per ciascun individuo un ammontare di sorveglianza proporzionale all'ammontare di credito richiesto, tale per cui l'individuo sia indifferente tra restituire il debito e affrontare i costi del ripudio

$$d(1+i) = \beta z \tag{4.3}$$

Usando le equazioni (4.2) e (4.3) otteniamo che il tasso di interesse richiesto per finanziare l'investimento in istruzione è maggiore del tasso di interesse prevalente sui mercati finanziari internazionali

$$i = \frac{1+\beta r}{\beta - 1} \quad \Leftrightarrow \quad 1+i = \frac{\beta}{\beta-1}(1+r) \quad \Leftrightarrow \quad i > r \tag{4.4}$$

A causa quindi della possibilità di ripudio del debito, gli individui più poveri, che di necessità richiederebbero finanziamenti più elevati, vengono quindi discriminati rispetto a quelli più ricchi, in quanto si trovano a pagare degli interessi più elevati.

Per semplicità assumiamo che la popolazione sia costante: quindi ogni individuo genera un figlio, a cui altruisticamente lascia una eredità pari a X. Le preferenze di ciascun individuo sono espresse in termini di consumo nel secondo periodo C e di eredità lasciata al figlio. Se le preferenze sono di tipo Cobb-Douglas

$$U = \alpha \log(C_t) + (1-\alpha)\log X_t \tag{4.5}$$

Queste preferenze vengono massimizzate sulla base del reddito disponibile, che dipende dall'eredità ricevuta e dal reddito da lavoro guadagnato dall'individuo. Date le caratteristiche specifiche della funzione di utilità utilizzata (che descrive preferenze di tipo omotetico), la scelta ottimale implica la destinazione di quote costanti del reddito disponibile alla spesa relativa negli argomenti della funzione di utilità stessa. Indicando con Y_t il reddito disponibile, le scelte ottimali sono descritte da

$$C_t^* = \alpha Y_t, \qquad X_t^* = (1-\alpha)Y_t \tag{4.6}$$

Inoltre la funzione di utilità indiretta è log-lineare nel reddito disponibile

$$V_t = \alpha \log C_t^* + (1-\alpha)\log X_t^* = [\alpha \log \alpha + (1-\alpha)\log(1-\alpha)] + \log Y_t \tag{4.7}$$

Esistono quindi tre casi possibili, che riassumiamo nella tabella seguente

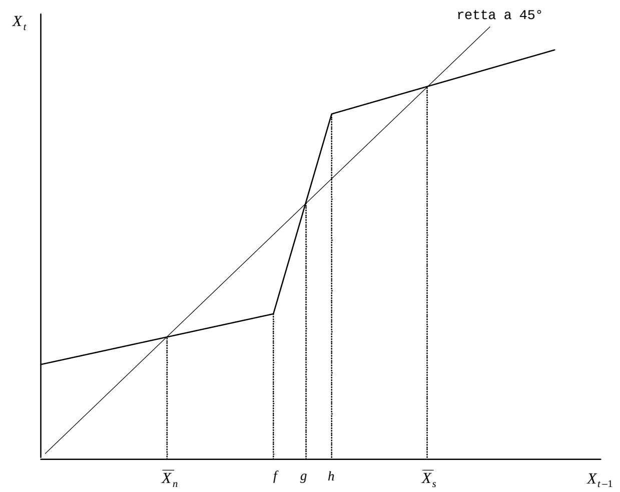
Tabella 1 - Destini possibili

Casi possibili:	Reddito nell'arco della vita	Eredità lasciata al figlio
a) individui che non investono in istruzione	$(X_{t-1}+w_n)(1+r)+w_n$	$X_t = (1-\alpha)[(X_{t-1}+w_n)(1+r)+w_n]$
b) individui che si indebitano per investire in istruzione ($X_{t-1} < h$)	$w_s + (X_{t-1}-h)(1+i)$	$X_t = (1-\alpha)[w_s + (X_{t-1}-h)(1+i)]$
c) individui che non hanno bisogno di indebitarsi per investire in istruzione ($X_{t-1} > h$)	$w_s + (X_{t-1}-h)(1+r)$	$X_t = (1-\alpha)[w_s + (X_{t-1}-h)(1+r)]$

Sotto l'assunzione descritta dalla diseguaglianza (4.1), tutti gli individui si istruirebbero se potessero. Eppure, tra coloro che non ricevono un'eredità sufficiente a coprire il costo dell'istruzione vi saranno alcuni per i quali l'ammontare del debito che occorrerebbe richiedere comporterebbe dei costi così elevati da non renderlo conveniente. Uguagliando i redditi conseguibili nei casi a) e b) della tabella 1, possiamo determinare il livello di eredità al di sotto del quale non conviene investire in capitale umano

$$
\begin{aligned}
&(X_{t-1}+w_n)(1+r)+w_n = w_s+(X_{t-1}-h)(1+i) \\
&\Downarrow \\
&\frac{w_n(2+r)-w_s+h(1+i)}{i-r} = X_{t-1} = f
\end{aligned}
\tag{4.8}
$$

Fig.1 - Evoluzione dinamica del modello



Dal momento che il livello dell'eredità è proporzionale al livello di reddito posseduto dagli individui, possiamo studiare l'evoluzione della distribuzione del reddito attraverso l'evoluzione della distribuzione dell'eredità, per come descritto dalle equazioni alle differenze del primo ordine contenute nella terza colonna della tabella 1, che possono essere rappresentate graficamente nella figura 1.[50]

Per tutti gli individui che ricevono un'eredità inferiore a f non investono in capitale umano, il loro reddito si evolve in accordo al caso a) della tabella 1, e in assenza di disturbi il loro reddito converge a $\frac{\overline{X}_n}{1-\alpha}$, dove $\overline{X}_n$ è definito da

$$
\overline{X}_n = (1-\alpha)(1+r)\overline{X}_n + w_n(2+r) \tag{4.9}
$$

Gli individui che ricevono un'eredità compresa nell'intervallo (f,g) investono in istruzione, ma non riescono ad assicurare ai propri figli risorse sufficienti per continuare l'investimento, e anch'essi finiscono col convergere a $\overline{X}_n$.[51]

---

[50] La figura 1 è disegnata sotto l'ipotesi che $\overline{X}_n$ e $\overline{X}_s$ siano equilibri stabili e che g sia un equilibrio instabile. Il che equivale ad assumere che

$$
\begin{cases}
(1-\alpha)(1+r)<1 \\
(1-\alpha)(1+i)=(1-\alpha)(1+r)\dfrac{\beta}{\beta-1}>1
\end{cases}
$$

che presi congiuntamente implicano che $\frac{\beta-1}{\beta}<(1-\alpha)(1+r)<1$.

[51] Il valore g corrisponde all'equilibrio instabile che soddisfa $g=\overline{X}=(1-\alpha)(1+i)\overline{X}+\left[w_s-(1+i)h\right]$.

Infine tutti coloro che ereditano un ammontare superiore a g vedono accrescere il proprio reddito, anche se a ritmi più lenti (nel caso in cui $X_{t-1} < h$) o più veloci (nel caso in cui $X_{t-1} > h$) a causa del diverso tasso di interesse pagato o ricevuto. Il loro reddito in questo caso converge a $\frac{\overline{X}_s}{1-\alpha}$, dove $\overline{X}_s$ soddisfa

$$\overline{X}_s = (1-\alpha)(1+r)\overline{X}_s + [w_s - (1+r)h] > \overline{X}_n \tag{4.10}$$

Otteniamo così che la distribuzione dei redditi di lungo periodo è bimodale, con una quota di popolazione concentrata intorno a $\frac{\overline{X}_n}{1-\alpha}$ e la quota complementare concentrata intorno a $\frac{\overline{X}_s}{1-\alpha}$. Il reddito medio della popolazione $\overline{X}$ sarà una media ponderata dei due livelli, dove i pesi dipendono dalla distribuzione iniziale dei redditi all'interno della popolazione.

$$\begin{aligned} &\overline{X} = \frac{n(g)}{n}\overline{X}_n + \left[1-\frac{n(g)}{n}\right]\overline{X}_s = \overline{X}_s - \frac{n(g)}{n}\left(\overline{X}_s - \overline{X}_n\right) = \phi(n(g)), \qquad \phi' < 0 \\ &n(g) = \int_0^g dF(X) \end{aligned} \tag{4.11}$$

dove F è la distribuzione iniziale delle eredità e $n(g)$ rappresenta il numero di individui che partono da una eredità inferiore a g, i cui discendenti raggiungeranno nel lungo periodo un livello di reddito pari a $\frac{\overline{X}_n}{1-\alpha}$. Quanto più un'economia è caratterizzata da una distribuzione egualitaria, tanto più $n(g)$ sarà basso e tanto più l'economia godrà di un reddito $\overline{X}$ elevato. Questo ci permette di vedere che una redistribuzione dai più ricchi ai più poveri può elevare il reddito di lungo periodo, ma non rappresenta un miglioramento in senso paretiano, perchè i più ricchi non ottengono alcun beneficio diretto. Per contro, uno schema di redistribuzione intertemporale (che finanzia il costo di istruzione oggi con tassazione del reddito da lavoro qualificato di domani) rende inutili i costi di sorveglianza da parte dei creditori, abbassando così il costo dell'indebitamento, ed è quindi Pareto superiore.[52]

4.2 - Imperfezione dei mercati finanziari, scelta occupazionale e sviluppo[53]

Come abbiamo avuto modo di vedere nel modello precedente, la necessità di effettuare un investimento in ammontare predefinito in assenza di mercati finanziari perfetti (ovvero in presenza del rischio di ripudio del debito) costituisce una barriera all'ingresso. Nel caso precedente si veniva a creare una divisione della popolazione tra lavoratori qualificati e non. Ma il concetto può essere esteso per descrivere la stratificazione in classi della popolazione.

Manteniamo quindi la struttura del modello precedente,[54] modificando le seguenti assunzioni:

1) gli individui possono scegliere se lavorare o meno. Lavorando ottengono un reddito Y_t e una disutilità, dovuta alla perdita del tempo libero, pari a l, dove l rappresenta anche l'offerta di lavoro. Le preferenze di ciascun individuo sono quindi descritte da

$$U_t = C_t^{\alpha} X_t^{1-\alpha} - l \tag{4.12}$$

---

52 Galor-Zeira 1993 discutono anche del caso di w_n variabile, in risposta all'offerta relativa di lavoro non qualificato. In questo caso si rafforza la trappola della povertà, in quanto al crescere del numero di persone che convergono a $\overline{X}_n$, w_n si abbassa, $\overline{X}_n$ si abbassa a sua volta, peggiorando la situazione relativa dei non qualificati. Se per contro $w_n > \frac{g}{1-\alpha}$, l'economia converge all'unico equilibrio di lungo periodo descritto da $\overline{X}_s$.

53 Si riespone il modello esposto in Banerjee-Newman 1993.

54 Banerjee-Newman 1993 formulano il modello in tempo continuo, con una probabilità di morte per ciascun individuo che cresce esponenzialmente ad un tasso λ. Per conformità col modello precedente ne espongo una versione in tempo discreto. Anche la notazione dell'articolo originario è modificata per renderla coerente col modello precedente.

Il vincolo di bilancio individuale è costituito dall'eredità ricevuta dai propri genitori X_{t-1} e dal reddito conseguito sul mercato del lavoro, che dipende dall'offerta di lavoro individuale[55] e dalla collocazione lavorativa raggiunta (lavoratore dipendente, lavoratore autonomo o imprenditore).

2) gli individui descritti dalla equazione (4.12) sono neutrali al rischio; essi fronteggiano tre possibilità di investimento della ricchezza ereditata:
i) "deposito in banca": si tratta di un investimento in una attività sicura, senza rischi (per esempio un prestito sui mercati internazionali), il cui rendimento è dato dal tasso di interesse $(1 + r)$. Chiunque può accedere a questa forma di investimento, anche per ammontari minimi.
ii) "mettersi in proprio": esiste la possibilità di investire una tecnologia che richiede un ammontare minimo di capitale I e l'impiego del proprio lavoro ($l^* = 1$). Questo investimento è rischioso perchè ha un rendimento incerto: può infatti assicurare $(1 + r_0)$, con probabilità $(1 - q)$, e $(1 + r_1)$, con probabilità q. Affinché questo investimento sia conveniente occorre che il suo rendimento atteso ecceda il rendimento dell'attività sicura,[56] ovvero

$$\left(1-q\right)\left(1+r_0\right)+q\left(1+r_1\right)=1+\bar{r}>1+r \qquad (4.13)$$

iii) "aprire un'azienda": se l'individuo dispone di capitali sufficienti, esiste la possibilità di replicare su scala più ampia la tecnologia precedente, assumendo dei lavoratori come dipendenti, sorvegliandoli affinché producano (*monitoring technology*), pagando loro il salario di mercato e incassando i profitti che ne derivano. In questo caso la soglia minima di investimento richiesto è μI, $\mu > 1$, mentre per semplicità si assume che il rendimento atteso (per unità di capitale investito) sia equivalente a quella di un lavoratore autonomo.

Anche in questo caso abbiamo quindi che la dotazione di ricchezza iniziale condiziona i destini degli individui. Coloro che ereditano una ricchezza inferiore a I hanno come unica alternativa quella di lavorare come dipendenti di coloro che saranno imprenditori, oppure di restare disoccupati. La scelta dipenderà dal livello prevalente di salario. Se non lavorano disporranno, nel secondo periodo, di un reddito spendibile pari a $\left(1+r\right)X_{t-1}$ e di una utilità indiretta pari a

$$V_{disoccupato}=\delta\left(1+r\right)X_{t-1}, \qquad \delta=\alpha^{\alpha}\left(1-\alpha\right)^{1-\alpha} \qquad (4.14)$$

mentre se lavorano avranno una utilità indiretta pari a

$$V_{lavoratore\ dipendente}=\delta\left[\left(1+r\right)X_{t-1}+w\right]-1 \qquad (4.15)$$

Il salario minimo per cui un individuo accetterà di essere occupato sarà quindi pari a $1/\delta$. Analogamente possiamo quindi riassumere le scelte individuali nella tabella seguente.[57]

Tabella 2 - Scelte occupazionali e dinamica della ricchezza

Casi possibili:	Utilità indiretta	Dinamica della ricchezza
a) disoccupato $\left[w<1/\delta\right]$	$V=\delta\left(1+r\right)X_{t-1}$	$X_t=\left(1-\alpha\right)\left(1+r\right)X_{t-1}$

[55] La forma particolare delle preferenze descritte dalla equazione (4.12) assicura che la scelta di offrire lavoro si posiziona sulle soluzioni agli estremi: $l^*=0$ oppure $l^*=1$, dove l'unità rappresenta una forma di normalizzazione.

[56] Affinché una persona decida di mettersi in proprio occorre che il divario di rendimento descritto dalla diseguaglianza (4.13) sia tale da compensare anche la disutilità del lavoro necessario a intraprendere il progetto del mettersi in proprio.

[57] Esiste un livello di salario massimo, al di sopra del quale gli imprenditori non domandano più lavoro e preferiscono trasformarsi in lavoratori autonomi. Tale soglia è individuata dalla condizione $E\left(V\right)_{imprenditore}>E\left(V\right)_{lavoratore\ autonomo}$ ovvero $w<\frac{\mu-1}{\mu}I\left(\bar{r}-r\right)=w_{\max}$.

b) lavoratore dipendente $[w \geq 1/\delta$ e $X_{t-1} < I]$	$V = \delta[(1+r)X_{t-1} + w] - 1$	$X_t = (1-\alpha)[(1+r)X_{t-1} + w]$
c) lavoratore autonomo $[1/\delta \leq w \leq w_{\max}$ e $X_{t-1} < \mu I]$	$E(V) = \delta[(1+r)X_{t-1} + (\bar{r} - r)I] - 1$	$X_t = \begin{cases} (1-\alpha)[(1+r_0)X_{t-1} + (r_0 - r)I] & \text{con prob. } (1-q) \\ (1-\alpha)[(1+r_1)X_{t-1} + (r_1 - r)I] & \text{con prob. } q \end{cases}$
d) imprenditore $[w \leq w_{\max}$ e $X_{t-1} \geq \mu I]$	$E(V) = \delta[(1+r)X_{t-1} + \mu[(\bar{r} - r)I - w]] - 1$	$X_t = \begin{cases} (1-\alpha)[(1+r_0)X_{t-1} + \mu[(r_0 - r)I - w]] & \text{con prob } (1-q') \\ (1-\alpha)[(1+r_1)X_{t-1} + \mu[(r_1 - r)I - w]] & \text{con prob } q' \end{cases}$

La distribuzione iniziale della ricchezza determina quindi le scelte occupazionali degli individui. Tuttavia, se esistessero mercati finanziari efficienti, ciascun individuo prenderebbe a prestito un ammontare sufficiente a raggiungere la soglia di μI, e tutti aspirerebbero a divenire imprenditori. Quando però si tenga conto della possibilità di ripudio dei debiti contratti, l'ammontare di credito concedibile diviene limitato. Nel modello precedente abbiamo visto come il costo del credito possa essere elevato al di sopra del livello prevalente sui mercati esterni (per via della inclusione dei costi di sorveglianza). In questo caso si assume che il debitore debba concedere alcune garanzie reali (*collateral*) al creditore al fine di ottenere credito. Poiché in questo contesto l'unica garanzia possibile deriva dalla ricchezza ereditata, otteniamo di nuovo il risultato che ai più poveri viene concesso meno credito che non ai più ricchi.

Supponiamo che un individuo conceda in garanzia tutta la ricchezza ereditata X_{t-1} e ottenga in cambio un prestito pari a L. Se non restituisce il debito, immaginando che il credito ottenuto sia investito produttivamente, guadagna $(1+\bar{r})L$ e perde $(1+r)X_{t-1}$; egli ha però una probabilità positiva π di essere rintracciato dal creditore, e in quel caso di subire una punizione (non monetaria) pari a S. Se invece restituisce il debito, guadagna soltanto la differenza (attesa) di rendimento $(\bar{r} - r)L$. Pertanto il debitore non avrà convenienza a ripudiare il debito ogniqualvolta

$$(\bar{r} - r)L > (1+\bar{r})L - (1+r)X_{t-1} - \pi S \tag{4.16}$$

ovvero il creditore non concederà mai un credito superiore a

$$L \leq X_{t-1} + \frac{\pi S}{1+r} \tag{4.17}$$

La presenza di mercati finanziari con possibilità di ripudio del debito non modifica quindi il risultato precedente, secondo cui le scelte occupazionali dipendono dalla ricchezza ereditata, anche se permettono un abbassamento delle barriere d'ingresso. Se in assenza di mercati finanziari poteva diventare lavoratore autonomo chi ricevesse un'eredità $X_{t-1} \geq I$, in presenza di mercati finanziari imperfetti è sufficiente un'eredità $X_{t-1} \geq I - \frac{\pi S}{1+r} = X^*$. Si noti che la barriera d'ingresso si abbassa quanto più elevata è la probabilità di punizione e l'entità della stessa, e quanto più basso è il tasso d'interesse. Analogamente, la possibilità di divenire imprenditore si darà quando $X_{t-1} \geq \mu I - \frac{\pi S}{1+r} = X^{**}$.

Per individuare le caratteristiche dell'equilibrio in ogni singolo periodo (*equilibrio statico*) occorre conoscere la distribuzione iniziale della ricchezza ereditata. Normalizzando la dimensione della popolazione all'unità, e indicando con $F(X)$ la funzione di distribuzione cumulativa della ricchezza ereditata, avremo che $F(X^*)$ descrive il numero degli individui che ricadono nei casi a) e b) della tabella 2 (disoccupati o lavoratori dipendenti), $[F(X^{**}) - F(X^*)]$ rappresenta il numero degli appartenenti al caso c) (lavoratori autonomi), e $[1 - F(X^{**})]$ sono gli individui compresi nel caso d) (imprenditori). Pertanto il mercato del lavoro sarà caratterizzato dalle seguenti corrispondenze[58]

[58] Si noti che al crescere del salario al di sopra della soglia rappresentata da $(\bar{r} - r)I > w_{\max}$ tutti gli individui (e quindi anche i potenziali lavoratori autonomi e imprenditori) trovano preferibile offrirsi come dipendenti.

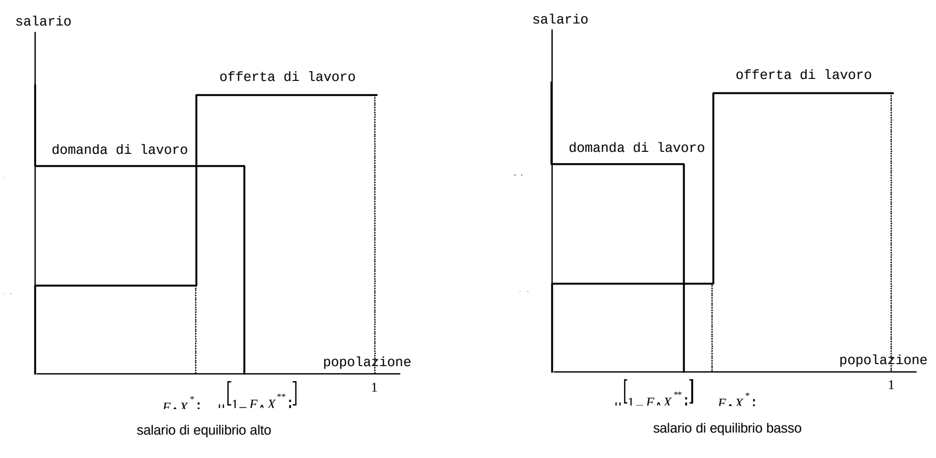
$$\text{domanda di lavoro} = \begin{cases} 0 & w > w_{max} \\ \left[0, \mu\left(1 - F\left(X^{**}\right)\right)\right] & w = w_{max} \\ \mu\left(1 - F\left(X^{**}\right)\right) & w < w_{max} \end{cases} \tag{4.18}$$

$$\text{offerta di lavoro} = \begin{cases} 0 & w < 1/\delta \\ \left[0, F\left(X^{*}\right)\right] & w = 1/\delta \\ F\left(X^{*}\right) & 1/\delta < w < \left(\bar{r} - r\right)I \\ \left[F\left(X^{*}\right), 1\right] & w = \left(\bar{r} - r\right)I \\ 1 & w > \left(\bar{r} - r\right)I \end{cases} \tag{4.19}$$

Se rappresentiamo graficamente le corrispondenze (4.18) e (4.19) (vedi figura 2) possiamo verificare che, tranne casi non generici di indeterminatezza, il salario di equilibrio sarà dato da $w = \frac{1}{\delta}$ quando vi è eccesso di offerta (ovvero $F\left(X^{*}\right) > \mu\left[1 - F\left(X^{**}\right)\right]$), oppure da $w_{max} = \frac{\mu - 1}{\mu}\left(\bar{r} - r\right)I$ quando vi è eccesso di domanda (ovvero $F\left(X^{*}\right) < \mu\left[1 - F\left(X^{**}\right)\right]$).

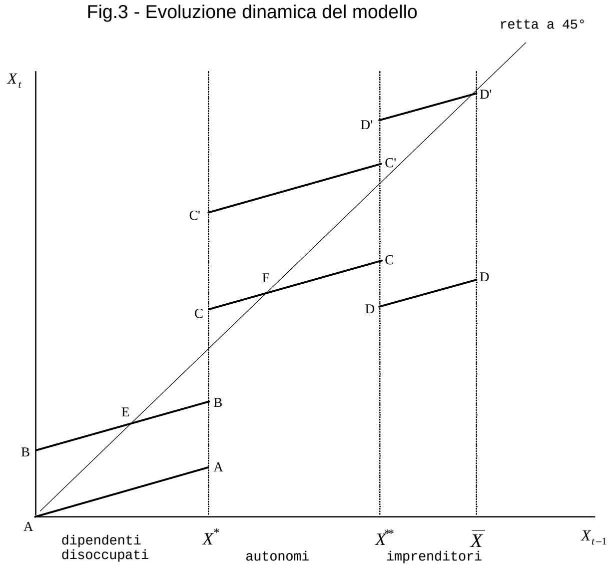
Un'economia caratterizzata da una distribuzione molto asimmetrica della ricchezza ((1-$F(X^{**})$) basso) presenterà livelli salariali bassi e possibilità di disoccupazione. Viceversa un'economia con una distribuzione più egualitaria raggiungerà livelli salariali più elevati e una più ampia quota di popolazione occupata come lavoratore autonomo (corrispondente a tutti i potenziali imprenditori che non trovano dipendenti da assumere).

Fig.2 - Equilibrio sul mercato del lavoro



Se quindi è comprovato che la struttura occupazionale dipende dalla distribuzione della ricchezza, resta da studiare come si evolve nel tempo questa distribuzione. Data la specifica forma della funzione di utilità, ciascun individuo lascia ai propri eredi una frazione costante (1 - α) del reddito conseguito. La ricchezza si evolve quindi secondo quanto descritto dalla terza colonna della tabella 2. A differenza che nel modello precedente, la possibilità di esiti negativi (con probabilità (1 - q)) degli investimenti effettuati da lavoratori autonomi e imprenditori introduce un certo grado di mobilità sociale, in quanto è possibile che il figlio di un imprenditore sfortunato si ritrovi con una eredità insufficiente a permettergli di trasformarsi anche lui in imprenditore, obbligandolo alla scelta di lavorare come autonomo o come dipendente. Per contro, il figlio di un lavoratore autonomo fortunato può aspirare a divenire imprenditore grazie all'eredità ricevuta.

Fig.3 - Evoluzione dinamica del modello



I casi possibili sono molteplici, dipendendo dalle caratteristiche della distribuzione della ricchezza (e di conseguenza dal salario di equilibrio che prevale) e dalla dispersione dei rendimenti degli investimenti rischiosi. Nella figura 3 viene rappresentato il caso in cui il salario è al livello minimo (e quindi vi sono disoccupati) e la rischiosità degli investimenti sia maggiore nel caso della attività imprenditoriale (pur assicurando lo stesso rendimento atteso).[59]

Il segmento $\overline{AA}$ descrive la dinamica della ricchezza di una "dinastia" di disoccupati: essa converge ad un livello di ricchezza nullo. Analogamente il segmento $\overline{BB}$ descrive la dinamica di una "dinastia" di lavoratori dipendenti, che converge ad un livello di ricchezza $E \in \left[0, X^*\right]$. Per questi due gruppi non vi è mobilità sociale ascendente, in quanto restano racchiusi sempre nello stesso intervallo di ricchezza. Viceversa il segmento $\overline{CC}$ descrive l'evoluzione della ricchezza di un lavoratore autonomo, l'esito del cui investimento sia sfavorevole per l'intera dinastia: in quel caso la sua ricchezza converge al punto $F \in \left[X^*, X^{**}\right]$. Per contro, se i suoi progetti avessero esito positivo, la dinamica risulterebbe piuttosto quella descritta dal segmento $\overline{C'C'}$. Una sequenza sufficientemente lunga di successi permetterebbe a questa dinastia di accumulare sufficiente ricchezza per entrare nel gruppo superiore diventando imprenditore. Infine, in modo del tutto analogo, il gruppo di coloro che possiedono ricchezza sufficiente (in proprio o a prestito) per diventare imprenditori mantiene questo status (e la loro ricchezza converge a $\overline{X}$) solo nel caso di una sequenza ininterrotta di successi, ma può retrocedere al gruppo dei lavoratori autonomi in caso di insuccesso.[60] Esiste quindi mobilità sociale (sia ascendente che discendente) tra il gruppo degli autonomi e quello degli imprenditori, che dipende sostanzialmente dalle fortune relative dei rispettivi investimenti.

---

59 Le curve della figura 3 sono disegnate sotto l'ipotesi che $(1 - \alpha)(1 + r) < 1$.

60 Banerjee-Newman 1993 studiano formalmente la dinamica della distribuzione della ricchezza in termini di quote della popolazione. La quota di popolazione nel primo gruppo si mantiene costante, mentre esiste un solo valore di equilibrio a cui convergono le quote del secondo e terzo gruppo, che dipendono dalle probabilità relative di transizione q e $(1 - q)$. Pertanto questa configurazione ammette equilibri multipli, che dipendono dalla distribuzione iniziale (*isteresi*).

Si può mostrare che questo modello può descrivere due dinamiche di sviluppo molto differenziate. Se si parte da una distribuzione dei redditi molto diseguale, vi è abbondanza di mano d'opera, il salario si fissa al livello inferiore e si converge ad una situazione in cui vi sono molti lavoratori dipendenti, pochi imprenditori (e quindi la scala di produzione è ampia) e relativamente pochi lavoratori autonomi. Viceversa, se si parte da una situazione relativamente egualitaria, vi sono pochi individui disposti a lavorare come dipendenti, il livello salariale è più alto e si converge ad una situazione in cui prevalgono i lavoratori in proprio.[61]

[61] Nell'articolo il primo esito è paragonato al caso inglese della rivoluzione industriale, a seguito della creazione di una vasta massa di forza lavoro disponibile attraverso il movimento delle *enclosures*. Il secondo esito è invece paragonato al caso francese dello sviluppo di una manifattura artigianale (*cottage system*).

4.3 - Assenza di mercati finanziari e forme di finanziamento (pubbliche o private) dell'istruzione[62]

Nei due modelli precedentemente illustrati abbiamo descritto l'investimento in istruzione come un costo fisso (*sunk cost*) che costituisce una barriera all'entrata (nel lavoro qualificato in un caso, e nel lavoro autonomo o nell'imprenditoria nell'altro). Questo impedisce di tener conto del fatto che la spesa in istruzione può avvenire anche per ammontari minimi, pur producendo effetti nel reddito potenziale degli individui.

In questo caso ci manteniamo nell'ambito dei modelli precedenti, conservando la struttura di un modello a generazioni sovrapposte in cui gli individui vivono per due periodi. Da giovani essi decidono quanta parte del loro tempo libero consumare negli svaghi e quanta parte investire nello studio; sulla base del capitale umano che ottengono, da vecchi disporranno di un reddito che potranno consumare direttamente o lasciare in eredità ai propri discendenti. Gli individui sono tra loro identici, e si differenziano soltanto per la dotazione di ricchezza iniziale ricevuta in eredità. Rispetto ai modelli precedenti, si introduce una differenza sostanziale:

1) l'imperfezione dei mercati finanziari è massima, in quanto questi ultimi sono totalmente assenti. L'unica forma di trasmissione intertemporale della ricchezza è attraverso l'investimento in capitale umano, che viene descritto dalla relazione seguente

$$Y_t = H_t = \left(1 - N_t\right)^{\beta} X_{t-1}^{\gamma} H_{t-1}^{\delta} \tag{4.20}$$

L'equazione (4.20) ci dice che il reddito Y_t di cui dispone un individuo da vecchio nel periodo t è pari alla sua dotazione di capitale umano H_t che ha acquisito da giovane.[63] Questa dotazione è il risultato del combinarsi di tre elementi: lo sforzo individuale introdotto dall'individuo da giovane, il quale rinuncia a parte del proprio tempo libero N_t e investe nello studio la quota residua $(1 - N_t)$;[64] le risorse finanziarie ricevute attraverso l'eredità familiare X_{t-1}; la dotazione di capitale umano posseduto dai genitori H_{t-1} .

Modifichiamo leggermente la forma funzionale delle preferenze individuali (in precedenza descritte dall'equazione (4.12) nella seguente

$$U_t = \log C_t + \log X_t + \log N_t \tag{4.21}$$

mentre il vincolo di bilancio è dato da

$$Y_t = C_t + X_t \tag{4.22}$$

e dalla tecnologia descritta nell'equazione (4.20). Data la proprietà delle preferenze di tipo Cobb-Douglas di assicurare quote di spesa costanti, è facile derivare le scelte ottimali[65]

$$C_t^* = \frac{Y_t}{2} = \frac{H_t}{2} \tag{4.23}$$

---

[62] Si riespone il modello proposto da Glomm-Ravikumar 1992.

[63] L'equazione (4.20) viene spesso indicata in letteratura come "tecnologia di produzione" del capitale umano, e i suoi argomenti sono interpretati alla stregua di fattori produttivi. Si noti che la relazione $Y_t = H_t$ descrive anche contemporaneamente una forma semplificata di tecnologia di produzione a rendimenti marginali costanti, in cui l'unico fattore produttivo è il capitale umano.

[64] Vi è un problema di notazione temporale: se t indica il periodo di tempo quando l'individuo è vecchio, la sua scelta di consumo di tempo libero da giovane andrebbe per coerenza indicata con N_{t-1}, oppure alternativamente se si utilizza la notazione N_t bisognerebbe indicare il consumo da vecchio con C_{t+1}, come accade nell'articolo originario di Glomm-Ravikumar 1992. Per coerenza di simbologia con i modelli presentati in precedenza ho ritenuto che questa notazione, per quanto atipica, fosse preferibile.

[65] Questa soluzione è facilmente derivabile se si risolve il problema in due stadi: prima si suppone Y_t e si derivano i valori ottimali per C_t e X_t ; poi si sostituiscono questi valori nella (4.21) e si risolve per N_t .

$$X_t^* = \frac{Y_t}{2} = \frac{H_t}{2} \tag{4.24}$$

$$1 - N_t^* = \frac{2\beta}{2\beta + 1} \tag{4.25}$$

Dal momento che gli individui restano identici nel passaggio da una generazione alla successiva, le scelte precedenti sono appropriate anche per il comportamento dei genitori. Sostituendo l'equazione (4.24) nell'equazione (4.20) otteniamo l'evoluzione dinamica della ricchezza

$$H_t = \left(\frac{H_{t-1}}{2}\right)^{\gamma}\left(\frac{2\beta}{2\beta+1}\right)^{\beta} H_{t-1}^{\delta} = \left[\frac{1}{2^{\gamma}}\left(\frac{\beta}{1/2+\beta}\right)^{\beta}\right] H_{t-1}^{\gamma+\delta} = BH_{t-1}^{\gamma+\delta} \tag{4.26}$$

ovvero

$$\log H_t = h_t = \log B + (\gamma + \delta) h_{t-1} \tag{4.27}$$

Se facciamo l'ulteriore assunzione che la ricchezza ereditata H_t sia distribuita in modo lognormale con media μ_t e varianza σ_t^2, la distribuzione della ricchezza si evolverà nel modo seguente[66]

$$\mu_t = \log B + (\gamma + \delta)\mu_{t-1} \tag{4.28}$$

$$\sigma_t^2 = (\gamma + \delta)^2 \sigma_{t-1}^2 \tag{4.29}$$

Poiché γ e δ descrivono l'elasticità dell'accumulo di capitale umano rispettivamente all'eredità finanziaria e all'eredità culturale dei genitori, si può commentare l'equazione (4.28) dicendo che maggiori sono questi effetti e più veloce è il ritmo di crescita dell'economia (descritto dalla ricchezza media degli individui). Come nel modello presentato nel paragrafo 2.3, anche in questo caso le ricchezze individuali si accrescono tutte allo stesso tasso di crescita, che è per costruzione identico a quello aggregato.

Questo processo dinamico ammette un equilibrio di lungo periodo rappresentato da

$$\bar{\mu}_{privato} = \frac{B}{1 - \gamma - \delta} \tag{4.30}$$

Tale equilibrio è stabile e viene raggiunto solo sotto l'ipotesi che $(\gamma + \delta) < 1$.[67]

Consideriamo ora la possibilità di un intervento pubblico che renda uniforme la qualità dell'educazione offerta a ciascun individuo, indipendentemente dalla ricchezza familiare, e che sia finanziato attraverso tassazione. Gli individui scelgono a maggioranza il livello di tassazione che preferiscono, e per questa via determinano la qualità

[66] Se una variabile $h = \log(H)$ è distribuita in modo normale, la sua densità di frequenza è data da $f(h;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(h-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$, dove μ e σ^2 sono rispettivamente media e varianza di h. Allora $H = \exp(h)$ avrà una distribuzione lognormale, cui densità di frequenza è $f(H;\mu,\sigma^2) = \frac{1}{H\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\log H-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$. In questo caso media e varianza sono date da $\mathrm{E}(H) = \exp\left[\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right]$ e $\mathrm{Var}(H) = \exp(2\mu + 2\sigma^2) - \exp(2\mu + \sigma^2)$. Inoltre, se $H \sim \log N(\mu,\sigma^2)$, allora anche $\alpha H^{\beta} \sim \log N(\log\alpha + \beta\mu, \beta^2\sigma^2)$.

[67] Se $(\gamma + \delta) = 1$ esiste un equilibrio solo se $B = 1$: in questo caso $H_t = H_{t-1}$ e vi è una molteplicità disequilibri. Se $(\gamma + \delta) > 1$ l'equilibrio è instabile, e quindi si diverge a $\pm\infty$ a seconda della ricchezza di partenza.

del sistema educativo che viene offerto alla generazione successiva. In questo caso la tecnologia di produzione del capitale umano viene riespressa come

$$Y_t = H_t = \left(1 - N_t\right)^{\beta} E_{t-1}^{\gamma} H_{t-1}^{\delta} \tag{4.31}$$

dove E_{t-1} rappresenta la qualità del sistema educativo scelto dalla generazione precedente, ed è ugualmente offerto a tutti gli individui. La componente altruistica nelle preferenze individuali viene riespressa in termini di qualità del sistema educativo

$$U_t = \log C_t + \log E_t + \log N_t \tag{4.32}$$

e il vincolo di bilancio individuale tiene conto della aliquota di tassazione τ_{t-1} scelta dalla generazione dei genitori

$$C_t = \left(1 - \tau_{t-1}\right) H_t \tag{4.33}$$

Infine la qualità del contributo pubblico all'istruzione individuale dipende dall'ammontare di risorse finanziarie complessivamente raccolte attraverso la tassazione

$$E_{t-1} = \tau_{t-1} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n} H_{t-1,i}}{n} = \tau_{t-1} \cdot \mathrm{E}\left[H_{t-1}\right] \tag{4.34}$$

Sostituendo le equazioni (4.34)-(4.33)-(4.31) nella (4.32) e risolvendo per il consumo di tempo libero e per il livello di tassazione desiderato otteniamo

$$1 - N_t^* = \frac{\beta}{1+\beta} \tag{4.35}$$

$$\tau_{t-1}^* = \frac{1}{2} \qquad \Leftrightarrow \qquad C_t = \frac{Y_t}{2} \tag{4.36}$$

È facile riconoscere che, data la forma specifica delle preferenze, tutti gli individui preferiscono allocare metà del proprio reddito al consumo, analogamente a quanto accadeva nel sistema privato (vedi equazione (4.23)). Poiché il livello desiderato di tassazione è indipendente dal reddito individuale, ne deduciamo che questo sia il livello adottato, qualunque sia il sistema di votazione in vigore. Si noti inoltre che la quantità di tempo libero goduto individualmente è maggiore in seguito all'intervento pubblico quando confrontata con la situazione precedente, che per semplicità indicheremo come *sistema privato* (si confrontino le equazioni (4.25) e (4.35)). Il fatto che l'investimento di tempo individuale nello studio sia maggiore in un sistema privato che in uno con intervento pubblico è spiegabile l'appropriabilità dei risultati dello sforzo individuale: in un sistema privato maggior sforzo implica maggior reddito, maggior consumo e maggior eredità lasciata ai figli; in un sistema pubblico maggior sforzo implica sì maggior consumo, ma anche maggiori tasse che vanno a beneficiare la qualità della scuola *per tutti gli altri* individui.

Sostituendo le equazioni (4.34)-(4.35)-(4.36) nella (4.31) otteniamo

$$H_t = \left(\frac{\mathrm{E}\left[H_{t-1}\right]}{2}\right)^{\gamma} \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{\beta} H_{t-1}^{\delta} = \left(\frac{1}{2^{\gamma}}\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^{\beta}\right) \mu_{t-1}^{\gamma} \mathrm{E}\left[H_{t-1}\right]^{\delta} = A\mu_{t-1}^{\gamma} \mathrm{E}\left[H_{t-1}\right]^{\delta}, \quad A < B \tag{4.37}$$

Richiamando l'assunzione che H_t sia distribuita lognormalmente, sappiamo che

$$\mathrm{E}\left[H_{t-1}\right] = \exp\left(\mu_{t-1} + \frac{\sigma_{t-1}^2}{2}\right) \tag{4.38}$$

e che la distribuzione della ricchezza si evolve secondo

$$\mu_t = \log A + \gamma \log \mathrm{E}\left[H_{t-1}\right] + \delta\mu_{t-1} = \log A + (\gamma + \delta)\mu_{t-1} + \frac{\gamma\sigma_t^2}{2} \tag{4.39}$$

$$\sigma_t^2 = \delta\sigma_{t-1}^2 \tag{4.40}$$

In questo caso, mantenendo l'ipotesi di stabilità (($\gamma + \delta$) < 1), la ricchezza media converge a

$$\bar{\mu}_{pubblico} = \frac{A}{1-\gamma-\delta} < \bar{\mu}_{privato} = \frac{B}{1-\gamma-\delta} \tag{4.41}$$

Confrontando l'evoluzione dinamica della ricchezza nei due regimi, possiamo fare le seguenti osservazioni:

i) un sistema privato ed uno con intervento pubblico assicurano analoghi tassi di crescita della ricchezza, ma il primo consegue livelli più elevati nel lungo periodo (vedi equazione (4.41)). Di conseguenza gli individui ottengono un livello di utilità indiretta più elevato nel caso di un sistema privato.[68]

ii) in un sistema pubblico la diseguaglianza (misurata dalla varianza σ_t^2) diminuisce più velocemente che in uno privato (si confrontino le equazioni (4.29) e (4.40)). Nel caso particolare in cui ($\gamma + \delta$) = 1 la diseguaglianza persiste in un sistema privato ma scompare in presenza di un intervento pubblico.

iii) in un sistema pubblico il livello della ricchezza sarà costantemente più elevato quanto più egualitaria sarà la distribuzione della ricchezza iniziale.[69]

iv) se immaginassimo che anche la scelta del regime scolastico, pubblico o privato, sia sottoposta a votazione, otterremmo che i vecchi sceglierebbero costantemente un regime pubblico, in quanto questo assicura un livello di capitale umano maggiore per tutti coloro che posseggono un livello di ricchezza inferiore alla media. Tenuto conto che il votante mediano (cioè colui che possiede un livello di ricchezza pari al valore mediano della distribuzione della stessa) sta sotto di quello medio per tutte le distribuzioni della ricchezza non simmetriche (ivi incluse quelle lognormali), si intuisce facilmente perchè il regime pubblico otterrebbe sempre la maggioranza.

4.4 - Imperfezione dei mercati finanziari, capitale sociale e localizzazione[70]

Il modello precedente ha messo in luce l'importanza della forma di finanziamento, pubblico o privato, dell'istruzione attraverso l'effetto esercitato nel processo di formazione del capitale umano delle generazioni future. Un modo diverso per analizzare questo effetto è quello di ipotizzare l'influenza diretta del capitale sociale sulla formazione scolastica della nuova generazione. In questo caso, il capitale sociale può rappresentare sia la capacità di autofinanziamento locale, sia la rete sociale esistente di rapporti sociali, sia l'effetto psicologico (di incentivo o di ostacolo) del grado di integrazione sociale in una comunità.

Il modello presente mette in luce come le caratteristiche di questo capitale sociale siano responsabili non solo del grado di diseguaglianza nella distribuzione della ricchezza, ma anche della integrazione o della segregazione geografica con cui si organizza una società. In questo contesto la scelta di localizzazione (cioè la scelta in quale zona insediarsi) diventa rilevante in quanto condiziona l'investimento in capitale umano dei figli.

---

68 Le cose ovviamente si rovesciano se ($\gamma + \delta$) > 1 , ma in questo caso si tratta di un equilibrio instabile.

69 Si osservi che H_t è funzione concava di H_{t-1} nella equazione (4.37). Si veda la dimostrazione nella Proposizione 6 di Glomm-Ravikumar 1992.

70 Si presenta una versione semplificata di Benabou 1996a. Una versione sintetica dello stesso modello è riprodotta in Benabou 1994.

Consideriamo un modello a generazioni non sovrapposte in cui gli individui vivono due periodi. Nel primo periodo un individuo inizia con una certa dotazione di capitale umano, che dipende dal capitale umano della famiglia di provenienza e dalla comunità territoriale cui appartiene. Egli sceglie a sua volta in quale zona abitare. Una volta insediato, ottiene un reddito proporzionale al capitale umano che possiede e decide se indebitarsi o meno; con queste risorse consuma, paga il costo di insediamento (cioè l'affitto corrispondente alla localizzazione prescelta) e paga le tasse locali che vanno a finanziare la qualità dell'istruzione fornita ai giovani di quella zona. Nel secondo periodo usa il reddito che guadagna per consumare e restituire l'eventuale debito, genera un figlio che frequenta la scuola locale, ed esce di scena. Il periodo successivo ricomincia col figlio che deve scegliere dove abitare.

Supponiamo per semplicità che la città sia composta da due sole zone (indicate col sovrascritto j, j=1,2), ciascuna delle quali in grado di contenere metà della popolazione. Sempre per semplicità supponiamo che esistano due soli livelli di capitale umano possibili: H_A corrispondente al "ricco" e H_B corrispondente al "povero", dove quindi $H_A > H_B$. Se la dimensione della popolazione è normalizzata all'unità, e n indica la frazione di individui ricchi, il capitale umano medio della città sarà

$$\overline{H} = nH_A + (1-n)H_B \tag{4.42}$$

Sia inoltre n^j la frazione di individui ricchi in ciascuna zona. Se per convenzione indichiamo la zona 1 come la zona "ricca" della città, avremo $n^1 > n^2$.

Le preferenze individuali sono espresse in riferimento al consumo nei due periodi (dove C_{1t} e C_{2t} indicano rispettivamente il consumo nel primo e nel secondo periodo della generazione t-iesima) e alla dotazione di capitale umano goduta dal proprio figlio H_{t+1}. L'individuo sceglie la zona di insediamento Q^j, $j = 1, 2$, per massimizzare la propria utilità indiretta, corrispondente alla soluzione del seguente problema

$$U^j(H_t) = \max_d U(C_{1t}, C_{2t}, H_{t+1}) = \max_d [\log C_{1t} + \log C_{2t} + \log H_{t+1}] \tag{4.43}$$

sotto i vincoli

$$C_{1t} + \rho^j = H_t(1-\tau^j) + d \tag{4.44}$$

$$C_{2t} + d[1+R(d, H_t)] = H_t \tag{4.45}$$

$$H_{t+1} = f(H_t, L^j, E^j) \tag{4.46}$$

Il vincolo (4.44) dice che il consumo nel primo periodo più il costo di locazione ρ^j devono uguagliare la somma del reddito (per semplicità posto uguale al capitale umano posseduto individualmente), al netto delle tasse locali τ^j, e dell'eventuale indebitamento d.
Il vincolo (4.45) dice che il consumo del secondo periodo e la restituzione del debito (che tiene conto di eventuali imperfezioni sui mercati finanziari introducendo un tasso debitorio $R > r$ che è funzione della capacità di guadagno del debitore e dell'ammontare del debito) devono uguagliare il reddito del secondo periodo (che per semplicità non viene tassato).
Il vincolo (4.46) rappresenta la funzione di generazione del capitale umano della generazione successiva, che dipende dal capitale umano dei genitori (ereditarietà genetico-culturale), dal capitale umano della comunità specifica L^j e dalla qualità dell'istruzione localmente ricevuta E^j.

Per esprimere l'effetto del capitale sociale è cruciale decidere se l'eterogeneità nella composizione di una comunità sociale sia un elemento potenziante o detrattivo, se cioè la presenza di una sola tipologia (tutti ricchi o tutti poveri) aiuti o freni la formazione della nuova generazione. Possiamo esprimere analiticamente questo concetto assumendo che L^j sia esprimibile così

$$L^j = L\left(n^j; H_A, H_B\right) = \left(n^j H_A^{\sigma} + \left(1-n^j\right) H_B^{\sigma}\right)^{1/\sigma} = L\left(n^j\right), \quad L' > 0 \tag{4.47}$$

Se $\sigma > 1$,[71] l'eterogeneità è positiva perchè le due tipologie di individui sono tra loro complementari (e quindi $L^j > \overline{H}$). Se invece $\sigma < 1$, l'eterogeneità è negativa perchè le due tipologie sono sostituibili, e L è convessa in n^j (e quindi $L^j < \overline{H}$).[72]
Infine la qualità dell'istruzione ricevuta localmente dipende dalle risorse raccolte attraverso la tassazione locale. Assumendo per semplicità che l'aliquota di tassazione sia predefinita ed identica in entrambe le zone, otteniamo che il pareggio di bilancio per la finanza pubblica locale richiede che

$$E^j = \tau\left(n^j H_A + \left(1-n^j\right) H_B\right) = E\left(n^j\right), \quad E' > 0 \tag{4.48}$$

Abbiamo così che zone con maggior concentrazione di ricchi spendono di più in istruzione.[73]

Utilizzando le equazioni (4.44)-(4.48), il problema di ottimizzazione (4.43) può essere così riespresso

$$U^j\left(H_t\right) = \max_d \left\{\log\left(H_t\left(1-\tau\right) + d - \rho^j\right) + \log\left(H_t - d\left(1+R\left(d, H_t\right)\right)\right) + \log\left[f\left(H_t, L\left(n^j\right), E\left(n^j\right)\right)\right]\right\} \tag{4.49}$$

La scelta ottimale di indebitamento richiede per ogni individuo l'uguaglianza tra saggio di preferenza intertemporale e tasso di interesse sul mercato, ovvero

$$\frac{\dfrac{\partial U}{\partial C_{1t}}}{\dfrac{\partial U}{\partial C_{2t}}} = \frac{C_{2t}}{C_{1t}} = \left[1 + R\left(d, H_t\right) + d\frac{\partial R}{\partial d}\right] \tag{4.50}$$

Se sono definiti gli elementi che determinano le scelte di consumo di ogni individuo, ci resta da considerare la scelta di localizzazione. Trattandosi di una scelta discreta (insediarsi o nella zona 1 o nella zona 2), ciascun individuo valuterà il costo relativo ρ^j e il beneficio dovuto alla presenza locale di ricchi n^j (che si manifesta in una migliore qualità dell'educazione ricevuta localmente e possibilmente - a seconda delle assunzioni relative a complementarietà/sostituibilità delle due tipologie - in una miglior qualità del capitale sociale). L'individuo sceglierà la combinazione $\left(\rho^j, n^j\right)$, $j = 1,2$ che gli assicura il livello di utilità più elevato. Per studiare questa scelta, consideriamo delle curve di iso-utilità nello spazio (ρ, n). Usando il teorema della funzione implicita, e facendo uso dell'equazione (4.50), esse avranno inclinazione pari a

$$\frac{d\rho}{dn} = -\frac{\dfrac{\partial U}{\partial H_{t+1}}\left[f_L\dfrac{dL}{dn} + f_E\dfrac{dE}{dn}\right]}{-\dfrac{\partial U}{\partial C_{1t}}} = \frac{C_{2t}}{H_{t+1}} \cdot \frac{\left[f_L\dfrac{dL}{dn} + f_E\dfrac{dE}{dn}\right]}{\left[1 + R\left(d, H_t\right) + d\dfrac{\partial R}{\partial d}\right]} \tag{4.51}$$

Ora, se il saggio marginale di sostituzione tra costo e beneficio dell'insediamento rappresentato dalla equazione (4.51) è crescente nel livello del capitale umano del genitore, questo significherà che i ricchi (dotati di H_A) avranno

---

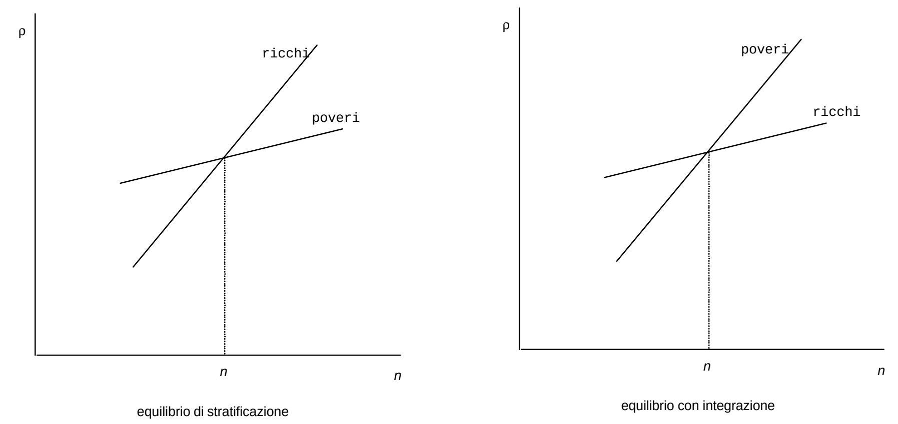
71 L'elasticità di sostituzione è pari a $\frac{1}{\sigma - 1}$, ed è quindi positiva per $\sigma > 1$.

72 È inoltre facile osservare che $L\left(1\right) = H_A$ e $L\left(0\right) = H_B$.

73 In Benabou 1996a (e ancor più chiaramente in Benabou 1996b) si sostiene che se la decisione sul livello desiderato di tassazione è endogenizzata attraverso qualche meccanismo elettorale: in questo caso il risultato più probabile è che le comunità più ricche spendono di più in istruzione pur scegliendo aliquote di tassazione più basse.

delle curve di isoutilità più inclinate di quelle dei poveri (lato sinistro della figura 4). In questo caso l'equilibrio sarà stratificato, ovvero ricchi e poveri tenderanno a concentrarsi in due zone diverse. La ragione risiede nel fatto che i ricchi sono disposti a pagare di più dei poveri per stare in una zona dove vi sia un numero maggiore di ricchi. L'equilibrio simmetrico, corrispondente ad una uguale composizione delle due zona ($n^1 = n^2 = n$) è instabile, in quanto è sufficiente lo spostamento di un solo ricco (o di un solo povero) da una zona verso l'altra per alzare gli affitti in una delle due zona e innescare un processo a catena che porterà tutti i ricchi a volersi trasferire nella zona dove gli affitti sono più cari, ma anche la concentrazione di ricchi è maggiore.

Fig.4 - Possibili configurazioni delle isoutilità



Viceversa, se il saggio marginale di sostituzione $\frac{d\rho}{dn}$ dipende negativamente dalla ricchezza iniziale, l'unico equilibrio possibile è la completa integrazione di entrambe le zone.[74]

È chiaro allora che se prevalgono le condizioni per il verificarsi della stratificazione, tutti gli individui dotati di H_A andranno nella zona 1 e tutti gli altri con H_B andranno nella zona 2.[75] In questo caso i figli nati in una zona ricca otterranno H_A e quelli nati nella zona povera otterranno H_B: la stratificazione dei redditi e dell'istruzione si cristallizza nel tempo grazie alla stratificazione territoriale. Viceversa, se prevale l'integrazione, le ricchezze individuali convergeranno tutte allo stesso livello, e prevarrà una soluzione perfettamente equalitaria.

74 Assumendo casi particolari per utilità e imperfezione dei mercati finanziari, nell'articolo Benabou mostra che la presenza di complementarietà locali tra capitale familiare e capitale sociale (cioè $\frac{\partial f_L}{\partial H_t} > 0$), oppure la presenza di mercati finanziari imperfetti in cui il costo è crescente al diminuire della ricchezza familiare (cioè $\frac{\partial R}{\partial H} + d\frac{\partial^2 R}{\partial H \partial d} < 0$), o infine la presenza di effetti ricchezza nella distribuzione intertemporale delle risorse, possono essere, ciascuno considerato isolatamente, responsabili del verificarsi della condizione di stratificazione.

75 Se $n < 1/2$ avremo degli individui dotati di H_B che, non trovando posto nella zona povera, saranno costretti ad abitare controvoglia nella zona ricca, e viceversa nel caso in cui $n > 1/2$. Si suppone che questi individui siano scelti casualmente in ogni generazione.

Sezione 5 - **Comportamenti sindacali, egualitarismo salariale e crescita**[76]

Consideriamo un modello di crescita endogena di un'economia divisa in due settori, *moderno* e *tradizionale*, dove la crescita dipende dall'accumulo di conoscenze nel settore moderno (che rappresenta l'esternalità che permette la crescita illimitata). Il limite alla crescita è dato dalla disponibilità di risorse utilizzabili nel settore moderno, e quindi indirettamente dalla insufficiente mobilità di risorse dal settore tradizionale a quello moderno. In questo contesto una politica salariale egualitarista da parte di un sindacato centrale, che riduca il livello salariale prevalente nel settore moderno e alzi quello prevalente nel settore tradizionale, permette una maggior crescita, in quanto assicura una maggior redditività del capitale ed una maggior occupazione nel settore moderno rispetto a quella che si otterrebbe in assenza di sindacati.

Indichiamo con i sottoscritti m e t rispettivamente le variabili relative al settore moderno e a quello tradizionale. Indichiamo inoltre con L e K le dotazioni dei fattori lavoro e capitale nei due settori. Il livello di produzione Y nei due settori sarà dato da

$$Y_m = hL_m^{\beta}K_m^{1-\beta}, \ \beta > 0 \tag{5.1}$$

$$Y_t = L_t^{\beta}K_t^{1-\beta} \tag{5.2}$$

dove h rappresenta il fattore "conoscenza" incorporato nel capitale umano degli occupati nel settore moderno. Tale stock si accresce in rapporto alle risorse esistenti nel settore moderno (*dynamic learning*)

$$\frac{\dot{h}}{h} = \delta L_m, \ \delta > 0 \tag{5.3}$$

Assumiamo che esista nel sistema economico una resistenza al cambiamento, che si esprime in una preferenza ad essere occupati nel settore tradizionale (*locational preferences*). Potendolo scegliere, i lavoratori saranno disposti a cambiare settore solo se il settore moderno offre una retribuzione più elevata. Se rappresentiamo le preferenze di un lavoratore qualsiasi occupato nel settore i-esimo come

$$U_m = \left[Y_m^{\sigma} + Y_t^{\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma}} \tag{5.4}$$

$$U_t = \gamma\left[Y_m^{\sigma} + Y_t^{\sigma}\right]^{\frac{1}{\sigma}}, \ \gamma > 1 \tag{5.5}$$

il fattore γ rappresenta la preferenza espressa dal lavoratore per essere occupato nel settore tradizionale. Indicando con p_i il prezzo del prodotto del settore i-esimo, la massimizzazione dell'utilità individuale dei lavoratori in ciascun settore conduce a

$$\frac{Y_t^*}{Y_m^*} = \left(\frac{p_t}{p_m}\right)^{\frac{1}{\sigma-1}} \tag{5.6}$$

Questa relazione ci dice che il consumo (ottimalmente scelto) Y_i^*, $i = m,t$, si adatterà alla crescita del settore moderno e alla riduzione del settore tradizionale (entrambi dovuti al divario di produttività che si riflette nella diversa dinamica dei prezzi) se $\sigma < 1$, che verrà assunto nel seguito dell'esposizione.[77] Sostituendo la condizione (5.6) nel vincolo di bilancio dei lavoratori di ciascun settore, e assumendo che i lavoratori offrano inelasticamente

[76] Si riespone il modello presentato in Agell-Lommerud 1991.

[77] Il che equivale ad assumere che i due beni siano imperfetti sostituti, dal momento che l'elasticità di sostituzione è pari a $\frac{1}{\sigma-1}$.

una unità di lavoro, si ottengono le domande ottimali di consumo dei due beni. Reintroducendo queste domande nelle funzioni di utilità (5.4)-(5.5) otteniamo le funzioni di utilità indiretta seguenti

$$V_t = \gamma A w_t, \qquad V_m = A w_m, \qquad A = \left(p_m^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} + p_t^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \right)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} \tag{5.7}$$

In assenza di altri costi di mobilità, la condizione di indifferenza al settore di occupazione per il lavoratore (*marginal mobility condition*) sarà data da

$$V_t = V_m \qquad \Leftrightarrow \qquad \gamma w_t = w_m,\ \gamma > 1 \tag{5.8}$$

ovvero il settore moderno dovrà offrire un salario più elevato per attrarre lavoratori che preferiscono il settore tradizionale. Viceversa, poiché il capitale è perfettamente mobile tra i due settori, è sempre soddisfatta l'uguaglianza dei rendimenti r_i dello stesso

$$r_t = r_m \equiv r \tag{5.9}$$

Per semplicità supponiamo che il livello delle risorse sia dato, e normalizzato all'unità. Data l'ipotesi di perfetta flessibilità di prezzi e salari, abbiamo sempre soddisfatta la condizione di pieno impiego dei fattori

$$L_t + L_m = 1 \tag{5.10}$$

$$K_t + K_m = 1 \tag{5.11}$$

Cosa accade durante il processo di trasformazione settoriale ? La presenza di esternalità (rappresentata dallo stock di conoscenze incorporate nel capitale umano settoriale) permette la crescita del settore moderno, che si caratterizza per la presenza di salari più elevati (in accordo con la condizione (5.8)) e per una più elevata capital-intensità. Uguagliando infatti i saggi marginali di trasformazione ottenuti dalle equazioni (5.1) e (5.2) al rapporto tra i costi dei fattori, e tenendo conto delle condizioni (5.8) e (5.9), si perviene alla condizione seguente, che soddisfa la massimizzazione dei profitti e la perfetta concorrenza sul mercato dei fattori

$$\frac{K_m / L_m}{K_t / L_t} = \gamma \tag{5.12}$$

L'equazione (5.12) ci dice che a causa del premio salariale che occorre pagare nel settore moderno per attrarre lavoratori, *in questo stesso settore si fa un uso relativamente maggiore di capitale e relativamente minore di lavoro. Ma poiché il ritmo di crescita dipende crucialmente dal numero degli occupati nel settore, questo premio salariale rallenta le possibilità di crescita dello stesso settore*. In altre parole, in questo modello è la insufficiente mobilità dei lavoratori (rappresentata dalla preferenza espressa per lavorare nel settore tradizionale) che rallenta la crescita.

Se nel corso della trasformazione settoriale è sempre rispettato l'equilibrio sul mercato dei beni (equazione (5.6)) e su quello dei fattori (equazione (5.12)), nonché il pieno impiego delle risorse (equazioni (5.10)-(5.11)) e la massimizzazione dei profitti, allora si può determinare il livello assoluto di utilizzo di risorse nel settore moderno (e per differenza in quello tradizionale).[78]

---

[78] Sostituendo le equazioni (5.1)-(5.2) nell'equazione (5.6), in accordo con l'ipotesi di equilibrio sul mercato dei beni, si ottiene $\frac{p_t}{p_m} = \left(\gamma^{\beta} h^{-1} \frac{K_t}{K_m} \right)^{\sigma-1}$. Dal momento che il rapporto tra i prezzi deve uguagliare il rapporto tra i costi marginali (assumendo dato lo stock di capitale nel breve periodo) nei due settori, si ottiene $\frac{p_t}{p_m} = h\gamma^{-\beta}$. Combinando le due espressioni precedenti e facendo uso dell'equazione (5.11) si ottiene l'espressione (5.13) nel testo. L'espressione (5.14) è ottenuta facendo uso della (5.13) e del fatto che $\frac{K_m}{K_t} = \gamma \frac{L_m}{L_t}$.

$$\frac{K_m}{1-K_m} = h^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\gamma^{-\beta\frac{\sigma}{1-\sigma}} \tag{5.13}$$

$$\frac{L_m}{1-L_m} = h^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\gamma^{-\left(\beta\frac{\sigma}{1-\sigma}+1\right)} \tag{5.14}$$

Sotto l'assunzione che $\sigma < 1$, osserviamo che in equilibrio generale al crescere di *h* aumenta il trasferimento di risorse verso il settore moderno. Sostituendo infine l'equazione (5.14) nell'equazione (5.3) otteniamo

$$\frac{\dot{h}}{h} = \delta L_m = \delta \frac{h^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\gamma^{-\left(\beta\frac{\sigma}{1-\sigma}+1\right)}}{1+h^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\gamma^{-\left(\beta\frac{\sigma}{1-\sigma}+1\right)}} \tag{5.15}$$

L'equazione (5.15) rappresenta una equazione differenziale non-lineare che descrive il sentiero temporale dell'accumulo di conoscenza, e quindi del ritmo di crescita (illimitato) del settore moderno dell'economia.[79] Si noti che il tasso di crescita è influenzato negativamente dal premio salariale che occorre pagare nel settore moderno:[80] quanto maggiore è la resistenza al cambiamento (qui rappresentato schematicamente dall'attaccamento al settore tradizionale), tanto più basso è il ritmo di crescita del settore moderno dell'economia.

Cosa accade in questa economia se un sindacato centrale riesce ad imporre tramite contrattazione un livello retributivo uniforme tra i settori (per esempio giustificandolo con una politica solidaristico-egualitaria tra i lavoratori) ? La risposta dipende ovviamente dal livello salariale che viene fissato. Se esso viene fissato al livello preesistente nel settore moderno, questo produce disoccupazione nel settore tradizionale; se invece viene fissato al livello preesistente nel settore tradizionale, non vi è offerta di lavoro per il settore moderno. Immaginiamo quindi che venga fissato ad un livello intermedio tra i due. In questo caso si producono due effetti:

i) l'abbassamento di γ fino al punto $\gamma = 1$ (che implica identico salario in entrambi i settori) produce un più alto ritmo di crescita della conoscenza nel settore moderno (equazione (5.15)) e un più veloce trasferimento di risorse verso quel settore (equazioni (5.13)-(5.14)).

ii) il minor costo del lavoro nel settore moderno e la disoccupazione nel settore tradizionale favoriscono l'aumento dell'occupazione nel primo settore, rinforzando l'effetto sul tasso di crescita.

Per entrambi i motivi una politica salariale egualitarista di tipo solidaristico (poiché riduce le retribuzioni nei settori avanzati e aumenta quelle dei settori arretrati) favorisce la crescita del sistema economico, attraverso una sua più veloce modernizzazione. Tuttavia questo non implica che il benessere sociale sia necessariamente aumentato, perché occorre sapere cosa accada ai disoccupati temporanei che il processo di trasformazione strutturale genera nel suo corso.[81]

---

[79] Si tratta infatti di una equazione localmente instabile su tutto il campo di esistenza, che ammette un unico equilibrio in $h = 0$.

[80] Infatti si mostra facilmente che $\frac{d\left(\dot{h}/h\right)}{d\gamma} < 0$.

[81] Nell'articolo originario Agell e Lommerud assumono che esistano delle politiche attive del lavoro che assicurano che un disoccupato proveniente dal settore tradizionale si traduca immediatamente in un aspirante lavoratore nel settore moderno.

Bibliografia

Acemoglu D. 1995, Reward structures and the allocation of talent, *European Economic Review* 1, p.17-34

Agell J.-Lommerud K.E. 1991, Union egalitarianism as income insurance, *Economica* 59, p.295-310

Agell J.-Lommerud K.E. 1993, Egalitarianism and growth, *Scandinavian Journal of Economics* 95, pp.559-579

Ardeni P.G. 1996 (a c. di), *Teorie della crescita endogena*, Giappichelli

Arrow K. 1962, The economic implications of learning by doing, *Review of Economic Studies* 29, p.155-173 (trad.it. in: Le implicazioni economiche dell'imparare facendo, in Ardeni 1996)

Banerjee A.-Newman A. 1993, Occupational choice and the process of development, *Journal of Political Economy* vol.101/2, p. 274-298

Becker G. 1993, *Human capital: a theoretical and empirical analysis, with special reference to education*, University of Chicago Press (prima edizione 1964)

Becker G.-Tomes N. 1979, An equilibrium theory of the distribution of income and intergenerational mobility, *Journal of Political Economy,* vol.87/6, p.1153-89

Becker G.-Tomes N. 1986, Human capital and the rise and fall of families, *Journal of Labor Economics* vol.4, p.S1-S39

Benabou R. 1994, Human capital, inequality and growth: a local perspective, *European Economic Review* 38, p.817-826

Benabou R. 1996a, Equity and efficiency in human capital investment: the local connection, *Review of Economic Studies*, 63, p.237-264

Benabou R. 1996b, Heterogeneity, stratification and growth: Macroeconomic implications of the community structure and school finance, *American Economic Review* 86,3, p.584-609

Bertola G. 1990, Market structure and income distribution in endogenous growth models, mimeo

Bertola G. 1993, Factor shares and savings in endogenous growth, *American Economic Review* 83/5, p.1184-1198

Bertola G. 1994, Wages, profits and theories of growth, in L.Pasinetti-R.Solow (eds) 1994, *Economic growth and the structure of long term development*, McMillan

Blanchard O.-Fischer S. 1989, *Lectures on macroeconomics*, MIT Press

Bourguignon F. 1981, Pareto superiority of unegalitarian equilibria in Stiglitz model of wealth distribution with convex saving functions, *Econometrica* vol.49/6, pp.1469-1475

Bowles S. 1985, The production process in a competitive economy: Walrasian, Neo-Hobbesian, and Marxian models, *American Economic Review* 75/1, p.16-36

Checchi D.-Ichino A.-Rustichini A. 1994, Social mobility and efficiency - a reexaminiation of the problem of intergenerational mobility in Italy, Working paper #94.11, Dipartimento di Economia Politica ed Aziendale, Università degli Studi di Milano

Freeman R. 1986, Demand for education, in Ashenfelter O.-Layard R. 1986 (eds), *Handbook of labour economics*, NorthHolland, New York

Galor O.-Zeira J. 1993, Income distribution and macroeconomics, *Review of Economic Studies* 60, p.35-52

Glomm G.-Ravikumar B. 1992, Public versus private investment in human capital: endogenous growth and income inequality, *Journal of Political Economy* vol.100/4, p.818-834

Grandmont J.M. 1978, Intermediate preferences and the majority rule, *Econometrica* 46/2, p.317-330

Kaldor N. 1955, Alternative theories of distribution, *Review of Economic Studies* 1955-56, p.83-100 (trad.it.: *Teorie alternative della distribuzione* in Lunghini G. 1971 (a c.di), *Valore, prezzi ed equilibrio generale*, Mulino

Kalecki M. 1939, *Essays in the theory of economic fluctuations,* Allen & Unwin (trad.it.: *Saggi sulla teoria delle fluttuazioni economiche*, Rosemberg & Sellier 1985)

Murphy K.-Shleifer A.-Vishny R. 1990, The allocation of talent: implication for growth, *Quarterly Journal of Economics*, May 1991, p.503-530

Pasinetti L. 1962, Rate of profit and income distribution in relation to the rate of economic growth, *Review of Economic Studies* 29, p.267-279

Pasinetti L. 1971, *Sviluppo economico e distribuzione del reddito*, il Mulino

Persson T.-Tabellini G. 1994, Is inequality harmful for growth ?, *American Economic Review* 84/3, p.600-621

Romer P. 1986, Increasing returns and long run growth, *Journal of Political Economy* 94/5, p.1002-1037 (trad.it. in: Rendimenti crescenti e crescita di lungo periodo, in Ardeni 1996)

Rustichini A.-Ichino A.-Checchi D. 1996, More equal but less mobile ? Intergenerational mobility and inequality in Italy and in the US, CEPR Working Paper n.1466, October (traduzione italiana (parziale) in Scuola e mobilità sociale: un'analisi comparata, in Rossi N. (a c. di) 1997, *Oltre il pezzo di carta*, il Mulino

Spence M. 1973, Job market signalling, *Quarterly Journal of Economics* 87, p.355-379

Stiglitz J. 1969, Distribution of income and wealth among individuals, *Econometrica* vol.37/3, p.382-397

Stiglitz J. 1975, The theory of "screening", education and the distribution of income, *American Economic Review* 64 vol.3 p.283-300